

GILSON FERNANDES DA SILVA

**PROBLEMAS NO USO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E
SIMULAÇÃO EM REGULAÇÃO FLORESTAL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2001

Dedico meu esforço a Deus.

À minha amada noiva, Cecília.

Aos meus irmãos e amigos.

À minha mãe e meu pai (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

O autor manifesta seus sinceros agradecimentos aos Orientadores João Carlos Chagas Campos e Helio Garcia Leite, pela oportunidade oferecida, pelas lições de ciência e de vida, e, principalmente, pelas demonstrações de amizade.

Aos conselheiros Márcio Lopes da Silva, Heleno do Nascimento e Luiz Peternelli, pela paciência, pelos esclarecimentos muitas vezes decisivos e também pela amizade da qual pude desfrutar.

Ao amigo Carlos Pedro e sua esposa Elaine, pelos conselhos e pela sincera amizade. A minha amiga Ritinha, pela sua competência e ajuda nos momentos adversos. Ao amigo Flávio, pela convivência sempre profícua. Ao amigo Franz, pelo respeito e competência deferidos a mim. Aos amigos de república, Adrian, Martin, Elbenez, Itamar, Alonzo e Romário, pela agradável convivência. Aos amigos de longa data, Mauro e Telma, Édson e Cidinha, Eduardo e Celinha, Rinaldo e Mércia, Franklin e Maristela. Aos meus grandes amigos Viçosenses e amigos da A.A.B.B, em especial o meu amigo Adson, pelo apoio e amizade desinteressada, e meu amigo Paulo Cecon e família, a quem aprendi a gostar e admirar, mesmo quando seu futebol não estava em alta.

A minha família, minha mãe, Maria Aparecida, meus irmãos Denílson, Júlio, Leila e Pato, meus grandes incentivadores e amigos. Em especial agradeço à minha nova família, minha noiva e futura esposa Cecília. A ela não conseguiria agradecer de

maneira justa, pois fez tanto por mim que tornou a minha gratidão inefável. Preferia chamá-la de imprescindível. Meu eterno obrigado.

A todos os que citei e aqueles que de alguma maneira contribuíram para realização deste trabalho, o meu muito obrigado.

BIOGRAFIA

GILSON FERNANDES DA SILVA, filho de Edmar Fernandes da Silva e de Maria Aparecida Campos da Silva, nasceu a primeiro de dezembro de 1969, em Barbacena, Estado de Minas Gerais.

Em 1988, ingressou no Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal de Viçosa, graduando-se em 1992.

Em março de 1993, iniciou o Curso de Mestrado em Ciência Florestal, na Universidade Federal de Viçosa, Obtendo o Título de Mestre em Ciência Florestal em agosto de 1995.

Em março de 1997, iniciou o Curso de Doutorado em Ciência Florestal, na Universidade Federal de Viçosa, defendendo tese em 22 de março de 2001.

ÍNDICE

	Página
RESUMO	viii
ABSTRACT	x
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1. Modelos de crescimento e produção	4
2.1.1. Modelos de povoamento total	5
2.1.2. Modelos de distribuição diamétrica	6
2.1.3. Modelos de produção para árvores individuais	6
2.2. Rotação florestal	7
2.2.1. Tipos de rotação	8
2.2.2. Idade ótima de corte ou rotação econômica	8
2.3. Regulação florestal	12
2.4. Horizonte de planejamento	14
2.5. Pesquisa operacional como ferramenta para o planejamento florestal	15
2.5.1. Programação matemática	15
2.5.2. Simulação	17
2.5.3. Análise de riscos e incertezas	19
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	23
PROBLEMAS COM O USO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR COM POSTERIOR ARREDONDAMENTO DA SOLUÇÃO ÓTIMA, EM REGULAÇÃO FLORESTAL.....	29
RESUMO	40
ABSTRACT	40
1. INTRODUÇÃO.....	30
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	31
2.1. Formulação pelo modelo clássico de programação linear (P.L.)	32

2.1.1. Restrição de área disponível para colheita	35
2.1.2. Imposição de cotas ou produções anuais.....	35
2.2. Modelo de programação inteira (PI).....	36
2.2.1. Restrição de área disponível para colheita	37
2.2.2. Imposição de cotas ou produções anuais.....	37
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
3.1. Solução do modelo de programação linear.....	38
3.2. Solução do modelo de programação linear com posterior arredondamento	40
3.3. Resultados do modelo de programação inteira.....	42
4. CONCLUSÕES	45
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45

INFLUÊNCIA DE ESTIMATIVAS DE PRODUÇÃO EM PROCESSOS DE REGULAÇÃO FLORESTAL UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR	47
RESUMO	58
ABSTRACT	58
1. INTRODUÇÃO.....	48
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	49
2.1. Descrição do problema	49
2.2. Estimação da produção para fins de regulação	50
2.3. Formulação do problema pelo modelo de programação linear (PL).....	53
2.3.1. Função objetivo	54
2.3.2. Restrição de área disponível para colheita	56
2.3.3. Imposição de cotas ou produções anuais.....	56
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
3.1. Dados de produção	57
3.2. Solução do modelo de programação linear.....	58
4. CONCLUSÕES	67
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68

UMA PROPOSTA PARA A TOMADA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS NOS PROBLEMAS DE SIMULAÇÃO EM MODELOS DE PLANEJAMENTO	70
RESUMO	81
ABSTRACT	81
1. INTRODUÇÃO.....	71
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	72
2.1. Definição dos valores futuros	72
2.2. Distribuição triangular	75
2.3. Métodos de simulação	77
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	79
4. CONCLUSÕES	85
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
3. RESUMO E CONCLUSÕES.....	88

RESUMO

SILVA, Gilson Fernandes da, D.S., Universidade Federal de Viçosa, março de 2001. **Problemas no uso de programação matemática e simulação em regulação florestal.** Orientador: João Carlos Chagas Campos. Conselheiros: Helio Garcia Leite e Márcio Lopes da Silva.

Este estudo teve como objetivo discutir alguns aspectos limitantes do uso de modelos de Programação Linear na regulação de florestas equiâneas, considerando-se a não-integridade das respostas e as incertezas a respeito de variáveis econômicas e da produção; para isso, foram realizados três trabalhos. No primeiro analisou-se a questão da não-integridade das respostas e do possível arredondamento destas, prática adotada por algumas empresas florestais, concluindo-se que o arredondamento das respostas pode levar a soluções inviáveis, sendo, portanto, uma prática não recomendada. O modelo de Programação Inteira mostrou-se eficaz na solução do problema, demandando, contudo, o estudo de novos algoritmos de solução, dada a baixa eficiência computacional dos algoritmos tradicionais. O segundo trabalho avaliou as incertezas da produção no processo de tomada de decisão. No que diz respeito à regulação de florestas equiâneas, observou-se que dados de produção influenciam de forma decisiva as respostas obtidas por modelos de Programação Linear. Esta influência ocorre tanto no vetor de custos quanto na matriz de coeficientes tecnológicos. Assim, concluiu-se que dados oriundos de diferentes modelos de produção podem levar a diferentes maneiras de conduzir a floresta, inculcando incertezas na decisão a se tomar. Com base nisso, o

processo de escolha do modelo de produção deve ser criterioso e também deve levar em conta análises de pós-otimização. Finalmente, discutiu-se, no terceiro trabalho, a influência de variáveis econômicas aleatórias no processo de tomada de decisão. Observou-se que variáveis aleatórias dependentes do tempo, caso não apresentem nenhuma tendência, podem ser simuladas satisfatoriamente empregando-se o método de Monte Carlo tradicional. Entretanto, caso exista alguma tendência em relação ao tempo, a introdução, no método de Monte Carlo, de um mecanismo que considere a tendência existente faz-se necessária. Como conclusão geral, cabe chamar a atenção para o fato de que modelos de Programação Linear, embora se apresentem como ferramenta de grande utilidade no planejamento florestal, devem ser empregados com senso crítico e avaliando-se as questões ora discutidas, sob pena de chegar a uma resposta inviável ou que esteja longe do verdadeiro ótimo.

ABSTRACT

SILVA, Gilson Fernandes da, D.S., Universidade Federal de Viçosa, March 2001. **Problems in the use of mathematic programming and simulation in forest regulation.** Adviser: João Carlos Chagas Campos. Committee Members: Helio Garcia Leite and Márcio Lopes da Silva.

The objective of this work was to discuss some limitant aspects of the use of Linear Programming models in the regulation of even-aged forests, considering the non integrity of the responses and the uncertainty related to economic variables and yield. For this purpose, three studies were clone. In the first on the issue non integrity of responses was analysed besides their rounding out, which is a procedure used by some forest enterprises, and the conclusion was that this procedure can lead to non viable solutions, therefore not being a recommended procedure. The Integer Pogramming model showed to be efficient in solving the problem but it demands the study of new solution algorithms, because of the low computational efficiency of the traditional algorithms. The second study evaluated the uncertainty of yield in the process of decision making. In relation to the even-aged forest regulation, it was observed that yield data influence in a decisive way the responses obtained by Linear Programming models. This influence occurs wether in the costly vector in the technologic coefficient matrix. Thus, it was concluded that data from different yield models can lead to different ways of treating the forest, causing uncertainties in the decision making. Based on this conclusion, the choice process for the yield model has to be done with criteria

and also has to take in account post-optimization analyzes. Finally, in the third study, the discussion was on the influence of random economic variables in the process of decision making. It was observed that random economic variables time dependent, if they do not present any tendency, they can be satisfactorily simulated using the traditional Monte Carlo method. But if there is any tendency in relation to time, the introduction of a figure which considers the tendency is necessary, in the Monte Carlo method. As a general conclusion, one may pay attention to the fact that the Linear Programming models, although being useful tools in forest planning, should be used with a critical sense and remembering the issues discussed here, or one can end in a on viable response or far from a true optimization.

