

ALINE ARAÚJO FARIAS

**USO DE REGRESSÃO QUANTÍLICA NA PREDIÇÃO DA PRODUÇÃO
DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2018

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

F224u Farias, Aline Araújo, 1991-
2018 Uso de regressão quantílica na predição da produção de
 povoamentos de eucalipto / Aline Araújo Farias. – Viçosa, MG,
 2018.
 vii, 27f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.
Referências bibliográficas: f. 21-27.

1. Florestas - Medição. 2. Eucalipto - Crescimento -
Modelos matemáticos. 3. Análise de regressão. 4. Clonagem.
I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia
Florestal. Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal.
II. Título.

CDO adapt CDD 22. ed. 634.953

ALINE ARAÚJO FARIAS

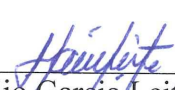
**USO DE REGRESSÃO QUANTÍLICA NA PREDIÇÃO DA PRODUÇÃO DE
POVOAMENTOS DE EUCALIPTO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

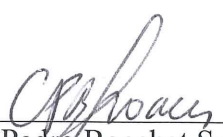
APROVADA: 12 de julho de 2018.



Gilson Fernandes da Silva



Helio Garcia Leite
(Coorientador)



Carlos Pedro Boechat Soares
(Orientador)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus.

Ao meu esposo, aos meus pais e às minhas irmãs, por todo apoio e incentivo.

Aos professores Carlos Pedro Boechat Soares e Helio Garcia Leite, pelos ensinamentos e pela paciência.

À Universidade Federal de Viçosa, à CAPES e ao Departamento de Engenharia Florestal, pelo suporte a esse trabalho.

Ao Alexandre Amorim e ao Dilson Garcia, pela atenção e prestatividade durante todo o Mestrado.

Aos meus antigos e novos amigos que fiz no DEF, pelos conhecimentos compartilhados e os bons momentos.

A todos que contribuíram e torceram por esse trabalho.

Muito obrigada!

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	v
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVO	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
3.1. Crescimento e produção	3
3.2. Modelagem de crescimento e produção	3
3.3. Estimação dos parâmetros das equações	5
4. MATERIAL E MÉTODOS.....	7
4.1. Descrição dos dados	7
4.2. Modelo de Clutter.....	8
4.3. Metodologia baseada no uso de regressão quantílica.....	10
4.3.1. Análises iniciais.....	10
4.3.2. Descrição da metodologia	10
4.4. Processo de validação.....	13
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	14
5.1. Análises iniciais.....	14
5.2. Modelo de Clutter.....	15
5.3. Validação.....	17
6. CONCLUSÕES	20
7. REFERÊNCIAS	21

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Curva de produção (A) - comportamento sigmoidal; Curvas de incremento corrente (IC) e incremento médio (IM) (B). Fonte: SOARES et al. (2011).	4
Figura 2 - Comportamento dos volumes observados em diferentes idades para o banco de dados da modelagem (A); volumes observados no banco de dados da validação (B).	8
Figura 3 - Localização do volume da parcela em relação aos volumes do banco de dados da modelagem do crescimento e produção, aos 29 meses de idade.	12
Figura 4 - Curvas dos incrementos médios mensais (IMM) e incrementos correntes mensais (ICM).....	13
Figura 5 - Dispersão dos dados observados e tendência esperada dos volumes das parcelas.....	14
Figura 6 - Gráficos dos volumes e áreas basais observados e estimados e dos erros relativos para o modelo de Clutter.	17
Figura 7 - Gráficos dos erros relativos e dos volumes observados e estimados pela regressão quantílica e modelo de Clutter.	19

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Classes de solo presentes nos plantios de eucalipto da COPENER FLORESTAL Ltda., localizados no município de Inhambupe, norte da Bahia.	9
Tabela 2. Estatísticas para avaliar a precisão das metodologias utilizadas para a projeção dos volumes.....	18

RESUMO

FARIAS, Aline Araújo, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2018. **Uso de regressão quantílica na predição da produção de povoamentos de eucalipto.** Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares. Coorientador: Helio Garcia Leite.

A análise de regressão é fundamental na mensuração florestal para ajustar equações e prever atributos de árvores, tais como, peso, altura, volume e a produção presente e futura por unidade de área das florestas equiâneas ou inequiâneas. Entretanto, quando os dados apresentam dispersão elevada em torno da média da variável de interesse, pode ocorrer problemas de estimação, sendo recomendado o uso de outros métodos além dos mínimos quadrados ordinários (MQO). Assim, o objetivo desse trabalho foi avaliar o uso de regressão quantílica na modelagem da produção de povoamentos de eucalipto. Além disso, objetivou-se prever o volume/hectare com base em projeções para diferentes percentis da distribuição dos volumes, e comparar essas estimativas com as obtidas por meio do modelo de Clutter (1963). Os dados foram provenientes de plantios clonais de *Eucalyptus grandis* x *E. urophylla*, localizados no norte da Bahia, com idades entre 20 a 89 meses. O conjunto total de parcelas permanentes foi dividido em 53 parcelas, destinadas ao processo de modelagem, e 56 parcelas, para a validação. Os ajustes das equações do modelo de Clutter e da regressão quantílica foram realizados empregando-se o *software* estatístico R. Os sistemas de projeção dos volumes, isto é, Clutter e regressão quantílica, foram avaliados com base em gráficos de dispersão do erro relativo e gráficos dos volumes observados versus estimados, bem como por meio das estatísticas BIAS (%) e raiz quadrada do erro médio (RQEM%). No processo de validação, as projeções de volume por meio da regressão quantílica, da idade inicial de 29 até 89 meses de idade, resultaram em maior precisão e exatidão das estimativas em relação às obtidas através do modelo de Clutter. Sendo assim, a regressão quantílica mostrou-se eficiente para prever e projetar volumes para diferentes idades de um povoamento florestal.

ABSTRACT

FARIAS, Aline Araújo, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2018. **Use of quantile regression in predicting the production of eucalyptus stands.** Advisor: Carlos Pedro Boechat Soares. Co-advisor: Helio Garcia Leite.

Regression analysis is fundamental in forest mensuration to fit equations and predict tree attributes such as weight, height, volume, and present and future yield per unit area of even-aged or uneven-aged stands. However, when data show high dispersion around the mean of the variable of interest, estimation problems may occur. Therefore, it is recommended to use methods other than the ordinary least squares (OLS). Thus, the objective of this work was to evaluate the use of quantile regression in modeling the production of eucalyptus stands. In addition, we aimed to predict volume/hectare based on projections for different percentiles of volume distribution, and compare these estimates with those obtained using the Clutter model (1963). The data set used originates from clonal plantations of *Eucalyptus grandis* x *E. urophylla*, located in the north of Bahia, aged between 20 and 89 months. The total set of permanent plots was divided in 53 plots, allocated for the modeling process, and 56 plots for validation. The fittings of the equations of Clutter model and quantile regression were performed using statistical *software R*. The volume projection methods, that is Clutter and quantile regression, were evaluated from scatter plots of the relative error and graphs of the observed versus estimated volumes, as well as by the following statistics: mean bias error (BIAS %) and root mean square error (RMSE %). In the validation process, the volume projections by quantile regression, from the initial age of 29 to 89 months old, resulted in greater precision and accuracy of the estimates compared to those obtained by Clutter model. Thus, the quantile regression demonstrated efficiency to predict and project volumes for different ages of a forest stand.

1. INTRODUÇÃO

Na mensuração florestal, a técnica mais empregada para modelar a relação entre variáveis é a regressão (linear e não linear), por meio da qual são ajustadas equações para prever atributos (variáveis) de árvores, como por exemplo, peso, altura e volume e a produção presente e futura por unidade de área das florestas, sejam elas equiâneas ou inequiâneas.

Nos modelos de regressão, as estimativas dos parâmetros dos modelos lineares normalmente são obtidas pela solução do sistema de equações normais, considerando a minimização da soma do quadrado dos erros (Mínimos Quadrados Ordinários) (CAMPOS; LEITE, 2017). No caso de modelos não lineares, as estimativas são obtidas por algum método de aproximações sucessivas ou técnica de otimização numérica, utilizando algoritmos, os quais se baseiam na aproximação chamada regressão linearizada.

Pela natureza dos dados, podem ocorrer violações de pressuposições básicas do modelo clássico de regressão linear, as quais implicam na ineficiência (não possuem menor variância) e tendenciosidade dos estimadores dos parâmetros dos modelos, na impossibilidade de aplicação de testes estatísticos para a verificação de hipóteses acerca dos parâmetros (GUJARATI; PORTER, 2011).

Neste caso, são utilizadas alternativas para minimizar ou resolver estes problemas como a transformação dos dados ou o uso do método dos mínimos quadrados ponderados (DRAPER; SMITH, 1981; GUJARATI; PORTER, 2011), adequando os dados ao modelo clássico de regressão linear. Outra metodologia utilizada é a aplicação de modelos lineares e não lineares mistos ou generalizados, nos quais a estimação dos parâmetros é realizada considerando a função de probabilidade mais adequada à distribuição da variável resposta, bem como a matriz completa de variâncias e covariâncias (McCULLAGH; NELDER, 1989; CALEGÁRIO et al., 2005; CORDEIRO; DEMÉTRIO, 2011).

Há ainda situações em que os dados apresentam dispersão elevada em torno do valor médio da variável de interesse e algumas observações apresentam valores muito discrepantes em relação aos demais valores observados. Neste caso, de acordo com Koenker e Basset (1978), o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (regressão pela média) é extremamente sensível a valores discrepantes, tornando os

seus estimadores pouco precisos, sendo recomendado, nesta situação, o uso da Regressão Quantílica (RQ) (regressão pela mediana).

Assim sendo, observa-se um vasto campo de estudo, considerando os diferentes métodos de estimação que podem ser aplicados na mensuração florestal, objetivando a obtenção de estimativas precisas dos recursos florestais e, conseqüentemente, o manejo adequado destes recursos.

2. OBJETIVO

Diante do exposto anteriormente, o objetivo geral deste trabalho foi avaliar o uso de regressão quantílica na modelagem da produção de povoamentos de eucalipto.

Especificamente, este trabalho teve por objetivos: a) propor uma metodologia para predizer o volume por hectare, baseando-se em projeções para diferentes percentis da distribuição dos volumes; e b) comparar as estimativas de volume por hectare obtidas com a metodologia proposta com as estimativas obtidas pelo modelo de Clutter (1963).

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Crescimento e produção

As funções ou modelos de crescimento descrevem a mudança no tamanho de um indivíduo ou população no tempo. A seleção de funções de crescimento apropriadas para modelagem de árvores e povoamentos é um aspecto importante no desenvolvimento de modelos de crescimento e produção (BURKHART, 2012).

De acordo com Campos e Leite (2017), o crescimento do tronco de uma árvore é um processo o qual a principal característica é a adição de novas camadas de lenho ao longo do material lenhoso, ocasionando mudanças na sua forma e no seu tamanho. A produção, por sua vez, é o resultado da quantidade total de volume, ou outras variáveis tais como área basal, acumuladas num determinado tempo.

O crescimento, ou incremento, de um povoamento florestal pode ser expresso pelo incremento corrente anual (ICA), incremento médio anual (IMA), incremento periódico (IP) e incremento periódico anual (IPA). Já a produção, ou crescimento acumulado, pode ser calculado por meio da produção líquida (Y_l) ou da produção bruta (Y_b) (CAMPOS; LEITE, 2017).

Tendo-se como referência uma equação para predizer a produção em volume, é possível obter as estimativas de IMA e ICA, por derivação, e construir as respectivas curvas, conforme apresentadas na Figura 1.

3.2. Modelagem de crescimento e produção

Diversos são os modelos de crescimento e produção existentes no setor florestal, que podem ser classificados de acordo com o nível de detalhes que eles fornecem. Um modelo pode ser considerado do tipo povoamento total, de árvores individuais e de distribuição de diâmetros (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL et al., 2011).

Modelos de crescimento e produção em nível de povoamento estimam o crescimento, e ou, a produção a partir de atributos em nível de povoamento, como idade, área basal e índice de local (CLUTTER et al., 1983; CAMPOS; LEITE, 2013). Segundo Vanclay (1994), os modelos do tipo povoamento total não apresentam detalhes em nível de árvores individuais do povoamento.

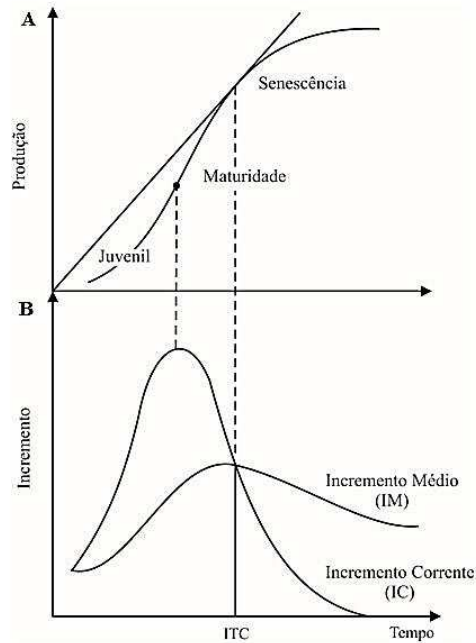


Figura 1 - Curva de produção (A) - comportamento sigmoidal; Curvas de incremento corrente (IC) e incremento médio (IM) (B). Fonte: SOARES et al. (2011).

Campos e Leite (2017) apresentaram modelos de crescimento e produção nesse nível de abordagem, com destaque para o modelo de Clutter (1963), modelo de crescimento e produção do tipo povoamento total muito difundido e avaliado em vários estudos (SOARES et al., 1988; OLIVEIRA, 2007; BEZERRA, 2009; SALLES, 2010; VEGA, 2018).

Os modelos de distribuição diamétrica (MDD) fornecem informações sobre a estrutura do povoamento (VANCLAY, 1994), cuja característica principal é o emprego de uma função densidade de probabilidade, como as funções Sb-Johnson, Gama e Weibull, sendo geralmente empregada a função Weibull (CAMPOS; LEITE, 2017).

Entre os trabalhos realizados no Brasil avaliando ou desenvolvendo este modelo, destacam-se os estudos de Nogueira et al. (2001), Leite et al. (2005) e Binoti et al. (2012) para determinação da idade técnica de desbaste para povoamentos de *Eucalyptus* sp. e avaliação de um MDD para clones de eucalipto após o desbaste. Além destes, o modelo de Weibull tem sido utilizado para prognose da produção de *Pinus* sp. (SCOLFORO, 1990; ACERBI Jr. et al., 2002; EISFELD et al., 2005; SCHNEIDER et al., 2008), para avaliação da distribuição diamétrica

de *Tectona grandis* (LEITE, 2006; NOGUEIRA, 2006; BINOTI, 2011) e de clones de eucalipto em sistemas agrossilvipastoris (LOPES, 2007; BINOTI, 2012).

Além dos modelos com base na função densidade de probabilidade, existem os modelos de distribuição diamétrica da floresta baseados em matrizes de probabilidades de transição (Cadeia de Markov) (SOARES et al., 2009). A cadeia de Markov é um processo estocástico que consiste em uma sequência de estados, em que a transição de um estado para o outro ocorre segundo certa probabilidade. Tal probabilidade de transição depende apenas do estado na qual o fenômeno se encontra e do estado posterior (BRUNER; MOSER, 1973; HILLIER; LIEBERMAN, 2001). Os modelos de distribuição de diâmetros com base no processo Markoviano têm sido utilizados em florestas inequânneas (BRUNER; MOSER, 1973; HIGUCHI, 1987; AZEVEDO et al., 1995) e equânneas (SOARES et al., 2009).