1. INTRODUÇÃO

Embora a exploração de recursos florestais no Brasil em níveis mais organizados e em grande escala seja relativamente recente, não é difícil verificar a grande importância do setor no cenário nacional. O setor siderúrgico a carvão vegetal, por exemplo, apresentou no ano de 1997 um faturamento de US\$ 3,7 bilhões, dos quais cerca de US\$ 1,3 bilhão foram provenientes de exportações, sendo este setor responsável por 85% do consumo de carvão vegetal no Brasil (ABRACAVE, 1998). O setor moveleiro faturou em 1997 US\$ 5,6 bilhões, sendo praticamente inexistente a importação de móveis no Brasil. Nesse mesmo ano este setor foi responsável por 42 mil empregos diretos (GORINI, 1998). O setor de papel e celulose também teve faturamento expressivo, com R\$ 7,6 bilhões, que correspondeu a 1% do PIB. Contribuiu também com R\$ 748,90 milhões em impostos e taxas e pagou R\$ 3 bilhões em salários e encargos para cerca de 67 mil pessoas (BRACELPA, 1998). As exportações de papel e celulose no mesmo ano somaram US\$ 2 bilhões. Entretanto, o setor importou em 1997 US\$ 900 milhões, visto que o consumo de papel tem crescido muito e o setor não tem acompanhado esse crescimento (BRACELPA, 1998).

Atualmente, as pressões de mercados cada vez mais globalizados exigem que essas empresas se tornem mais e mais competitivas, devendo produzir produtos de alta qualidade a custos os menores possíveis. De acordo com LEITE (1994), o manejo florestal moderno requer integração entre floresta, indústria e mercado, para maximizar o retorno financeiro e, ao mesmo tempo, garantir uma base sustentável do estoque de crescimento da floresta. Em razão disso, muitos estudos têm sido feitos tratando de

etapas importantes do planejamento, com o objetivo de tornar o produto florestal mais competitivo. Dentre estes, cabe citar esforços no desenvolvimento de modelos de crescimento e produção, avaliação econômica de projetos florestais e uso de técnicas de Pesquisa Operacional, principalmente Programação Linear, Programação Dinâmica e Simulação.

Esforços na área de modelagem do crescimento e da produção têm objetivado fornecer informações as mais detalhadas e precisas possíveis, de modo que o manejador possa fazer projeções seguras a respeito das possibilidades de retorno da floresta. O manejador, entretanto, deve estar atento aos objetivos do manejo, procurando escolher o modelo que melhor atenda aos seus propósitos. TREVISOL JÚNIOR (1985) menciona a importância do uso de modelos de crescimento e produção do tipo povoamento total para estimar o crescimento e a produção a longo prazo sob diferentes regimes de manejo, tendo importância também no campo experimental, tanto na avaliação do estoque quanto em análises econômicas de novas técnicas. Mais recentemente, SOARES (1999) propôs um sistema de predição em que um dos principais objetivos foi *“caracterizar a periodicidade e a probabilidade de ocorrência de precipitações anuais; e obter estimativas da produção em um período preestabelecido, sob condições de risco”*.

A avaliação econômica de projetos florestais é também um tópico amplamente explorado na literatura. Questões como critérios de avaliação econômica mais apropriados, taxa de desconto a ser utilizada, principais componentes de custo e fatores que afetam o processo produtivo e comparação de alternativas de manejo são exemplos de temas abordados e que merecem destaque de muitos autores (REZENDE, 1984; ALFARO, 1985; CHICHORRO, 1987; NAUTIYAL, 1988; FILGUEIRAS, 1989; REZENDE e OLIVEIRA, 1993; FILGUEIRAS, 1994; GOMES et al., 1998; RODRIGUES et al., 1999; CHICHORRO, 2000). A idade ótima de corte ou rotação econômica também tem sido alvo de muitos estudos. SMITH (1989) fez considerações importantes a respeito da determinação da idade ótima de corte, discutindo com detalhes os principais fatores que a afetam. Análise semelhante foi feita por LOPES (1990).

Apesar de muitas vezes dependentes de bons modelos de crescimento e produção e de critérios apropriados de avaliação econômica, técnicas de Pesquisa Operacional, como Programação Linear, Programação Dinâmica e Simulação, principalmente, têm sido largamente empregadas com diversos propósitos no setor florestal. SCOLFORO (1991) utilizou um modelo de Programação Linear para selecionar, entre vários regimes de desbaste, aquele que proporcionasse maior retorno econômico, levando-se em consideração três usos finais para a madeira. AHRENS (1992) também

propôs um modelo para seleção do melhor regime de desbaste, utilizando, entretanto, a técnica de Programação Dinâmica. LEITE (1994), trabalhando com um modelo de Programação Dinâmica, objetivou otimizar o rendimento do desdobramento de toras em serrarias, levando-se em conta os vários tamanhos comerciais existentes no mercado. RODRIGUES (1997) utilizou-se da técnica de Programação Linear para a regulação de plantios equiâneos de eucalipto, com vistas a obter uma produção sustentada e o máximo rendimento econômico, considerando, para isso, várias alternativas de manejo. OLIVEIRA (1986) e SILVA (1992) empregaram procedimentos de Simulação para comparar diferentes alternativas de manejo utilizando critérios econômicos. Embora existam ainda muitos outros exemplos de uso dessas técnicas, procurou-se resumir neste trabalho aqueles que fossem inerentes ao processo de planejamento da empresa florestal.

Como citado anteriormente, é inegável a importância de técnicas de Pesquisa Operacional em processos de tomada de decisões no setor florestal. No entanto, faz-se necessário chamar a atenção para o uso dessas técnicas, principalmente a Programação Linear, no que diz respeito ao entendimento de algumas de suas limitações. Dentre essas, cabe citar a não-integridade das respostas, levando a subdivisões das unidades de manejo, o que causa uma série de problemas de ordem operacional; a natureza aleatória de muitas das variáveis do modelo de PL, como variáveis econômicas e coeficientes tecnológicos, o que leva a um maior risco na tomada de decisão; além do fato de modelos de PL contemplarem apenas uma única função objetivo, quando muitas vezes numa empresa se têm vários objetivos.

Com base no exposto, este trabalho teve como objetivo geral discutir alguns problemas no uso de Programação Matemática e Simulação em regulação florestal, tendo, mais especificamente, os seguintes objetivos:

- Avaliar a não-integridade das soluções em modelos de Programação Linear para fins de regulação da produção florestal.
- Avaliar a influência das estimativas de produção, feitas por diferentes sistemas de predição, na tomada de decisão em modelos de regulação florestal que empregam a Programação Linear.
- Propor uma metodologia de geração de números aleatórios para simulação de variáveis aleatórias que possuam alguma tendência em relação ao tempo, com vistas a aperfeiçoar o estudo de variáveis estocásticas envolvidas em processos de planejamento florestal.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Modelos de crescimento e produção

Assim como em qualquer processo de planejamento, também na empresa florestal exigem-se informações detalhadas e precisas para que a tomada de decisão permita alcançar os objetivos traçados. Uma das principais fontes de informação nesse processo, já há algum tempo, tem sido os modelos de crescimento e produção.

De acordo com TREVISOL JÚNIOR (1985), inicialmente, as estimativas de produção eram feitas a partir de tabelas de produção normal que eram usadas em florestas do tipo normal, se baseavam apenas na idade e na qualidade do local e eram elaboradas por meio de processos gráficos.

Em substituição aos processos gráficos, MACKINNEY et al. (1937) foram os primeiros a aplicar a técnica dos mínimos quadrados ao estudo do crescimento e da produção. SCHUMACHER (1939) corroborou a superioridade da técnica dos mínimos quadrados sobre o processo gráfico apresentando um modelo de regressão cujas variáveis independentes eram a qualidade do local, a idade e a densidade do povoamento.

No entanto, segundo GUIMARÃES (1994), até o início da década de sessenta, as prognoses eram feitas a partir de equações independentes para explicação de cada componente do modelo, o que poderia conduzir a resultados inconsistentes e ilógicos. Na busca de modelos consistentes e compatíveis em termos de crescimento e produção, BUCKMAN (1962) e CLUTTER (1963) foram os primeiros a reconhecer a relação derivada/integral entre os modelos de crescimento e produção. De acordo com esta

relação, ao se integrar a equação de crescimento, obtém-se a produção, e ao derivar a equação de produção, obtém-se o crescimento, surgindo, assim, o conceito de modelos compatíveis. Desde então, impulsionado por avanços nos campos da estatística e da computação, este conceito tem sido amplamente utilizado, tanto no que diz respeito à sua aplicação prática, como no direcionamento de novos estudos relacionados à prognose do crescimento e da produção. Dentre alguns trabalhos realizados utilizando o conceito de compatibilidade, cabe citar SULLIVAN e CLUTTER (1972), BAILEY e WARE (1983) e PECE DE RIOS (1993).

Na expectativa de que o uso de modelos de crescimento e produção atenda aos propósitos de manejo e de planejamento da empresa florestal, é muito importante a definição dos objetivos em termos dos produtos a serem produzidos. Em função da necessidade da empresa em produzir determinado tipo de produto florestal, como, por exemplo, madeira para celulose ou energia, ou, ainda, das oportunidades de mercado para uma gama de multiprodutos, como, produtos para serraria, o manejador florestal deve escolher sistemas de predição que permitam visualizar o maior número de alternativas de manejo possíveis. Nesse contexto, DAVIS e JOHNSON (1987) classificaram os modelos de crescimento e produção em vários tipos, podendo ser agrupados em: modelos em nível de povoamento total, modelos de distribuição diamétrica ou classe de tamanho e modelos de produção para árvores individuais.