O método do tempo de passagem é uma outra alternativa que permite descrever a dinâmica do crescimento diamétrico de uma floresta inequânnea, e baseia-se na verificação da mudança das árvores nas classes de diâmetro (SOUZA et al., 1993).

A abordagem mais detalhada é a dos modelos de árvores individuais, os quais utilizam as árvores como unidade de modelagem (VANCLAY, 1994). De acordo com Campos e Leite (2017), os modelos de árvores individuais são sistemas construídos com base em uma equação para a projeção de diâmetro, de uma função de mortalidade e de uma função de crescimento para a altura. No Brasil, trabalhos como os de Chassot (2009), Martins (2011), Castro (2014), Silva (2015) e Reis (2016) retratam o uso dos modelos de árvores individuais para modelagem do crescimento, produção, mortalidade e/ou índices de competição em povoamentos de eucalipto, *Araucaria angustifolia* e florestas estacionais semidecíduais.

3.3. Estimação dos parâmetros das equações

A análise de regressão, segundo Gujarati e Porter (2011), estuda a dependência de uma variável, a variável dependente (Y), em relação a uma ou mais variáveis, as variáveis explanatórias (X), com a finalidade de estimar e/ou prever o valor médio de Y em termos dos valores conhecidos ou fixados das variáveis independentes.

Para isso, torna-se necessário conhecer a tendência de distribuição dos dados da variável dependente em relação às variáveis explanatórias para especificar corretamente o modelo que irá descrever esta relação e, conseqüentemente, obter as estimativas dos parâmetros deste modelo (BUSSAB; MORETTIN, 2013).

As estimativas dos parâmetros de um dado modelo podem ser obtidas por meio de diversos métodos, entre eles: o método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e o método da máxima verossimilhança (MV) que, segundo Gujarati e Porter (2011), é um método no qual é preciso inferir sobre a distribuição de probabilidade do termo de erro (u_i).

Pela facilidade computacional, por permitir estimar a média condicional e por possuir um estimador de mínima variância entre os estimadores não viesados para o caso em que a distribuição da variável resposta é gaussiana (normal) (KOENKER; BASSET, 1978), o método dos Mínimos Quadrados Ordinário (MQO) tem sido preferido no ajuste de equações em diversas áreas do conhecimento, inclusive na Ciência Florestal, onde ele é amplamente empregado no ajuste de equações de volume, de índice de local, relações altura diâmetro, entre outras.

Entretanto, ainda de acordo com Koenker e Basset (1978), o método MQO (regressão pela média) é extremamente sensível a valores discrepantes, tornando os seus estimadores pouco precisos neste caso. Segundo os autores, a Regressão Quantílica (RQ) (regressão pela mediana) é mais robusta na presença destes valores, bem como possui outras vantagens sobre o método MQO, como: pode ser utilizada quando os dados não seguem a distribuição normal; seus estimadores são mais eficientes quando os erros não possuem distribuição normal; e há a facilidade de estimação dos parâmetros dos modelos, uma vez que a RQ pode ser representada como um modelo de programação linear (minimização dos erros absolutos).

Além disso, a regressão quantílica é um método para estimar as relações funcionais entre as variáveis ao longo de toda a distribuição de probabilidade, permitindo uma visão mais completa em relação às possíveis causas da relação entre as variáveis nos processos ecológicos (Cade e Noon, 2003).

De acordo com Silva (2003), o método da regressão quantílica utiliza estimativas para os quantis condicionais de interesse da variável dependente, ao invés de uma única regressão para a média.

Diversas são as aplicações da regressão quantílica (CADE; GUO, 2000; ALLEN et al., 2001; SILVA, 2003; CADE; NOON, 2003; SILVA, 2006; BOHORA; CAO, 2014; ARAÚJO Jr., 2016):

- a) Situações em que a distribuição de resíduos apresenta assimetria ou heterocedasticidade, pois a média condicional não capta informações precisas da relação entre Y e X. Assim, o uso da regressão quantílica permite abranger de forma mais completa as informações contidas em Y e X;
- b) Pode ser utilizada quando a distribuição dos erros não é gaussiana;
- c) Uso em estudos ecológicos em que a distribuição estatística dos dados apresenta variações desiguais, devido interações complexas que afetam os organismos e que não são medidas ou incluídas nos modelos estatísticos;
- d) Estudo do impacto de medidas de desenvolvimento financeiro na distribuição condicional de medidas de crescimento econômico;
- e) Mudanças na composição da vegetação associadas com práticas de conservação agrícola;
- f) Estudo de auto desbaste;
- g) Predição do crescimento em diâmetro de *Pinus Taeda* L. no setor florestal.
- h) Obtenção de curvas de índice de local para povoamentos de eucalipto.

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1. Descrição dos dados

Este trabalho foi realizado com dados provenientes de povoamentos de eucalipto localizados no norte da Bahia. A região possui um gradiente grande de precipitação, que varia entre 800 e 1.250 mm anuais e diferentes tipos de solos: Podzólico, Latossolo, Areia Quartzosa e Argissolo.

Foram utilizados dados de plantios clonais *Eucalyptus grandis* × *E. urophylla*, plantados no espaçamento 3,0 x 2,0 m e obtidos de medições de 133 parcelas permanentes circulares de 472 m² de área, em povoamentos com idades entre 20 e 89 meses. O conjunto total de parcelas foi dividido, constituindo duas bases de dados, tal que 53 parcelas foram utilizadas na modelagem e 56 parcelas foram utilizadas no processo de validação.

Tanto o banco de dados destinado à modelagem quanto o banco de dados destinado à validação apresentaram representantes de todos os talhões amostrados. As parcelas referentes à modelagem foram representadas por números pares e as parcelas designadas ao processo de validação foram indicadas por números ímpares.

O comportamento dos volumes observados no banco de dados da modelagem e validação encontra-se representado na figura 2.

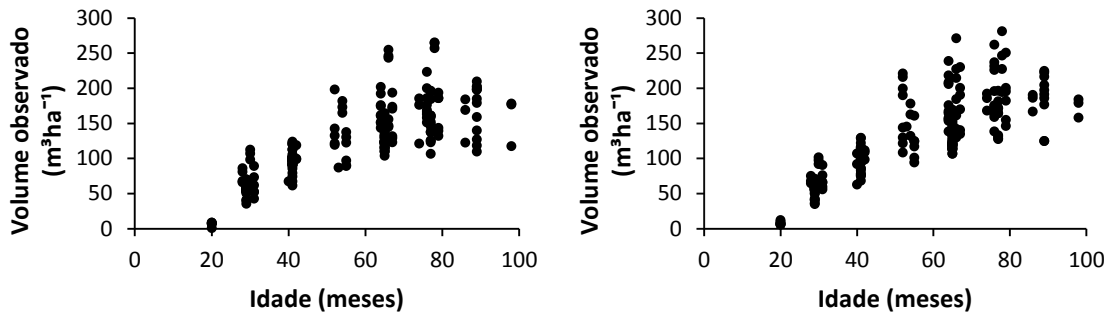


Figura 2 - Comportamento dos volumes observados em diferentes idades para o banco de dados da modelagem (A); volumes observados no banco de dados da validação (B).

As parcelas se localizavam em regiões com diferentes precipitações médias anuais, distribuídas em 6 classes: 850, 900, 950, 1000, 1100, 1200 mm, e distribuídas em 13 classes de solo, conforme classificação fornecida pela empresa (Tabela 1).

4.2. Modelo de Clutter

As estimativas dos parâmetros referentes ao modelo de Clutter (1963), descrito a seguir, foram obtidas utilizando a base de dados separadas para a modelagem:

$$\begin{cases} \ln V_2 = \beta_0 + \frac{\beta_1}{I_2} + \beta_2 S + \beta_3 \ln B_2 + \varepsilon \\ \ln B_2 = \ln B_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S + \varepsilon \end{cases} \quad (1)$$

em que:

\ln = logaritmo neperiano;

S = índice de local, em m;

B_1 = área basal atual ou corrente, em m^2ha^{-1} ;

B_2 = área basal futura, em m^2ha^{-1} ;

V_2 = volume futuro com casca até 4 cm de diâmetro, em m^3ha^{-1} ;

I_1 = idade atual ou corrente, em meses;

I_2 = idade futura, em meses;

β_0 a β_3 , α_0 e α_1 = parâmetros do modelo;

ε = erro aleatório.

Tabela 1 - Classes de solo presentes nos plantios de eucalipto da COPENER FLORESTAL Ltda., localizados no município de Inhambupe, norte da Bahia.

Classe de Solo	Sigla
Areia quartzosa	AQ2
Latossolo amarelo distrófico	LAD1
Latossolo vermelho distrófico	LVD1
Argissolo amarelo distrófico	PAD1, PAD7, PAD29, PAD38, PAD43
Argissolo amarelo	PALD4
Podzólico vermelho escuro distrófico	PED1, PED4, PED5
Podzólico vermelho amarelo distrófico	PVLD1

O ajuste foi realizado por meio do Método dos Mínimos Quadrados em dois estágios (GUJARATI; PORTER, 2011), utilizando o *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014). A precisão das equações de volume e área basal foram avaliadas por meio do coeficiente de determinação (R^2) e erro padrão residual absoluto ($S_{y.x}$) e em porcentagem ($S_{y.x} \%$), bem como da análise gráfica da dispersão dos valores observados destas variáveis em relação aos valores estimados e do erro relativo.

4.3. Metodologia baseada no uso de regressão quantílica

4.3.1. Análises iniciais

Inicialmente, com os dados selecionados para modelagem, elaborou-se um gráfico de distribuição dos volumes com casca por hectare, totalizados até um diâmetro limite de 4 cm, em relação às idades em que foram realizadas as medições, com o objetivo de conhecer a tendência e a dispersão dos dados.

Em seguida, ajustou-se diferentes equações, sendo selecionada a equação referente ao modelo a seguir (Weibull) para descrever a tendência esperada dos volumes de cada uma delas e observar o comportamento gráficos desta distribuição:

$$Y = \beta_0 - \beta_1 \exp(-\exp(-\beta_2) I^{\beta_3} + \varepsilon) \quad (2)$$

em que: \exp = exponencial; Y = volume com casca até 4 cm de diâmetro, em m^3ha^{-1} ; I = idade, em meses; β_0 e β_3 = parâmetros do modelo; ε = erro aleatório.

Esta análise foi importante para verificar se as curvas de produções esperadas por parcela apresentavam ou não tendência de um feixe de retas paralelas, à semelhança de curvas geradas pelo método de regressão quantílica, mostrando a possibilidade do uso deste método de estimação para predizer o volume dos plantios de eucalipto.

Os gráficos foram elaborados e as equações foram ajustadas pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários, utilizando o *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014).

4.3.2. Descrição da metodologia

Em um IFC (Inventário Florestal Contínuo), parcelas permanentes localizadas em plantios de diferentes idades e condições de produtividade são medidas e obtidas as respectivas estimativas de volume por hectare, entre outras estimativas.

Além de possibilitar conhecer as estimativas dos estoques presentes nos plantios, essas estimativas são utilizadas para predizer as produções em volume para idades posteriores por meio de modelos de crescimento e produção, para subsidiar o manejo desses plantios (CAMPOS; LEITE, 2017).

A descrição da metodologia apresentada anteriormente é um padrão utilizado em empresas do setor florestal, em diferentes regiões do Brasil. No entanto, nesse estudo, é apresentada uma proposta de metodologia semelhante a essa abordagem tradicional, mas que se baseia no seguinte raciocínio:

- 1) De posse da idade das árvores em uma dada parcela e do estoque em volume por hectare obtido no IFC, classifica-se este volume no respectivo percentil de distribuição dos dados da modelagem do crescimento, considerando parcelas na mesma idade de medição;
- 2) Definido o percentil em que se encontra esse dado volume por hectare, ajusta-se uma curva de produção, referente a um dado modelo de crescimento e produção, por meio da regressão quantílica, considerando o referido percentil;
- 3) De posse da equação ajustada, substitui-se as idades futuras na equação e obtém-se as projeções das produções em volume.

As estimativas dos parâmetros da equação por meio da regressão quantílica podem ser obtidas pelo método Simplex utilizando a biblioteca *quantreg* (KOENKER, 2013), do software R (R CORE TEAM, 2014), tal que:

$$\text{Min } n^{-1} \sum_{i=1}^n \rho_{\theta}(Y_t - X' \beta)$$

em que: ρ é uma função de “check”, definida por:

$$\rho_{\theta}(u) = \begin{cases} qu & u \geq 0 \\ (q - 1)u & u < 0 \end{cases}$$

tal que: q é um dado percentil e u igual ao erro ou resíduo.

Repetindo-se esta sequência para todas as parcelas do inventário é possível projetar os volumes para idades futuras, de forma independente para cada uma delas, à semelhança dos modelos de crescimento tradicionais.

Em função da classificação dos volumes por hectare nos respectivos percentis, dentro do conjunto de parcelas em mesma idade, aqueles que apresentarem maior percentil estariam em sítios de maior capacidade produtiva e os de menor percentil, em menor capacidade produtiva, não sendo necessário incluir uma variável para expressar (ou diferenciar) as produções por classe de produtividade.

Por exemplo, seja uma parcela cujas árvores possuem 29 meses de idade e que a produção em volume por hectare nesta idade seja de 34,87 m³ha⁻¹.

Considerando que este volume se enquadra na seguinte distribuição dos volumes no banco de dados da modelagem do crescimento e produção (Figura 3), ele seria classificado no percentil 0,02 ou de 2%.

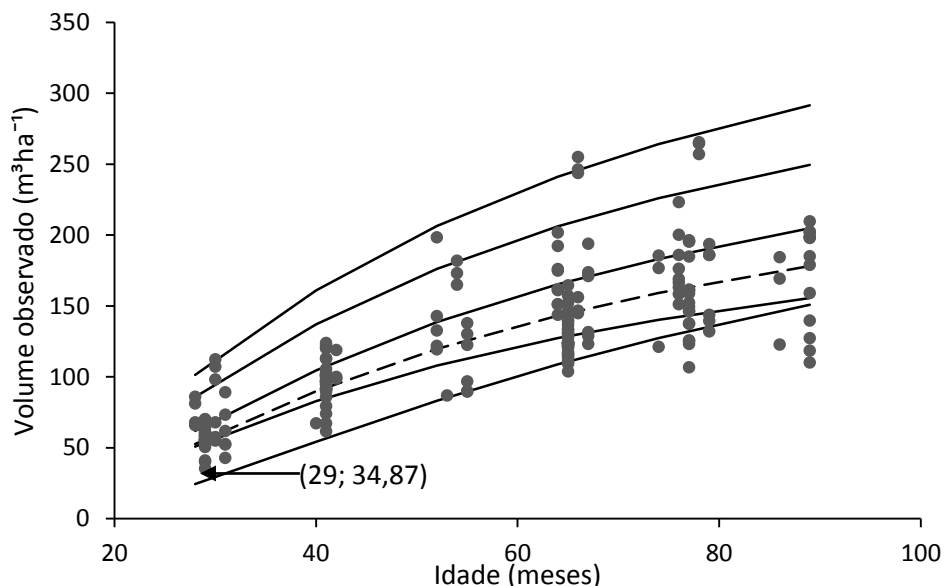


Figura 3 - Localização do volume da parcela em relação aos volumes do banco de dados da modelagem do crescimento e produção, aos 29 meses de idade.