2.1.1. Modelos de povoamento total

São aqueles que consideram a produção por unidade de área. Segundo BURKHART (1977), modelos de povoamento total são geralmente inflexíveis para avaliação de multiprodutos e grande número de tratamentos, embora possam ser eficientes quando o objetivo se restringe à produção total. Dentre as vantagens na utilização desses modelos, cabe citar a facilidade em se construí-los e aplicá-los, de requerer como *input* variáveis de fácil obtenção (sítio, idade e densidade) e a alta precisão das estimativas. Como exemplo de desenvolvimentos desses modelos podem-se citar CLUTTER (1963), TREVISOL JÚNIOR (1985), CAMPOS et al. (1988), CAMPOS et al. (1996) e SOARES et al. (1998).

2.1.2. Modelos de distribuição diamétrica

Estes modelos baseiam-se em funções de densidade de probabilidade, permitindo descrever as alterações ocorridas na estrutura do povoamento (número de árvores por classe de diâmetro), nas relações hipsométricas e nas taxas de mortalidade, podendo analisar todas estas características, simultaneamente, ao longo do tempo. Desse modo, prestam-se muito bem para análise de multiprodutos, além de permitirem simular efeitos de tratamentos, como adubação e desbaste (CAMPOS, 1997). De acordo com CLUTTER et al. (1983), modelos de distribuição diamétrica, ou métodos de distribuição de diâmetros, baseiam-se na predição de valores para os parâmetros de alguma distribuição de probabilidade, normalmente distribuições contínuas, dentre as quais os autores destacam as distribuições Normal e Weibull, que explicam satisfatoriamente bem as distribuições diamétricas de povoamentos equiâneos.

Um dos inconvenientes no uso desse método está na dificuldade, em relação aos modelos de povoamento total, em se construí-lo e aplicá-lo, visto que este método apresenta maior complexidade na sua concepção e utilização, exigindo número maior de informações, sendo inviável seu uso sem recursos computacionais mais avançados. Informações mais detalhadas e exemplos de aplicação desses modelos podem ser encontrados em LEITE (1990), GUIMARÃES (1994) e CUNHA NETO et al. (1994).

2.1.3. Modelos de produção para árvores individuais

De acordo com DAVIS e JOHNSON (1987), modelos de árvores individuais simulam o crescimento de cada árvore individual em diâmetro, altura e copa, além da probabilidade de mortalidade, fornecendo os resultados em nível de povoamento e, ou, por classe de diâmetro. Segundo DANIELS e BURKHART (1988), nestes modelos o crescimento de cada árvore é projetado individualmente a partir de equações apropriadas. A produção do povoamento resulta da soma dos valores individuais, isto é, por árvore.

Esses modelos podem ser classificados em: de distância dependente ou independente. Em modelos de distância dependente, além de diâmetro, altura e outras variáveis nele usadas, cada árvore individual é literalmente mapeada de modo que se determine sua distância em relação às outras árvores adjacentes, sendo medido também o tamanho de todas as árvores que de algum modo estão competindo com a árvore que está sendo

medida. Em modelos de distância independente, cada árvore é modelada separadamente e sua posição em termos de competitividade com outras árvores é determinada pela comparação de diâmetros, alturas e características do povoamento, como área basal e diâmetro médio. Em razão dos altos custos na obtenção dos dados e na complexidade de análise, existem ainda controvérsias a respeito do uso dessa técnica, sendo sua utilização, portanto, muito limitada.

2.2. Rotação florestal

Povoamentos equiâneos têm definidos no tempo seu início e fim. O estabelecimento de tais povoamentos, ou sua regeneração, marca o seu início, e, com o final da exploração, eles deixam de existir. Qualquer que seja o seu tempo de existência, a idade do povoamento, que inicia no momento do seu estabelecimento até o final da exploração, é referida como rotação (CLUTTER et al., 1983). De maneira mais direta, rotação florestal pode ser definida como o período de tempo compreendido entre o plantio de mudas e o corte final da floresta.

A determinação da rotação é uma consideração essencial para tomada de decisão pelo manejador, pois o planejamento de toda estrutura produtiva depende da rotação previamente adotada (NAUTIYAL, 1988). De acordo com Davis (1966), citado por SMITH (1989), há dois grupos básicos de fatores físicos e financeiros que influenciam a rotação:

- 1) Quais produtos são desejáveis ou podem ser vendidos (problema de mercado ou de demanda em um sentido econômico geral).
- 2) Produtividade florestal ou o que pode ser cultivado (oferta). Esses fatores devem ser integrados e a rotação determinada de acordo com os propósitos de manejo, quaisquer que sejam.

SMITH (1989) afirma que vários fatores podem influenciar a determinação da idade de rotação, a qual irá depender dos objetivos de manejo; como exemplo, podem-se citar a variação da taxa de crescimento em função do sítio e da espécie plantada, a ocorrência de fogo, o ataque de insetos e pragas. Fatores econômicos, como taxa mínima de atratividade, gradiente de preços para várias dimensões de madeira e custos de produção, também devem ser considerados.

2.2.1. Tipos de rotação

De acordo com LEUSCHNER (1984), existem dois tipos distintos de rotação florestal: rotação regulatória e rotação de corte. Segundo este autor, rotação regulatória deve ser interpretada como o intervalo de tempo ou período de transição necessário para converter uma estrutura existente na floresta em uma estrutura desejada ou regulada. A rotação de corte é a idade em que o povoamento é cortado, sendo também o número de anos que é empregado numa tabela ou função de produção.

A rotação de corte determina a idade das árvores, o tamanho, a quantidade e a qualidade dos produtos florestais obtidos da floresta. Ela determina, ainda, a área explorada anualmente, as prescrições do preparo do terreno e plantio, como também as possibilidades de regulação da floresta para produção sustentável (LEUSCHNER, 1984).

Podem-se destacar, de acordo com REZENDE (1984), os seguintes tipos de rotação de corte:

- **Rotação silvicultural ou de máximo incremento médio:** esse tipo de rotação possibilita a produção de maior volume de material lenhoso por unidade de tempo, sendo determinada quando o Incremento Corrente Anual (ICA) se iguala ao Incremento Médio Anual (IMA), ou seja, coloca à disposição da sociedade a maior produção de volume ou peso de madeira. Portanto, possui uma lógica forte e ainda é freqüentemente adotada.
- **Rotação econômica:** é aquela que maximiza os retornos dos investimentos na atividade florestal. Se o objetivo do investidor for maximizar lucros, então a decisão sobre a idade ótima de corte deve ser feita num ambiente econômico. Portanto, possui uma lógica forte.
- **Rotação técnica:** a floresta é cortada na unidade de tempo na qual se atingem características desejáveis; por exemplo: diâmetro, densidade, propriedades físico-mecânicas etc. Neste caso, a madeira deve atender a certas restrições técnicas da indústria.

2.2.2. Idade ótima de corte ou rotação econômica

De acordo com ALFARO (1985), a rotação econômica é aquela que assegura a maior diferença entre benefícios e custos, ou que permite a mais alta rentabilidade do

investimento florestal, ou seja, ocorre onde o custo marginal se iguala à receita marginal, ou onde os custos de deixar o povoamento crescer por mais uma unidade de tempo são exatamente cobertos pelos benefícios adicionais dessa ação.

No Brasil, os critérios de avaliação econômica mais utilizados para determinar a rotação econômica, conforme REZENDE (1984), ALFARO (1985), CHICHORRO (1987), REZENDE e OLIVEIRA (1993) e alguns outros autores, são os que se seguem.

2.2.2.1. Valor presente líquido (VPL)

Considerando-se o fluxo de caixa de um investimento, o Valor Presente Líquido (*VPL*) desse investimento é dado pela diferença dos valores de receitas e custos, descontados a uma taxa determinada. Assim, o *VPL* pode ser calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$VPL = \sum_{j=0}^n R_j (1+i)^{-j} - \sum_{j=0}^n C_j (1+i)^{-j}$$

em que

C_j = custo no final do ano ou do período de tempo (j) considerado;

R_j = receita no final do ano ou do período de tempo (j) considerado;

i = taxa de desconto;

n = duração do projeto em anos ou em número de períodos de tempo; e

j = período de tempo, em anos.

De acordo com essa expressão, valores positivos de *VPL* indicam a viabilidade econômica do projeto, enquanto valores negativos indicam o contrário.

2.2.2.2. Razão benefício/custo (B/C)

Este método considera a relação entre as receitas e os custos descontados a uma taxa determinada, sendo calculado pela expressão:

$$B/C = \frac{VB}{VC} = \frac{\sum_{j=0}^n R_j (1+i)^{-j}}{\sum_{j=0}^n C_j (1+i)^{-j}}$$

em que

B/C = razão benefício/custo;

VB = valor presente da seqüência de benefícios;

VC = valor presente da seqüência de custos;
 C_j = custo no final do ano ou do período de tempo (j) considerado;
 R_j = receita no final do ano ou do período (j) considerado;
 i = taxa de desconto;
 n = duração do projeto em anos ou em número de períodos de tempo; e
 j = período de tempo, em anos.

Para comparação de projetos utilizando esse índice econômico, deve-se escolher aqueles projetos que apresentarem maiores valores de B/C , uma vez que os benefícios descontados estão no numerador da equação. Para que o projeto seja viável, a B/C deve ser superior à unidade.

2.2.2.3. Taxa interna de retorno (TIR)

A Taxa Interna de Retorno (TIR) de um projeto é a taxa de desconto que iguala o valor atual das receitas ao valor atual dos custos do projeto. A TIR representa o retorno percentual do projeto e pode ser obtida como se segue:

$$\sum_{j=0}^n \frac{R_j}{(1+i)^j} - \sum_{j=0}^n \frac{C_j}{(1+i)^j} = 0$$

em que

C_j = custo no final do ano ou do período (j) considerado;
 R_j = receita no final do ano ou do período (j) considerado;
 i = taxa de desconto;
 j = período de tempo, em anos; e
 n = duração do projeto, em anos.