Considerando que a equação para projetar os volumes para um percentil de 2% ($\tau=0,02$), seja a seguinte:

$$\hat{V} = 110,014 - 83,386 \exp(-\exp(-12,904) I^{3,309}) \quad (3)$$

Substituindo-se as idades de 41, 53, 65 e 77 meses na equação, obtém-se as seguintes projeções de volume por hectare: 61,43; 86,44; 103,04; 108,94 m^3ha^{-1} , respectivamente.

Projetando os volumes para diferentes idades com a equação anterior e calculando os incrementos médios mensais (IMM) e incrementos correntes mensais (ICM), obtém-se as curvas características dos incrementos, com ponto de máxima produtividade média aos 57 meses de idade (Figura 4).

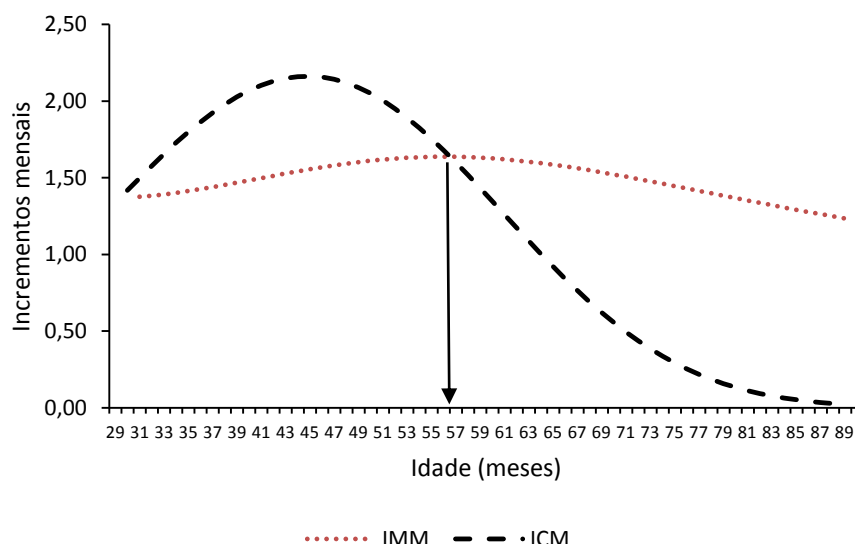


Figura 4 - Curvas dos incrementos médios mensais (IMM) e incrementos correntes mensais (ICM).

4.4. Processo de validação

As equações ajustadas referentes ao modelo de Clutter (1963) foram utilizadas no processo de validação (com a base de dados independentes) para verificar a precisão das projeções das produções em volume por hectare. As projeções foram realizadas para cada parcela considerando a idade inicial de medição das parcelas (I_1) igual a 29 meses até a idade final de 89 meses.

De forma semelhante à metodologia descrita no Material e Métodos (4.3.2.), os volumes por hectare das parcelas na base de dados da validação, na idade de 29 meses, foram classificados em seus respectivos percentis para que as equações referentes ao seguinte modelo: $Y = \beta_0 - \beta_1 \cdot \exp(-\exp(-\beta_2) \cdot I^{\beta_3} + \varepsilon)$ fossem ajustadas para cada parcela e as projeções dos volumes fossem realizadas também até a idade de 89 meses.

Desta forma, foi possível avaliar os sistemas de projeção dos volumes (modelo de Clutter e regressão quantílica) em um mesmo período de projeção. Para isso, foram utilizados gráficos de dispersão do erro relativo e dos volumes observados versus estimados, bem como as estatísticas BIAS (%) e raiz quadrada do erro médio, expresso em porcentagem da média (RQEM%) (CRECENTE-CAMPO et al., 2010; RIBEIRO et al., 2016).

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Análises iniciais

Os volumes por hectare das parcelas selecionadas para a modelagem apresentam uma maior dispersão para as idades maiores (Figura 5). As tendências esperadas das produções em volume por hectare das parcelas, obtidas pelo ajuste de equações referentes ao modelo: $Y = \beta_0 - \beta_1 \exp(-\exp(-\beta_2) I^{\beta_3} + \varepsilon)$, mostram que as parcelas que possuem menores volumes na idade inicial (29 meses) apresentam menores volumes em idades maiores, de tal forma que o conjunto de curvas ajustadas se assemelham a um feixe de curvas paralelas, à semelhança daquelas obtidas para diferentes percentis da distribuição dos volumes, utilizando regressão quantílica.

Cabe destacar que nem todas as parcelas tiveram suas tendências dos volumes especificadas, haja vista o baixo número de observações que impediu o ajuste das equações. Essa é uma das limitações da regressão quantílica, ou seja, o baixo número de observações nos extremos das distribuições dos dados pode dificultar o ajuste de equações para percentis menores e maiores.

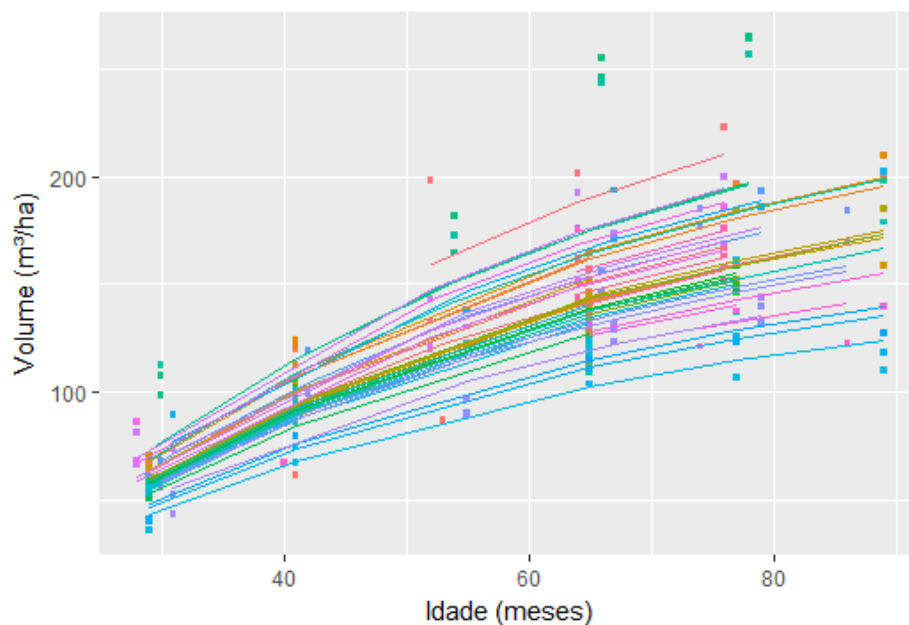


Figura 5 - Dispersão dos dados observados e tendência esperada dos volumes das parcelas.

O método da regressão quantílica implica que uma árvore ou parcela mantém a sua posição relativa dentro do povoamento ao longo dos anos. Assim, a árvore ou parcela não é identificada durante a projeção do crescimento e produção, mas é inferido que ela permaneça na mesma tendência de crescimento ao longo do tempo, processo oposto à metodologia empregada para modelos com efeitos mistos (BOHORA e CAO, 2014).

5.2. Modelo de Clutter

O ajuste do modelo de Clutter para prever o volume futuro (V_2) e a área basal futura do povoamento (B_2) resultou no seguinte conjunto de equações:

$$\ln V_2 = 1,708874 - 18,47596 I_2^{-1} + 0,019494 S + 1,146139 \ln B_2 \quad (4)$$

$$R^2 = 0,9798; S_{y,x} = 7,03; S_{y,x} (\%) = 4,94$$

$$\ln B_2 = \ln B_1 (I_1 I_2^{-1}) + 3,286009 (1 - I_1 I_2^{-1}) \quad (5)$$

$$R^2 = 0,9490; S_{y,x} = 0,79; S_{y,x} (\%) = 5,23$$

Os valores de R^2 foram semelhantes aos observados por Soares (2004) e Vega (2018) ao ajustarem o modelo de Clutter para plantios de eucalipto. Contudo, os valores de $S_{y,x}$ obtidos nesse estudo foram menores aos observados pelos autores. Ao ajustar o modelo de Clutter, Miranda et al. (2014) obtiveram estimativas precisas e consistentes do ponto de vista biológico.

O parâmetro α_1 da equação para prever a área basal foi não significativo (p -valor $> 0,05$) e, portanto, foi retirado do ajuste. Salles et al. (2012) observou não significância e sinal inconsistente em parâmetros do modelo de Clutter, ajustado para clones de eucalipto em sistemas agroflorestais (SAF). Os autores sugerem que o referido modelo deva ser ajustado inicialmente em sua forma completa e, em seguida, reduzido com base na significância dos seus parâmetros, como o que foi realizado neste trabalho.

A não significância obtida para o parâmetro α_1 pode ser explicada pela presença de multicolinearidade. De acordo com Corrar et al. (2014), a multicolinearidade ocorre quando há correlação entre as variáveis independentes de uma regressão linear múltipla. Entretanto, o autor reforça que esta correlação

sempre existirá e que a multicolinearidade apenas se torna um problema quando presente em maior grau.

O alto grau de colinearidade pode ser verificado a partir do valor alto de R^2 , mas com a presença de um ou mais coeficientes angulares da regressão não significativos segundo o teste t; além disso, o modelo apresentará covariâncias e variâncias grandes detectadas a partir do FIV (Fator de Inflação da Variância) (GUJARATI; PORTER, 2011).

Diversos autores propõem algumas modificações no modelo de Clutter para prever a área basal e evitar o alto grau de colinearidade entre as variáveis independentes, tais como: a inclusão da variável precipitação pluviométrica defasada em um ano (SOARES, 1998), o uso da altura média das árvores do povoamento substituindo o índice de sítio (SOARES, 2004), a avaliação do modelo de Clutter na forma completa e reduzida para clones de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta (SALLES, 2012), o uso da área basal inicial em substituição ao índice de sítio (MIRANDA, 2014) e a adição de um componente espacial ao modelo de Clutter (PEREIRA, 2016).

A substituição do índice de sítio no modelo de Clutter, por Soares (2004) e Miranda (2014), está em acordo com o relatado por Spurr (1952) de que a produção florestal é melhor representada pela altura média e área basal das árvores do povoamento.

Os gráficos dos volumes e áreas basais por hectare observados e estimados, bem como os gráficos dos erros relativos mostram que as equações se ajustaram bem aos dados observados (Figura 6).

Soares et al. (2004) observaram a tendência de 45° para o gráfico de volume estimado e observado, ao ajustar o modelo de Clutter na forma original para povoamentos de eucalipto. Os autores verificaram uma tendência à subestimação das estimativas volumétricas a partir dos valores de $350 \text{ m}^3\text{ha}^{-1}$.

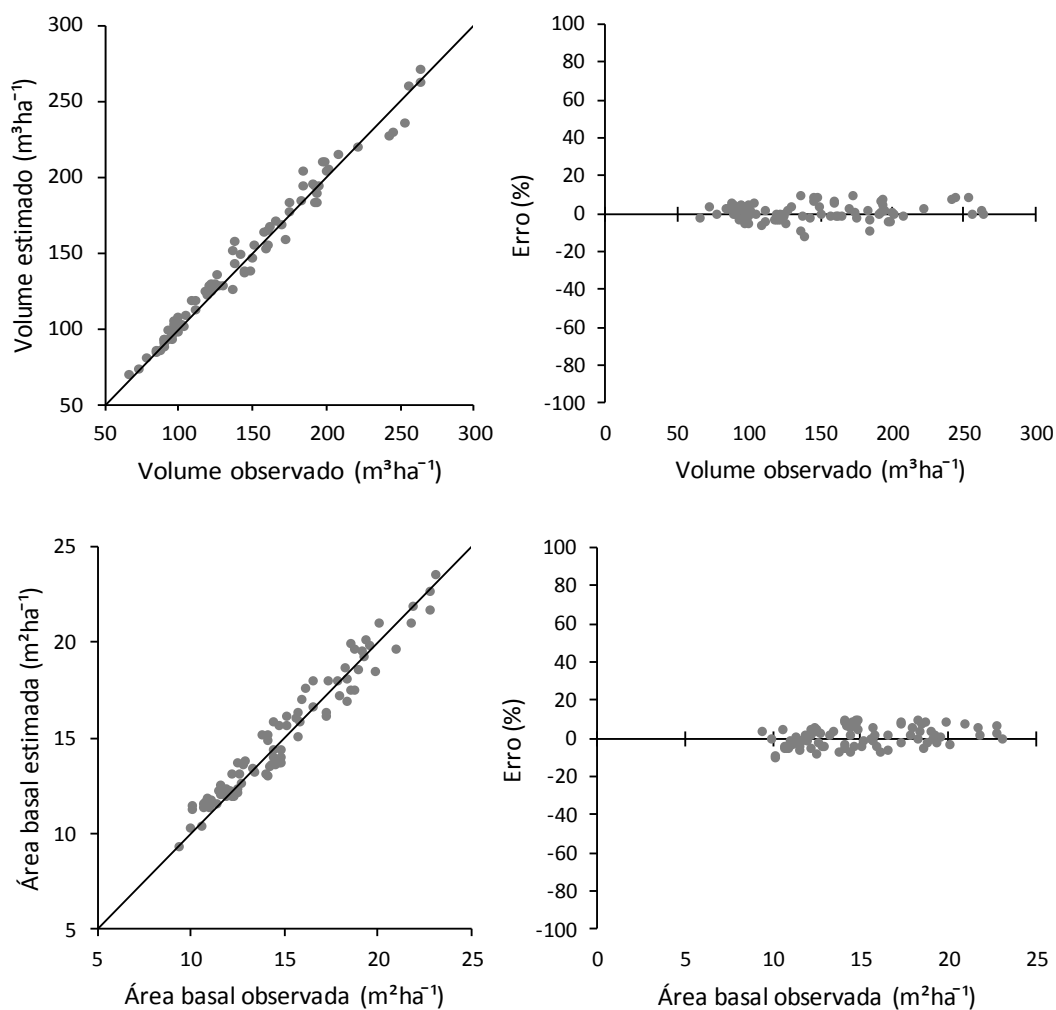


Figura 6 - Gráficos dos volumes e áreas basais observados e estimados e dos erros relativos para o modelo de Clutter.

5.3. Validação

Projetando-se os volumes das parcelas do banco de dados de validação, com idade inicial fixada em 29 meses e idades finais iguais a 41, 52, 64, 77 e 89 meses, observou-se que as projeções por meio da metodologia na qual foram ajustadas equações para cada parcela (regressão quantílica) resultaram em maior precisão das estimativas, em relação às obtidas pelo modelo de Clutter (Tabela 2).

Tabela 2 - Estatísticas para avaliar a precisão das metodologias utilizadas para a projeção dos volumes.