Para verificar a viabilidade econômica de projetos utilizando a TIR , deve-se considerar que, sendo a TIR uma taxa média de crescimento do projeto, este será viável se o seu valor for maior ou igual à taxa de remuneração do capital, conhecida, usualmente, por taxa mínima de atratividade (taxa utilizada em aplicações financeiras, como poupança etc.).

2.2.2.4. Benefício periódico equivalente (BPE)

O Benefício Periódico Equivalente (BPE) é a parcela periódica e constante necessária ao pagamento de uma quantia igual ao VPL da alternativa de investimento ao longo de sua vida útil. Assim, o BPE nada mais é do que a transformação do VPL em

uma série de pagamento periódica, constante e postecipada relativa à vida útil do projeto. Para transformação do *VPL* na citada série, usa-se a seguinte expressão:

$$BPE = \frac{VPL[(1+i)^t - 1]}{[1 - (1+i)^{-nt}]}$$

em que

BPE = benefício periódico equivalente;

VPL = valor presente líquido;

i = taxa de desconto;

n = duração do projeto, em anos; e

t = número de períodos de capitalização dentro do período de ocorrência da parcela.

O projeto em análise será considerado viável quando o valor do *BPE* for positivo. Para comparação entre alternativas, deverão ser escolhidos os projetos que apresentem maiores valores de *BPE*. Uma grande vantagem da aplicação do *BPE* é a possibilidade de comparação direta de projetos que apresentem durações diferentes, o que nem sempre é possível de ser feito utilizando-se apenas o *VPL*.

2.2.2.5. Custo médio de produção (CMPr)

Este critério é utilizado em situações em que o planejador necessita trabalhar com um custo médio mínimo, independentemente da quantidade produzida e do tempo de duração do projeto. Resulta da relação entre o custo total atualizado e a produção equivalente, sendo necessário que esses valores sejam convertidos num mesmo período de tempo. O Custo Médio de Produção (*CMPr*) é definido pela seguinte expressão:

$$CMPr = \frac{\sum_{j=0}^n C_j (1+i)^{-j}}{\sum_{j=0}^n Q_j (1+i)^{-j}}$$

em que

CMPr = custo médio de produção;

C_j = custos no final do ano ou do período (*j*) considerado;

Q_j = quantidade produzida no final do ano ou do período (*j*) considerado;

i = taxa de desconto;

j = período de tempo, em anos; e

n = duração do projeto, em anos.

Para saber se o projeto é viável, deve-se comparar o custo médio de produção de uma unidade com o valor de mercado do produto. Quanto à seleção de projetos viáveis economicamente, será escolhido o que apresentar menor custo médio.

2.2.2.6. Valor esperado da terra

Este critério foi utilizado pela primeira vez por Martin Faustmann para determinação do preço máximo de compra da terra nua, podendo ser utilizado para determinação da rotação econômica; é muito útil na análise de projetos alternativos, pois considera uma série infinita, equalizando ou normalizando os horizontes dos projetos.

O Valor Esperado da Terra (*VET*) baseia-se na receita líquida perpétua a ser obtida de uma dada cultura, desconsiderando o custo da terra. O *VET* pode ser obtido pela fórmula expressa a seguir:

$$VET = \frac{R}{(1+i)^t - 1}$$

em que

VET = valor esperado da terra;

R = receita líquida no final do ciclo de produção, que se repete perpetuamente.

i = taxa de desconto; e

t = número de períodos de capitalização dentro do período de ocorrência da parcela.

2.3. Regulação florestal

As empresas florestais normalmente possuem povoamentos com várias idades e tamanhos, localizados em locais com diferentes capacidades produtivas; além disso, estas empresas devem atender a uma demanda preestabelecida. Assim, torna-se importante o conhecimento do conceito de regulação florestal para o planejamento das ações de colheita na floresta. Segundo LEUSCHNER (1984), floresta regulada é aquela em que há produções anuais ou periódicas de igual volume, tamanho ou qualidade. Para DAVIS e JOHNSON (1987), os requerimentos essenciais de uma floresta completamente regulada determinam que as classes de idade e tamanho das árvores sejam representadas em uma proporção tal e estejam consistentemente crescendo a taxas que conduzam a uma produção aproximadamente igual ou periódica de produtos de tamanho e qualidades desejáveis. Uma progressão de classes de tamanho e de idade deverá existir para que árvores passíveis de exploração apresentando valores aproximadamente iguais, em termos de volume e tamanho, estejam regularmente disponíveis para corte.

De acordo com DAVIS (1966), os seguintes itens indicam os resultados desejados ao se obter uma exploração regular para uma floresta:

- 1) Um corte anual com produções aproximadamente iguais em volume, tamanho, qualidade e valor da madeira provém uma base estável para o plano de negócios.
- 2) Um crescimento explorado e uma renda são obtidos do estoque de crescimento, não sendo maiores do que o necessário. O estoque de crescimento representa o capital investido em que uma taxa máxima de retorno é desejada.
- 3) Para um proprietário privado, particularmente, há fortes razões para que haja um balanço entre o que foi gasto e o que foi recebido. Impostos sobre terra e capital são anualmente pagos, bem como outros custos; com a regulação, o controle financeiro é facilitado, promovendo-se equilíbrio entre despesas e receitas.
- 4) Um grau de segurança maior é obtido para eventos como fogo, insetos, doenças e outros perigos, uma vez que a floresta é mantida crescendo de forma bem distribuída em classes de idade, tamanho e outras condições sobre a área florestal. Esta é uma razão florestal, mas de grande importância econômica.
- 5) Há uma máxima oportunidade para correlação com outros usos para terras florestais – recreação, vida selvagem, proteção das fontes de água, forragem, entre outros – sobre uma base estável planejada.
- 6) Uma exploração regular garante o uso contínuo de mão-de-obra. Uma organização florestal eficiente não pode ser mantida com ampla variação anual da mão-de-obra. Empregos regulares devem ser oferecidos.

Contudo, de acordo com DAVIS (1966), por uma variedade de razões e em diferentes tempos, o proprietário florestal é levado a não procurar um fluxo contínuo de produção de produtos florestais. Como exemplo, o autor cita situações de competição e flutuação no mercado que poderiam levar, por razões financeiras especiais, a que se corte mais intensamente em alguns períodos do que em outros. Assim, o manejador florestal trabalha com florestas desbalanceadas, e deve considerar o custo de se trabalhar em direção a uma floresta balanceada. Por essas razões, a organização de uma floresta para produção sustentada com exploração aproximadamente constante deveria ser considerada como um objetivo que é geralmente desejado, mas que poucas vezes é totalmente alcançado.

Alguns métodos convencionais para cálculo da produção para regulação são abordados em sistemas de planejamento clássicos, discutindo questões sobre quantidade de área ou de volume a ser removida para corte de modo que se tenha uma floresta

regulada num dado período de conversão (DAVIS e JOHNSON, 1987). Reckage (1977), citado por DAVIS e JOHNSON (1987), descreveu 18 métodos, os quais estão enquadrados nas categorias: controle por área, controle por área modificado e controle por volume. As diferenças básicas entre esses métodos estão relacionadas com a principal variável de controle: área florestal ou volume de madeira (Davis, 1966, e Meyer et al., 1961, citados por RODRIGUES, 1997). Entretanto, Ware e Clutter (1971), citados por RODRIGUES (1997), apresentam várias razões para a não-adequação desses métodos, dentre elas: o fato de que várias técnicas estão baseadas no conceito de estoques de distribuição normal, de pouca pertinência em condições reais; poucos métodos fazem uso de dados empíricos detalhados de volume em crescimento, taxas de crescimento e potencial de produção; as técnicas tradicionais de manejo ignoram, em sua essência, considerações econômicas; e nenhum dos procedimentos tradicionais reconhece inteiramente ou utiliza a possibilidade de o planejador tornar-se mais flexível na seleção das unidades de manejo a serem adotadas.

2.4. Horizonte de planejamento

REZENDE e OLIVEIRA (1993) conceituam horizonte de planejamento como o período de tempo estimado durante o qual o empreendimento em análise será operado, podendo ser finito ou infinito. De acordo com estes mesmos autores, não existe uma regra para determinação do horizonte de planejamento; no entanto, deve-se considerar que, para horizontes maiores, maiores são as incertezas de concretização de planos feitos para o futuro, devido a fatores como mudanças nas condições econômicas, aparecimento de produtos concorrentes, alteração de custos, preferência dos consumidores e mudanças tecnológicas. Por outro lado, para horizontes curtos, corre-se o risco de não se levarem em conta acontecimentos importantes que podem ocorrer após o período adotado para planejamento. O horizonte de planejamento infinito não quer dizer que os projetos devam durar para sempre, mas que as alternativas possam ser comparadas numa base justa de tempo.

Para análise de problemas envolvendo a regulação florestal, a determinação do horizonte de planejamento é essencial. CLUTTER et al. (1983) sugeriram que este valor corresponda a 1,5 a 2,0 vezes o comprimento do ciclo de corte da floresta que está sendo manejada, sugerindo ainda que o horizonte seja dividido em períodos de corte, que variam segundo a espécie e o objetivo de manejo.

2.5. Pesquisa operacional como ferramenta para o planejamento florestal

De acordo com LEITE (1994), os métodos de Pesquisa Operacional utilizados com maior frequência em manejo florestal são: Programação Linear (PL), Programação Inteira (PI), Programação Não-Linear (PNL), Programação Dinâmica (PD) e Programação por Metas, formando a Programação Matemática, e, ainda, a Simulação e as Redes PERT-CPM. Mais especificamente para o planejamento florestal, três técnicas têm sido utilizadas com mais frequência: Programação Linear, Programação Dinâmica e Simulação. No entanto, mais recentemente, a Programação Inteira, resolvida por algoritmos determinísticos ou por metas heurísticas, vem ganhando força na solução de problemas de planejamento florestal.