Estatísticas	Clutter (1963)	Regressão Quantílica
BIAS (%)	11,82	0,20
RQEM(%)	22,21	11,78

Mehtatalo et al. (2007), compararam o ajuste da regressão quantílica e de modelos de efeitos fixos e mistos para a predição de diâmetro de árvores por meio do RQEM e do BIAS em duas situações: na presença de medições prévias de diâmetros e quando há o conhecimento de apenas algumas variáveis do povoamento; tais como idade e diâmetro quadrático médio. Na ausência de medições de diâmetro, a regressão quantílica apresentou melhor ajuste em relação aos outros modelos.

Por outro lado, Özçelik et al. (2018), ao ajustar a regressão quantílica para a predição de altura de árvores de *Pinus brutia* e *Cedrus libani*, obtiveram resultados inferiores aos obtidos por meio do ajuste por modelos mistos calibrados.

Além de maior precisão das estimativas, a metodologia baseada na regressão quantílica também apresentou maior exatidão, conforme comportamento gráfico (Figura 7).

O gráfico de dispersão entre os volumes observados e os volumes estimados por meio do modelo de Clutter indicou maior distanciamento dos valores em relação à reta com ângulo de 45°, quando comparado ao gráfico referente à aplicação da regressão quantílica.

A distribuição gráfica dos erros relativos em relação à idade para o modelo de Clutter mostrou superestimação dos volumes, enquanto que, para a regressão quantílica, os erros estão mais bem distribuídos ao longo do intervalo de medições, tendendo à neutralização.

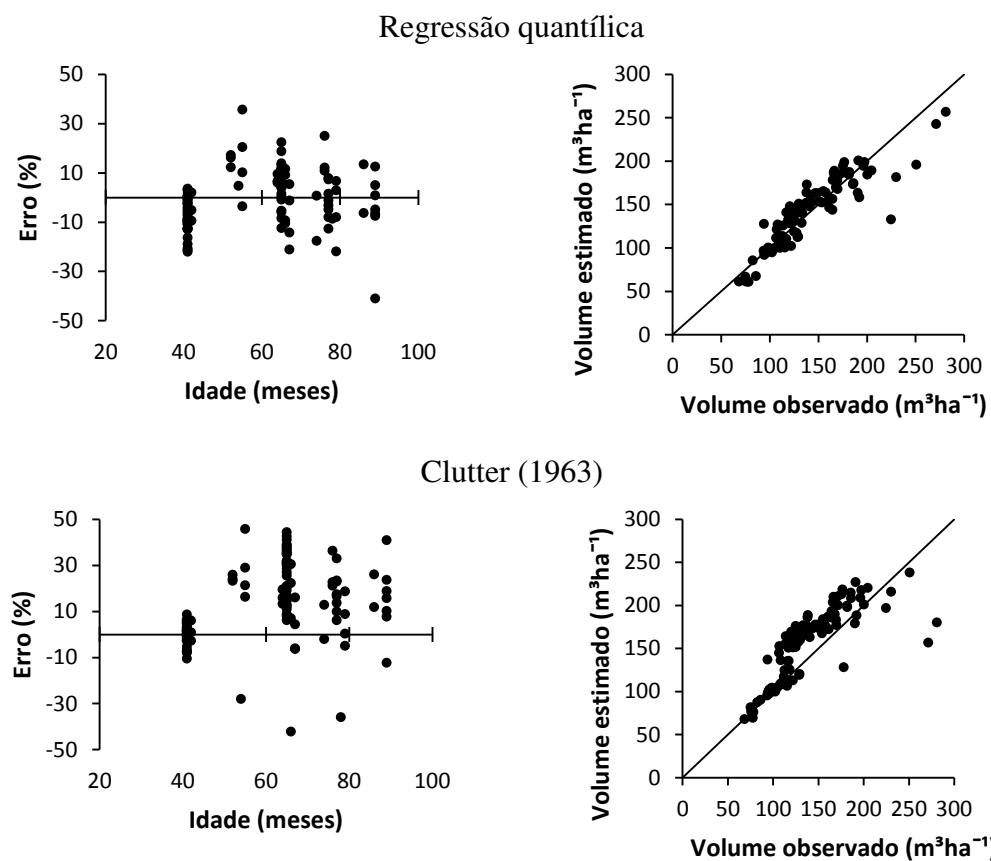


Figura 7 - Gráficos dos erros relativos e dos volumes observados e estimados pela regressão quantílica e modelo de Clutter.

6. CONCLUSÕES

A regressão quantílica mostrou-se eficiente para prever e projetar volumes para diferentes idades de um povoamento florestal. Além disso, esta nova técnica de modelagem do crescimento e da produção florestal fornece uma abordagem mais completa em relação aos ajustes com base na média volumétrica dos indivíduos do povoamento.

O ajuste por meio da regressão quantílica apresentou maior precisão e exatidão para as estimativas de volume em relação às estimativas obtidas pelo modelo de Clutter. Assim, a definição da idade técnica de corte, através da geração de curvas de incrementos médios e correntes mensais, será mais precisa.

A regressão quantílica para a predição da produção deve ser utilizada quando os dados de volume de árvores seguem a mesma tendência de crescimento ao longo do tempo, ou seja, parcelas com menores volumes na idade inicial devem apresentar menores volumes em idades avançadas, seguindo a ideia proposta pelo método: gerar um feixe de curvas em diferentes percentis.

7. REFERÊNCIAS

- ACERBI JR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MAESTRI, R. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002.
- ALLEN, A. W.; CADE, B. S.; VANDEVER, M. W. Effects of emergency haying on vegetative characteristics within selected conservation reserve program fields in the northern Great Plains. **Journal of Soil and Water Conservation**, v. 56, n. 2, p.120-125, 2001.
- ARAÚJO Jr., C. A.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G. Curvas de índices de local em povoamentos de eucalipto obtidas por regressão quantílica. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 51, n. 6, p.720-727, 2016.
- AZEVEDO, C. P.; SOUZA, A. L.; JESUS, R. M. Um modelo de matriz de transição para prognose do crescimento de um povoamento natural remanescente não manejado de mata Atlântica. **Revista Árvore**, v. 19, n. 2, p.187-199,1995.
- BEZERRA, A. F. **Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste**. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2009.
- BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R.; CRUZ, J. P. Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 34, n. 1, p. 147-156, 2010.
- BINOTI, D. H. B.; SILVA, M.; LEITE, H. G.; MELIDO, R. C. N; SANTOS, F. Descrição da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris utilizando as funções Weibull e Hiperbólica. **Revista Árvore**, v. 36, n. 2, p. 349-356, 2012.
- BOHORA, S. B.; CAO, Q. V. Prediction of tree diameter growth using quantile regression and mixed-effects models. **Forest ecology and management**, v. 319, p. 62-66, 2014.

BRUNER, H. D.; MOSER JR, J. W. A Markov chain approach to the prediction of diameter distributions in uneven-aged forest stands. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 3, n. 3, p. 409-417, 1973.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer, 2012. 461p.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P.A. **Estatística básica**. 8.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. 540 p.

CADE, B. S.; GUO, Q. Estimating effects of constraints on plant performance with regression quantiles. **Oikos**, v. 91, n. 2, p.245-254, 2000.

CADE, B. S.; NOON, B. R. A gentle introduction to quantile regression for ecologists. **Frontiers in Ecology and the Environment**, v. 1, n. 8, p.412-420. 2003.

CALEGARIO, N.; MAESTRI, R.; LEAL, C. L.; DANIELS, R. F. Estimativa do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos não lineares em multinível de efeito misto. **Ciência Florestal**, v. 15, n. 3, p. 285-292, 2005.

CAMPOS, J. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. 5ª ed. Viçosa: UFV, 2017. 632p.

CASTRO, R., V. O.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; SOUZA, A. L.; MARTINS, F. B.; NOGUEIRA, G. S.; OLIVEIRA, M. L. R.; SILVA, F. Competição em nível de árvore individual em uma floresta estacional semidecidual. **Silva Lusitana**, v. 22, p. 43-66, 2014.

CHASSOT, T. **Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de Araucaria angustifolia (Bertol.) Kuntze na Floresta Ombrófila Mista**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2009.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest science**, v. 9, n. 3, p. 354-371, 1963.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. 3th ed. New York: J. Willey, 1983. 333p.

CORDEIRO, G. M.; DEMETRIO, C. G. B. **Modelos lineares generalizados e extensões**. 2011. (à publicar).

CORRAR, L. J.; PAULO, E.; DIAS FILHO, J. M. **Análise Multivariada: para os cursos de Administração, Ciências Contábeis e Economia**. 1ª ed. São Paulo: Atlas, 2014. 541p.

CRECENTE-CAMPO, F.; SOARES, P.; TOMÉ, M.; DIEGUÉZ-ARANDA, U. Modelling annual individual-tree growth and mortality of Scot pine with data obtained at irregular measurement intervals and containing missing observations. **Forest Ecology Management**, v. 260, p. 1965-1974, 2010.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 2 ed. New York: John Willey and Sons, 1981. 709p.

EISFELD, R. L.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MAESTRI, R.; WEBER, K. S. Modelagem do crescimento e da produção de Pinus taeda L. por meio de função probabilística. **Floresta**, v. 35, n. 2, 2005.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria Basica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2011.

HIGUCHI, N. Short-term growth of an undisturbed tropical moist forest in the Brazilian Amazon. Thesis (PhD in Forestry) - Michigan State University. Michigan, 1987.

HILLER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Markov chains. **Introduction to operations research**. 3. ed. San Francisco: Holden-Day, p. 675-682, 2001.

KOENKER, R. **quantreg**: Quantile regression. R package version 5.05. 2013. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/package=quantreg>>. Acesso em: 06 jun. 2017.

KOENKER, R.; BASSETT, G. Regression quantiles. **Econometrica**, v. 46, n. 1, p. 33-50. 1978.

KVÅLSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistician**, v.39, p. 279-285. 1985.

LEITE, H. G.; CARVALHO, A.; NOGUEIRA, G. S.; CAMPOS, J. C. C.; SOUZA, A. L. D. (2005). Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para

povoamento de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.29, n. 2, p. 271-280, 2005.

LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; RODRIGUES, F. L. Um modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 30, n. 1, p. 89-98, 2006.

LOPES, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal**. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2007.

MARTINS, F. B. **Modelagem de crescimento em nível de árvore individual para plantios comerciais de eucalipto**. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2011.

MEHTÄTALO, L.; GREGOIRE, T. G.; BURKHART, H. E. Comparing strategies for modeling tree diameter percentiles from remeasured plots. **Environmetrics: The official journal of the International Environmetrics Society**, v. 19, n. 5, p. 529-548, 2007.

McCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized linear models**. 2 ed. London: Chapman e Hall. 1989. 511p.

MIRANDA, R. O. V.; DIAS, A. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; SOARES, I. D.; CRUZ, J. P. (2014). Modelagem do crescimento e produção em classes de precipitação pluviométrica para *Eucalyptus* sp. **Floresta**, v. 45, n. 1, p. 117-128, 2014.

NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; SOUZA, A. D.; COUTO, L. Determinação da idade técnica de desbaste em plantações de eucalipto utilizando o método dos ingressos percentuais. **Scientia Forestalis**, n. 59, p. 51-59, 2001.

NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; COUTO, L. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 30, n. 3, 2006.

OLIVEIRA, M. L.R. **Mensuração e modelagem do crescimento e da produção de povoamentos não-desbastados de clones de eucalipto**. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2007.

ÖZÇELİK, R.; CAO, Q. V.; TRINCADO, G.; GÖÇER, N. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. **Forest Ecology and Management**, v. 419, p. 240-248, 2018.

PEREIRA, J. C.; DIAS, P. A. S.; MERGULHÃO, R. C.; THIERSCH, C. R.; FARIA, L. C. Modelo de crescimento e produção de Clutter adicionado de uma variável latente para predição do volume em um plantio de *Eucalyptus urograndis* com variáveis correlacionadas espacialmente. **Scientia Forestalis**, v. 44, n. 110, p. 393-403, 2016.

R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: **R Foundation for Statistical Computing**, 2014. Disponível em <<http://www.R-project.org>>.

REIS, L. P.; SOUZA, A. L.; MAZZEI, L.; REIS, P. C. M.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; TORRES, C. M. M. E.; SILVA, L. F.; RUSCHEL, A. R. Prognosis on the diameter of individual trees on the eastern region of the amazon using artificial neural networks. **Forest Ecology and Management**, v. 382, p. 161-167, 2016.

RIBEIRO, R. B. S.; GAMA, J. R. V.; SOUZA, A. L.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; SILVA, G. F. Métodos para estimar o volume de fustes e galhos na Floresta Nacional do Tapajós. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 40, n. 1, p. 81-88, 2016.

SALLES, T. T. **Modelagem de crescimento e produção de clones de eucalipto em um sistema agroflorestal**. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2010.

SALLES, T. T.; LEITE, H. G.; DE OLIVEIRA NETO, S. N.; SOARES, C. P. B.; DE PAIVA, H. N.; DOS SANTOS, F. L. Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 47, n. 2, p. 253-260, 2012.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; BERNETT, L. G.; SCHNEIDER, P. S. P.; FLEIG, F. D. Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de weibull por regressão aninhada em povoamento desbastado de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, p. 375-385, 2008.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção com otimização de remuneração de capitais para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 1990.

SILVA, E. N. **Efeito número de filhos na distribuição condicional da renda familiar: uma aplicação de variáveis instrumentais para estimar o efeito quantílico de um tratamento**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2003.

SILVA, E. N.; PORTO Jr., S. S. Sistema financeiro e crescimento econômico: uma aplicação de regressão quantílica. **Economia Aplicada**, v. 10, n. 3, p. 425-442. 2006.

SILVA, L. F.; SOUZA, A. L.; SOARES, C. P. B.; GONÇALVES, L. E. S.; REIS, L. P. Avaliação de métodos de seleção de competidores em nível de árvore individual em uma floresta estacional semidecidual. **Revista Árvore**, v. 39, n. 6, p. 1119-1125, 2015.

SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; SEDIYAMA, G. C. A inclusão da variável precipitação anual em um modelo de crescimento e produção. **Revista Árvore**, v. 22, n. 4, p. 475-482. 1998.

SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; OLIVEIRA, M. L. R.; CARVALHO, A. Especificação de um modelo de crescimento e produção florestal. **Revista Árvore**, v. 28, n. 6, p. 831-837. 2004.

SOARES, C. P. B.; DEMOLINARI, R. D. A.; LEITE, H. G.; SOUZA, A. D. Predição do crescimento em povoamentos clonais de eucalipto não desbastados utilizando matrizes de transição não estacionárias. **Revista Árvore**, v. 33, n. 5, p. 831-840. 2009.

SOARES, C. P. B.; PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L. **Dendrometria e inventário florestal**. 2. Ed. Viçosa: UFV. 272 p., 2011.

SOUZA, A. L.; ARAÚJO, P. A.; CAMPOS, J. C. C.; NETO, F. D. P. Dinâmica de crescimento em diâmetro de uma floresta primária sem interferência: uma análise pelo tempo de passagem entre classes diamétricas¹. **Revista Árvore**, v. 17, n. 2, p. 129. 1993.

SPURR, S. **Forest inventory**. New York: Ronald Press. 476 p., 1952.

VANCLAY, J. K. Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. **School of Environmental Science and Management Papers**, p.537, 1994.

VEGA, A. E. D. **Modelagem de povoamentos de eucalipto no nordeste da Bahia utilizando regressão e redes neurais artificiais**. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2018.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW Jr, J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth and yield modeling**. Oxford: John Wiley and Sons, 2011. 415p.