2.5.1. Programação matemática

Dentre os métodos de programação matemática, a PL e a PI têm sido utilizadas com maior frequência em modelos de regulação florestal. Algumas justificativas para o uso da PL no gerenciamento de recursos florestais são (RIBEIRO, 1996): a) é uma das poucas técnicas que podem ser utilizadas para lidar com problemas de grande porte, comumente encontrados nessa área; b) é uma técnica de otimização, podendo ser usada para satisfazer certas exigências legais; c) existe considerável experiência acumulada na área de modelagem e manejo de recursos naturais em diversos países; e d) existem programas para microcomputadores e interfaces específicas para determinadas classes de problemas. Entretanto, Newman (1988), citado por RODRIGUES (1997), fez as seguintes ressalvas ao uso da PL no auxílio ao planejamento florestal: problemas reais em geral não são bem definidos; pode existir quantidade insuficiente de dados; a PL é um método determinístico, quando problemas de planejamento florestal, em sua maioria, são estocásticos; e as soluções da PL não são necessariamente inteiras, quando muitas situações em planejamento florestal almejam soluções inteiras. Exemplos de uso de Programação Linear em planejamento florestal no Brasil são encontrados em SCOLFARO (1991), RODRIGUES et al. (1998), RODRIGUES et al. (1999), RODRIGUEZ e BORGES (1999), VOLPI et al. (1999) e SILVA et al. (2000).

Uma das pressuposições da PL é a divisibilidade, ou seja, na PL, toda variável de decisão pode assumir qualquer valor real não-negativo (inteiro ou fracionário), sendo, portanto, tais variáveis contínuas (HILLER e LIEBERMANN, 1980). A pressuposição de divisibilidade da Programação Linear pode, algumas vezes, conduzir a soluções que

não podem ser implementadas sem modificações (DYKSTRA, 1984). Segundo GOLDBARG e LUNA (2000), solucionar um problema de Programação Linear com variáveis contínuas é equivalente a solucionar um problema de Programação Inteira. Entretanto, estes autores chamam a atenção para o fato de que, ao se arredondar a solução obtida pela Programação Linear, a técnica de arredondamento pode resultar em derrocada completa no esforço de modelagem e solução, obtendo-se soluções subótimas ou mesmo inviáveis, impondo-se outros métodos de solução.

Modelos de Programação Linear na área florestal para fins de planejamento normalmente sugerem como variável de decisão a área que as respectivas unidades de produção usam para conduzir determinada alternativa de manejo (CLUTTER et. al., 1983; DYKSTRA, 1984; BUONGIORNO e GILLESS 1987; DAVIS e JONHSON, 1987). Contudo, é comum encontrar como resultado desses sistemas soluções que subdividem as unidades de produção em diferentes regimes de manejo. Estas soluções são indesejáveis do ponto de vista operacional, mas possíveis de ocorrer do ponto de vista matemático, pois trabalha-se com variáveis definidas no espaço real de valores contínuos e positivos (DYKSTRA, 1984; CLUTTER et al., 1983; DAVIS e JOHNSON, 1987).

Como forma de superar o fracionamento das unidades de produção, YOSHIMOTO et al. (1994) sugeriram o emprego de modelos de Programação Inteira Mista ou Programação Inteira com variáveis binárias 0-1. Em problemas de Programação Inteira Mista, certas variáveis de decisão são restritas a valores inteiros, podendo as demais variáveis assumir valores contínuos. Já na Programação Inteira com variáveis binárias 0-1, o domínio de algumas ou de todas as variáveis é restrito a valores inteiros 0-1. Variáveis de decisão desse tipo incluem atividades como "explorar ou não explorar" ou "construir ou não uma estrada". RODRIGUEZ (1994) discute o uso da Programação Inteira com variáveis binárias 0-1 para resolver o problema da divisão das unidades de produção entre mais de um regime de manejo. Vários são os métodos de solução exata para problemas de Programação Inteira, podendo-se destacar, entre eles, o algoritmo *Branch-and-Bound*, também conhecido como método da enumeração implícita, que se baseia na idéia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema (GOLDBARG e LUNA, 2000).

Embora a Programação Inteira seja mais apropriada para determinadas categorias de problemas, dificuldades são encontradas quando o número de variáveis inteiras e de restrições aumenta muito. Ainda, restrições que agregam grande

complexidade ao problema, como aquelas que proíbem a colheita em talhões adjacentes por certo período de tempo, também contribuem para que as técnicas de Programação Inteira tornem-se ineficientes. A esse respeito, YOSHIMOTO et al. (1994) sugerem duas estratégias de ação. A primeira recomenda organizar a formulação da Programação Inteira de modo que o algoritmo encontre soluções inteiras nos estágios iniciais de um problema de Programação Linear com relaxação lagrangeana. GHANDFOROUGH e GREBER (1986) apresentaram, em seu trabalho, um algoritmo desse tipo. A segunda estratégia recomenda o uso de procedimentos heurísticos com vistas a reduzir o esforço computacional. Dentre as técnicas heurísticas mais promissoras, encontram-se os Algoritmos Genéticos, a Busca Tabu e o *Simulated Annealing*, bem como aplicações híbridas dessas técnicas.

2.5.2. Simulação

De acordo com SHIMIZU (1994), simulação é essencialmente uma modalidade experimental de pesquisa que procura tirar conclusões através de exercícios com modelos que teoricamente representem a realidade. Simulação é, portanto, um processo de imitar uma realidade por meio de modelos, os quais podem conservar ou não as características físicas e lógicas do sistema imitado. Exemplos de simulação que conservam as características físicas são modelos miniaturizados, como maquetas de edifícios, brinquedos e aparelhos de treinamento, como simuladores de vôo. Quando o modelo não conserva as características físicas do sistema real, tem-se o caso da simulação simbólica ou método de Monte Carlo, e a parte lógica que é conservada é expressa por meio de equações ou relações matemáticas que formam o modelo matemático do sistema real (SHIMIZU, 1994).

Modelos de simulação podem ser contínuos ou discretos e determinísticos ou estocásticos. Em determinados casos, o modelo pode conter tanto elementos determinísticos quanto estocásticos, e, em determinadas situações, variáveis estocásticas podem ser tratadas como se fossem conhecidas exatamente. Uma simulação pode ser feita por meio de processos aleatórios, sendo a evolução no decorrer do tempo não previsível, ou por meio do método de Monte Carlo. No primeiro caso, os fenômenos ou eventos da natureza podem ser determinísticos, quando suas ocorrências podem ser avaliadas com certeza absoluta, ou aleatórios, quando suas ocorrências envolvem riscos ou incertezas (ANDRADE, 1989).

De acordo com ANDRADE (1989), o método de Monte Carlo é um processo de operar modelos estatísticos de forma a lidar experimentalmente com variáveis descritas por funções probabilísticas. Este método baseia-se num conceito estatístico muito simples, consistindo em, dada a função de probabilidade cumulativa da variável em estudo, utilizando um número gerado aleatoriamente no intervalo (0,1), determinar o valor da variável x que corresponde ao número aleatório gerado.

Pode-se perceber que a obtenção de previsões confiáveis depende da distribuição de probabilidades escolhida. Do ponto de vista prático, conforme WAGNER (1986), para se obter uma distribuição de probabilidades, podem-se utilizar introspecção e dados históricos e achar aproximações convenientes ou axiomas descritivos. Usar introspecção significa utilizar toda a experiência disponível para gerar estimativas de probabilidade. Portanto, é um processo que se baseia na experiência do tomador de decisão. Normalmente é utilizada quando nenhuma série histórica ou qualquer outro tipo de dado relacionado ao processo é acessível.

No segundo caso, dados históricos podem ser utilizados para gerar distribuições de probabilidade empíricas. O uso dessas distribuições, combinado com a experiência do tomador de decisão, pode levar a estimativas da probabilidade de ocorrência de determinados eventos. Contudo, na maioria dos casos, usar dados históricos para calcular distribuições empíricas não é viável; comumente os dados necessários não são disponíveis e, mesmo quando existem, o gasto para computar as distribuições individuais é proibitivo (WAGNER, 1986).

Com vistas a solucionar os inconvenientes das abordagens 1 e 2, a abordagem 3 - utilizar aproximações convenientes - pressupõe o uso de uma distribuição aproximada que represente a situação geral, atualizando-se sistematicamente por computador os valores dos parâmetros estimados da distribuição à medida que novas experiências são acumuladas (WAGNER, 1986).

A abordagem 4 - utilizar axiomas descritivos - é uma versão mais sofisticada da abordagem 3. Neste caso, os dados históricos são usados e as correções de juízo pessoal são utilizadas para obter os poucos parâmetros necessários para descrever a lei de probabilidades deduzida (WAGNER, 1986).

De acordo com RODRIGUEZ (1987), obter o modelo probabilístico mais adequado implica análise prévia da quantidade e qualidade dos dados disponíveis. Séries longas de dados históricos de preços de custos, por exemplo, seriam necessárias para ajustar distribuições teóricas convenientes (por exemplo: normal, beta, Poisson,

etc). Ainda, segundo o autor, na ausência total de informações, uma aproximação razoável pode ser obtida ao utilizar as distribuições triangular e retangular uniforme.

BUONGIORNO e GILLESS (1987) apresentaram dois exemplos do uso de simulação no manejo de florestas. No primeiro, os autores apresentaram um modelo determinístico de simulação para estudar a seqüência de explorações em uma floresta equiânnea. Os propósitos dessa simulação foram de descrever a evolução da floresta sobre o tempo, quando esta era manejada segundo uma variante de controle por área, e prever os efeitos de mudança no corte permitido sobre o valor da floresta. Como segundo exemplo, os autores apresentaram um modelo estocástico de simulação, com o propósito de investigar o efeito da ocorrência de incêndios sobre o crescimento e os rendimentos gerados pela floresta. Neste exemplo, a principal variável aleatória foi a ocorrência dos incêndios na floresta.

No Brasil, OLIVEIRA (1986) desenvolveu um sistema computacional para simular e comparar economicamente as operações de reforma, adensamento e interplântio em povoamentos de eucaliptos. FILGUEIRAS (1989) realizou uma análise de sensibilidade, por meio de simulação determinística, que consistiu de redução e acréscimo nos custos de implantação e de exploração, de aumentos na produtividade florestal, do custo zero do fator terra e do índice de produtividade florestal, associado à rentabilidade nula, em plantios de eucalipto. CABRAL (1990) implementou, em microcomputador, um modelo determinístico de simulação que permitiu avaliar economicamente a atividade de reflorestamento com eucalipto. Em seu trabalho, foram simuladas variações no preço da madeira em pé, no valor da terra, nos custos de implantação e reforma e na taxa de juros, visando avaliar a influência dessas variáveis na economicidade do programa estudado. RESENDE (1991) desenvolveu um sistema computacional que permitiu fazer projeções de crescimento e produção em qualquer idade. O sistema, associado a informações de custos e receitas, possibilitou determinar a idade ótima de corte para ciclos de um, dois e três cortes. SILVA et al. (2000) teve como objetivo desenvolver e testar um sistema computacional que simulasse e analisasse economicamente alternativas de manejo de plantações florestais.

2.5.3. Análise de riscos e incertezas

Conforme mencionado em itens anteriores, uns dos fatores que podem influenciar decisivamente a tomada de decisão em processos de planejamento é a incerteza.

Considerando que a maior parte das decisões a serem tomadas no processo de planejamento, principalmente no que diz respeito à seleção de alternativas viáveis a serem seguidas, se baseia em algum tipo de previsão, isto por si só insere algum tipo de incerteza no processo. Como exemplo, no setor florestal, podem-se citar previsões da produção, preços de mercado de produtos e insumos, taxa de juros, entre outros. No caso do setor florestal, as incertezas são agravadas por ciclos de produção geralmente muito longos, ressaltando, assim, a importância em se considerá-las. De acordo com DAVIS e JOHNSON (1987), os modelos de decisão, no que diz respeito a riscos e incertezas, podem ser classificados em três categorias:

- 1) Decisão sob certeza: assume que o tomador de decisões conhece precisamente que estados futuros da natureza ocorrerão no tempo em que a ação é escolhida. Neste caso, *estados da natureza* deve ser entendido como aquelas variáveis passíveis de incerteza, como produção, preços de mercado de produtos e insumos, taxa de juros, entre outros; e *ação* pode ser interpretado como, por exemplo, alternativas de manejo a serem adotadas.
- 2) Decisão sob incerteza: significa que o tomador de decisões não tem a menor idéia do que ocorrerá no futuro, especificamente sobre os estados da natureza no momento em que as ações planejadas ocorrerão.
- 3) Decisão sob risco: trata-se do caso em que se é capaz de estimar ou determinar probabilidades para cada estado da natureza. Quando se conhecem as probabilidades, então tem-se alguma informação sobre o futuro, e os métodos apropriados de cálculo podem ajudar a guiar o tomador de decisão, mesmo que não se tenha certeza de qual estado da natureza ocorrerá.

2.5.3.1. Métodos de inclusão de riscos em modelos de programação matemática

O principal problema ao se incluir risco em modelos de Programação Linear surge ao se tentar representar corretamente a aleatoriedade dos coeficientes c_j , a_{ij} e b_i , em que c_j representa o vetor de custos, a_{ij} a matriz de coeficientes tecnológicos e b_i o vetor de requisitos. As principais abordagens sugeridas para solucionar esse problema por meio de modelos de Programação Matemática podem ser divididas em dois grupos, de acordo com a forma como é tratada a fonte de incerteza. No primeiro grupo, a única incerteza presente é relacionada ao vetor de custos (c_j) por unidade de cada alternativa de produção. Agrega, portanto, as fontes primárias de incerteza (aleatoriedade do vetor

de custos, preços, ou custos) em um único componente de risco, expresso na função objetivo dos modelos, e que passa então a ser o alvo do processo de otimização da Programação Matemática. No segundo grupo estão as abordagens que, reconhecendo a importância de se considerar a aleatoriedade dos coeficientes técnicos (a_{ij}) e níveis disponíveis dos recursos na propriedade (b_i), incluem as fontes de incerteza no conjunto de restrições dos modelos, sendo esses métodos agrupados sob o nome genérico de Programação Estocástica (RODRIGUEZ, 1987).

Vários métodos foram desenvolvidos com o propósito de tratar a abordagem dada ao primeiro grupo, ou seja, incertezas relacionadas com o vetor de custos por unidade de cada alternativa de produção. RODRIGUEZ (1987), em seu trabalho, faz um apanhado dos principais métodos de inclusão de risco em modelos de Programação Matemática. Entre os principais métodos citados pelo autor encontram-se a Programação Quadrática, o MOTAD (*Minimization of Total Absolute Deviations*) e a inclusão de risco por meio da *Teoria dos Jogos*. Maiores detalhes desses métodos podem ser obtidos em RODRIGUEZ (1987). Em relação ao segundo grupo, que reconhece a importância de se considerar a aleatoriedade dos coeficientes técnicos (a_{ij}) e níveis disponíveis dos recursos na propriedade (b_i), WAGNER (1986) e SENGUPTA e FOX (1975) apresentaram alguns modelos de Programação Estocástica que tratam dessa problemática, entre os quais cabe citar o *Modelo Linear de Dois Estágios* e o *Modelo com Restrições Probabilísticas*. Para RODRIGUEZ (1987), modelos de Programação Estocástica se caracterizam pela excessiva complexidade envolvida na sua elaboração e resolução, sendo poucos os que conseguem manter a formulação original de um problema de Programação Linear.

Outra maneira de incluir risco em modelos de Programação Matemática é por meio da aplicação simultânea de técnicas de Simulação e Programação Linear. A aplicação de técnicas de Simulação em modelos de Programação Linear consiste na sucessiva resolução do problema determinístico de Programação Linear, em que, a cada resolução, os coeficientes aleatórios são substituídos por valores obtidos pelo emprego do método de Monte Carlo. RODRIGUEZ (1987) utilizou esta técnica para resolução de um problema de planejamento agrícola. Em seu trabalho, após a solução de mil problemas de Programação Linear, em que foram variados os coeficientes c_j da função objetivo por meio de valores simulados pelo método de Monte Carlo, o autor definiu planos ótimos de ação e suas respectivas probabilidades de ocorrência, dadas as mil simulações executadas.

Mais especificamente no setor florestal, VOLPI et al. (1999) discutiram o impacto de perturbações estocásticas em um modelo de planejamento florestal. Por meio de um modelo de Programação Linear, os autores empregaram simulações estocásticas para analisar e quantificar a variabilidade que ocorre nos valores da função objetivo, perante a natureza aleatória dos dados que alimentam o modelo.

Conforme abordado até aqui, diversos são os métodos de predição da produção, avaliação econômica, Programação Matemática e de consideração de riscos e incertezas. Assim, o engenheiro florestal tem diante de si uma série de ferramentas que pode conduzi-lo a um processo de tomada de decisão que mais o aproxime do ótimo. Cabe ressaltar que, durante esse processo, além da preocupação na escolha das ferramentas adequadas, deve-se observar o fato de que muitas dessas ferramentas são interdependentes, trocando dados entre si. Desse modo, estudos que considerem essas ferramentas interagindo de maneira global, associadas aos grandes avanços computacionais recentes, sugerem uma linha de pesquisa de grande potencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRACAVE. Anuário estatístico. Belo Horizonte: ABRACAVE, ano 8, n. 24, 1998.
- AHRENS, S. **A seleção simultânea do ótimo regime de desbaste e da idade de rotação, para povoamentos de *Pinus taeda* L., Através de um modelo de programação dinâmica.** Curitiba: UFPr, 1992. 189p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná. 1992.
- ALFARO, L.C.G. **Localização econômica dos reflorestamentos com eucaliptos, para a produção de carvão vegetal, no estado de Minas Gerais.** Viçosa: UFV, 1985. 147p. Tese Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa.
- ANDRADE, E.L. **Introdução à pesquisa operacional - Métodos e modelos para a análise de decisão.** Rio de Janeiro. ed. Livros Técnicos e Científicos, 1989. 377p.
- BAILEY, R.L.; WARE, K.D. Compatible basal-area growth and yield model for thinned and unthinned stands. **Canadian Journal Forest Research**, n.13, p.563-571, 1983.
- BRACELPA - CELULOSE & PAPEL. Mercado - Setor espera substituição de importações em 1999. São Paulo: BRACELPA, ano15, n.64, 1998.
- BUCKMAN, R.E. Growth and yield of red pine in Minnesota. Washington, D.C., U.S.D.A., 1962 (Technical Bull., 1272).
- BUONGIORNO, J.; GILLESS, J.K. **Forest management and economics - A primer in quantitative methods.** Berkeley, California. 1987. 285p.
- BURKHART, H.E. Stand modeling for radiata pine in New Zealand. **New Zealand Journal of Forest**, v.22, n.2, p.297-307, 1977.

- CABRAL, F.C.P. **Desenvolvimento de um sistema computacional para simular e comparar economicamente alternativas de manejo de plantações florestais.** Viçosa: UFV, 1990. 108p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1990.
- CAMPOS, J.C.C.; CAMPOS, A.L.A.S.; LEITE, H.G. Decisão silvicultural empregando um sistema de predição do crescimento e da produção. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.12, n.2, p.100-110, 1988.
- CAMPOS, J.C.C.; ROSAS, M.P.; LEITE, H.G. Comparação de alternativas de determinação da idade técnica de corte em plantações de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.20, n.1, p.37-49, 1996.
- CAMPOS, L.J.D. **Prognose por classe de diâmetro a partir de modelos do tipo povoamento total.** Viçosa: UFV, 1997. 57p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1997.
- CHICHORRO, J.F. **Avaliação econômica de experimentos de adubação de *Eucalyptus grandis*, no cerrado de Minas Gerais.** Viçosa: UFV, 1987. 125p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1987.
- CHICHORRO, J.F. **Análise estrutural e econômica de multiprodutos de madeira em florestas naturais.** Viçosa-MG, 241p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, 2000.
- CLUTTER, J.C.; PIENNAR, L.V.; BRISTER, G.H. et. al. **Timber management: a quantitative approach.** 3 ed. New York. Jonh Willey, 1983. 333p.
- CLUTTER, J.L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v.9, n.3, p.355-371, 1963.
- CUNHA NETO, F.R.; SCOLFORO, J.R.S.; CALEGARIO, N.; OLIVEIRA, A.D.; JÚNIOR, H.K. Modelo para predição da produção por classe de diâmetro para *Eulcalyptus grandis*. **Revista Cerne**, Lavras-MG, n.11, p.108-122, 1994.
- DANIELS, R.F.; BURKHART, H.E. An integrated system of forest stand models. **For. Ecol. and Management**, v.23, n.159-177. 1988.
- DAVIS, K.P. **Forest management: regulation and valuation.** 2.ed. New York: Mc Graw-Hill, 1966, 519p.
- DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.N. **Forest management.** 3.ed. New York: Mc Graw- Hill Book Company, 1987. 790p.
- DYKSTRA, D.P. **Mathematical programming for natural resource management.** New York: McGraw-Hill, 1984. 318p.
- FILGUEIRAS, J.F. **Análise sócio-econômica dos reflorestamentos com eucaliptos, no distrito florestal do Vale do Rio Doce, Minas Gerais.** Viçosa: UFV, 1989. 72p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1989.

- FILGUEIRAS, J.F. **Um modelo de substituição de equipamentos para minimizar custos operacionais em uma empresa florestal.** Viçosa: UFV, 1994. 54p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1994.
- GHANDFOROUSH, P.; GREBER, B.J. Solving allocation and scheduling problems inherent in forest resource management using mixed-integer programming. **Comput. Operation Research.** v.13, p.551-562, 1986.
- GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P.C. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.** 1.ed. Rio de Janeiro, 2000, 649p.
- GOMES, F.S.; MAESTRI, R.; SANQUETA, C.R. Análise financeira de regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* L., visando a produção de madeira para a indústria de papel e celulose. **Revista Árvore**, Viçosa, v.22, n.2, p.227-243, 1998.
- GORINI, A.P.F. Panorama do setor moveleiro no Brasil, com ênfase na competitividade externa a partir do desenvolvimento da cadeia industrial de produtos sólidos de madeira. **BNDES Setorial**, Rio de Janeiro, n.8, p.3-57, 1998.
- GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto.** Viçosa: UFV, 1994. 160p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1994.
- HILLER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. **Introduction to operational research.** 3.ed. Oakland, Califórnia, 1980, 829 p.
- LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; REGAZZI, A.J.; COUTO, L. Um modelo para estimar a produção de madeira para celulose e energia derivado da função Weibull. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.14, n.4, p.102-118, 1990.
- LEITE, H.G. **Conversão de troncos em multiprodutos da madeira, utilizando programação dinâmica.** Viçosa: UFV, 1994. 230p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1994.
- LEUSCHNER, W.A. **Introduction to forest resources management.** New York: John Wiley & Sons, 1984. 298p.
- LOPES, H.V.S. **Análise econômica dos fatores que afetam a rotação de povoamentos de eucaliptos.** Viçosa: UFV, 1990. 188p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1990.
- MACKINNEY, A.L.; SCHUMACHER, F.X.; CHAIKEN, L.E. Construction of yield tables for nonnormal loblolly pine stands. **Journal Agric. Res.**, n.54, p.531-545, 1937.
- NAUTIYAL, J.C. **Forest economics: principles and applications.** Toronto, canadian scholars Press Inc., 1988. 581p.

- OLIVEIRA, A.J. **Desenvolvimento de um sistema computacional para simular e comparar economicamente as operações de reforma, adensamento e interplântio em povoamentos de eucaliptos.** Viçosa: UFV, 1986. 62p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1986.
- PECE DE RIOS, M.G.V. **Um modelo de crescimento e produção aplicado a plantações de *Eucalyptus pellita*.** Viçosa: UFV, 1993. 89p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1993.
- RESENDE, R.R. **Um modelo de crescimento e produção para determinação da rotação em povoamentos de eucalipto.** Viçosa: UFV, 1991. 81p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1991.
- REZENDE, J.L.P. **Aspectos econômicos da produção de madeira de *Eucalyptus* para fins energéticos - com ênfase em espaçamento e rotação.** Belo Horizonte, ABRACAVE, 1984. 33p.
- REZENDE, J.L.P.; OLIVEIRA, A.D. **Avaliação de projetos florestais.** Viçosa, Minas Gerais: Imprensa Universitária, UFV, 1993. 49p. Universidade Federal de Viçosa, 237).
- RIBEIRO, C.A.A.S. **Pesquisa operacional aplicada ao manejo florestal.** Viçosa: UFV. Departamento de Engenharia Florestal, 1996. 107p. (Notas de aula).
- RODRIGUES, F.L. **Regulação de florestas equiâneas utilizando programação linear.** Viçosa: UFV, 1997. 117p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1997.
- RODRIGUES, F.L.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L.; RIBEIRO, C.A.A.S.; SILVA, M.L.; **Regulação de florestas equiâneas utilizando programação linear: uma aplicação da teoria do modelo II. *Revista Árvore*, Viçosa-MG, v.22, n.2, p.193-213, 1998.**
- RODRIGUES, F.L.; LEITE, H.G.; SILVA, M.L.; RIBEIRO, C.A.A.S. **Determinação de estratégias de reforma, condução da brotação e compra de terras, utilizando programação linear. *Revista Árvore*, Viçosa-MG, v.23, n.2, p.169-186, 1999.**
- RODRIGUEZ, L.C.E. **Planejamento agropecuário através de um modelo de programação linear não determinista.** Piracicaba: ESALQ, 1987. 83p. Tese (Mestrado em Economia Agrária) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz da Universidade de São Paulo. 1987.
- RODRIGUEZ, L.C.E. **Use of heuristic methods in the analysis of large-scale forest management integer programming models.** Athens-Georgia: University of Georgia, 1994. 93p. Thesis (Ph.D.) - University of Georgia, 1994.
- RODRIGUEZ, L.C.E.; BORGES, J.G. **Técnicas matemáticas para determinação de níveis sustentáveis de produção florestal: um exemplo em eucaliptal *Revista Florestal*, Lisboa, Portugal, v.12, n.1/2, p.83-91, 1999.**

- SCHUMACHER, F.X. A new growth curve and its application to timber-yield. **Journal Agric. Res.** n.37, p.817-820, 1939.
- SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e predição, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.** Curitiba: UFPr, 1991. 290p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná. 1991.
- SENGUPTA, J.K., FOX, K.A. **Economics analysis and operational research: optimization techniques in quantitative economic models.** 3.ed. New York, 1975. 478p.
- SHIMIZU, T. **Pesquisa operacional em engenharia, economia e administração: modelos básicos e métodos computacionais.** Rio de Janeiro, Guanabara dois. 1994. 360p.
- SILVA, G.F.; RODRIGUES, F.L.; SANTOS, H.N. Um sistema de apoio a decisão para pequenas e médias empresas florestais. In: XXXII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2000, Viçosa - MG, **Anais...** SOBRAPO: 2000. p.953-961.
- SMITH, E.B.S. **Determinação da rotação econômica para *Eucalyptus grandis* (W. Hill Ex Maiden), destinado à produção de carvão vegetal.** Viçosa: UFV, 1989. 69p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1989.
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; SEDIYAMA, G.C. Intervalo de previsão para um modelo de crescimento e produção composto por equações simultâneas. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.2, p.185-192, 1998.
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; SEDIYAMA, G.C. Caracterização da periodicidade e da probabilidade de ocorrência de precipitações anuais como subsídios para o planejamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.3, p.315-324, 1998.
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; SEDIYAMA, G.C. A inclusão da precipitação anual em um modelo de crescimento e produção. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.4, p. 475-482, 1998.
- SOARES, C.P.B. **Um modelo para o gerenciamento da produção de madeira em plantios comerciais de eucalipto.** Viçosa, MG: UFV, 1999. 71p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1999.
- SULLIVAN, A.D.; CLUTTER, J.L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, v.18, n.1, p.76-86, 1972.
- TREVISOL JÚNIOR, T.L. **Análise de um modelo compatível de crescimento e produção de *Eucalyptus grandis* (W. Hill ex Maiden).** Viçosa: UFV, 1985. 74p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1985.

VOLPI, N.M.P.; CARNIERI, C.; SANQUETA, C.R. O impacto da estocasticidade das informações em um modelo de planejamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.12, n.2, p.100-110, 1999.

WAGNER, H.M. **Pesquisa operacional**. 2.ed. São Paulo. 1986. 851p.

YOSHIMOTO, A.; BRODIE, J.D.; SESSIONS, J. A new heuristic to solve spatially constrained long-term harvest scheduling problems. **Forest Science**, v.40, n.3, p.365-396, 1994.

PROBLEMAS COM O USO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR COM POSTERIOR ARREDONDAMENTO DA SOLUÇÃO ÓTIMA, EM REGULAÇÃO FLORESTAL

RESUMO - Este trabalho teve como principal objetivo avaliar, com a ajuda da Programação Inteira, as conseqüências do uso da Programação Linear com posterior arredondamento das respostas, com ênfase na regulação de florestas equiâneas. Para isso, um problema de regulação florestal simplificado foi idealizado e resolvido pelo modelo I por meio de Programação Linear, Programação Linear com posterior arredondamento e Programação Inteira. Ao final, conclui-se que o arredondamento das respostas obtidas pelo modelo resolvido por Programação Linear levou a uma solução inviável para o problema de regulação proposto. O mesmo não ocorreu com o modelo de Programação Inteira, que apresentou um plano de regulação factível e otimizado, mostrando que, do ponto de vista matemático, respostas com arredondamento da solução de modelos de Programação Linear não devem ser adotadas.

Palavras-chave: Programação Linear, Programação Inteira, Regulação Florestal.

PROBLEMS WITH THE USE OF THE LINEAR PROGRAMMING WITH A POST ROUNDING OUT OF THE OPTIMAL SOLUTION, IN FOREST REGULATION

ABSTRACT – The main objective of this work was to evaluate, with the help of the Integer Programming, the consequences of the use of the Linear Programming with the post rounding out of the responses, mainly in relation to even-aged forest regulation. With this objective, a simplified problems of forest regulation was carried out and solved by the model I by means of Linear Programming, Linear Programming with post rounding out, and Integer Programming. At the end, the conclusion was that the rounding out of responses obtained by the model solved by Linear Programming leaf to a non viable solution for the proposed regulation problem. The same did not occur with the model of Integer Programming, which presented a regulation plan factible and optimized, showing that, from the mathematical point of view, responses with rounding out of the solution of Linear Programming models should not be adopted.

Key words: Linear Programming, Integer Programming, Forest Regulation.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com RODRIGUEZ e LIMA (1985) e LEITE (1994), dentre as técnicas de Pesquisa Operacional aplicadas ao planejamento florestal, a Programação Linear aparece como uma das principais. Uma das pressuposições desse tipo de Programação Matemática, conforme HILLER e LIEBERMAN (1980), é a divisibilidade, ou seja, a pressuposição de que toda variável de decisão pode assumir qualquer valor real não-negativo (inteiro ou fracionário). Em muitas situações do planejamento florestal, essa divisibilidade pode resultar na impossibilidade de adoção da solução ótima, principalmente se as variáveis decisórias envolverem mão-de-obra ou máquinas, e, também, em degeneração do ótimo, quando são adotadas soluções operacionais. Uma solução operacional consiste em uma aproximação exequível do ótimo indicado pela Programação Matemática.

Considerando um modelo de planejamento florestal em que as variáveis de decisão representam áreas de unidades de manejo a serem submetidas um determinado regime de manejo, é comum encontrar como solução para estes modelos subdivisões dessas unidades entre diferentes regimes de manejo. Essas soluções são em geral indesejáveis do ponto de vista operacional, mas possíveis de ocorrer do ponto de vista matemático, pois trabalha-se com variáveis definidas no espaço real de valores contínuos e positivos (DYKSTRA, 1984; CLUTTER et al., 1983; DAVIS e JOHNSON, 1987).

Situações envolvendo variáveis inteiras são comuns no manejo florestal, justificando, portanto, o estudo de métodos de solução de problemas de Programação Matemática com restrições de integridade. NOBRE (1999) sugere como solução para resolver o problema da divisão das unidades de manejo, em estudos de regulação florestal, o uso de Programação Inteira com variáveis *dummy*. Estas variáveis permitiriam, então, definir a associação ou não de um determinado regime de manejo com a respectiva unidade de produção. Contudo, de acordo com DYKSTRA (1984) e BUONGIORNO e GILLESS (1987), problemas com variáveis inteiras são difíceis de resolver, mesmo com computadores de grande desempenho. O que tem sido proposto e feito no Brasil, ao longo dos anos, para contornar essa situação é a solução de problemas de grande porte por meio do emprego da Programação Linear com posterior arredondamento das respostas, embora se saiba que outros algoritmos têm sido utilizados em pesquisas para resolver problemas que exigem a integridade das variáveis. Dentre estes, as metas heurísticas têm sido alvo de vários estudos, dado o seu grande desempenho computacional.

Embora o arredondamento de soluções muitas vezes possa parecer a saída mais fácil e prática para problemas de planejamento florestal de grande porte, conforme mencionado anteriormente, esta prática pode levar a resultados insatisfatórios e, muitas vezes, a soluções inviáveis. De acordo com GOLDBARG e LUNA (2000), a técnica de arredondamento pode resultar em uma derrocada completa no esforço de modelagem e solução, o que justifica o uso de outros métodos de solução. Neste estudo, procurou-se avaliar, com a ajuda da Programação Inteira, as conseqüências do uso da Programação Linear com posterior arredondamento das respostas, com ênfase na regulação de florestas equiâneas.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Com vistas a alcançar o objetivo proposto, foram utilizados dados de um problema de regulação florestal simplificado, mas que possui número de variáveis suficiente para ilustrar as situações desejadas. Esse problema consistiu em: *uma empresa florestal deseja elaborar um plano de manejo para uma floresta equiânea para os próximos 8 anos (horizonte de planejamento), com o objetivo de maximizar o retorno econômico.* Os dados desse exemplo são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Áreas e idades atuais das unidades de manejo

Unidade de Manejo	Área (ha)	Idade Atual	Produção (m ³ /ha)
1	50,00	1	
2	85,00	2	
3	50,00	3	
4	50,00	4	
5	90,00	5	179,10
6	35,00	6	235,02
7	35,00	7	285,37
8	60,00	8	300,00

São fornecidas também as seguintes informações:

- possíveis atividades incluem: corte seguido de reforma imediata;
- idades mínima e máxima de corte são 5 e 8 anos, respectivamente;
- operações de corte ocorrem uma vez a cada ano, no início do ano;
- os sítios são homogêneos; e
- a demanda anual do mercado por madeira é de 15.000,00 m³/ano.

2.1. Formulação pelo modelo clássico de programação linear (P.L.)

Inicialmente o problema proposto foi formulado como um problema de Programação Linear clássico. Foi empregado o modelo I, proposto originalmente por Kidd et al. (1966), citados por DYKSTRA (1984), recebendo essa denominação por JOHNSON e SCHEURMAN (1977). Nessa formulação, a variável de decisão X_{ij} representa a fração da unidade de manejo i , que deverá ser assinalada na prescrição j . O fundamento básico dessa formulação é de que a floresta é subdividida em classes homogêneas de idade, sendo posteriormente prescrito um elenco predeterminado de alternativas de manejo para cada classe. As prescrições representam seqüências pre-estabelecidas de ações que ocorrerão ao longo do período de transição (RIBEIRO, 1996). As prescrições podem se referir, por exemplo, às idades de colheita. No modelo I, uma vez que uma dada fração de área seja assinalada em uma determinada prescrição de manejo, ela permanecerá sob tal prescrição durante todo o horizonte de planejamento. O horizonte de planejamento é subdividido em períodos, e as ações ocorrem no início destes, conforme RIBEIRO (1996).

Prescrições de manejo foram sugeridas para o problema em questão, conforme apresentado no Quadro 2, em que a variável de decisão X_{ij} representa a área em hectares da unidade de manejo i , a qual será atribuída à prescrição j . Para determinação das prescrições, considerou-se como idades de corte, mínima e máxima, cinco e oito anos, respectivamente.

Considerou-se como objetivo do empreendedor a maximização do Benefício Periódico Equivalente (BPE) global da floresta, sendo estabelecida a seguinte função objetivo:

$$\text{Max } BPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} X_{ij}$$

em que

BPE_G = benefício periódico equivalente (BPE) global;

C_{ij} = benefício periódico equivalente (BPE) da exploração de cada hectare da unidade de manejo i , manejada sob a alternativa de manejo j ;

X_{ij} = fração de área (ha) da unidade de manejo i assinalada na alternativa de manejo j ;

M = número total de unidades de manejos; e

N = número total de alternativas de manejo da i -ésima unidade de manejo.

Quadro 2 - Prescrições viáveis de manejo para um horizonte de planejamento de oito anos

Presc. de Manejo	Idade Atual	Rotações em anos	Horizonte de Planejamento								Idade Final
			0	1	2	3	4	5	6	7	
X ₁₁	0	5						179,10			3
X ₁₂	0	6							235,02		2
X ₁₃	0	7								285,37	1
X ₂₁	1	5					179,10				4
X ₂₂	1	6						235,02			3
X ₂₃	1	7							285,37		2
X ₂₄	1	8								300,00	1
X ₃₁	2	5				179,10					5
X ₃₂	2	6					235,02				4
X ₃₃	2	7						285,37			3
X ₃₄	2	8							300,00		2
X ₄₁	3	5-5			179,10					179,10	1
X ₄₂	3	6				235,02					5
X ₄₃	3	7					285,37				4
X ₄₄	3	8						300,00			3
X ₅₁	4	5-5		179,10					179,10		2
X ₅₂	4	5-6		179,10						235,02	1
X ₅₃	4	6-5			235,02					179,10	1
X ₅₄	4	7				285,37					5
X ₅₅	4	8					300,00				4
X ₆₁	5	5-5	179,10					179,10			3
X ₆₂	5	5-6	179,10						235,02		2
X ₆₃	5	5-7	179,10							285,37	1
X ₆₄	5	6-5		235,02					179,10		2
X ₆₅	5	6-6		235,02						235,02	1
X ₆₆	5	7-5			285,37					179,10	1
X ₆₇	5	8				300,00					5
X ₇₁	6	6-5	235,02					179,10			3
X ₇₂	6	6-6	235,02						235,02		2
X ₇₃	6	6-7	235,02							285,37	1
X ₇₄	6	7-5		285,37					179,10		2
X ₇₅	6	7-6		285,37						235,02	1
X ₇₆	6	8-5			300,00					179,10	1
X ₈₁	7	7-5	285,37					179,10			3
X ₈₂	7	7-6	285,37						235,02		2
X ₈₃	7	7-7	285,37							285,37	1
X ₈₄	7	8-5		300,00					179,10		2
X ₈₅	7	8-6		300,00						235,02	1

	Estoque de colheita
	Estoque de crescimento

Para obtenção do Benefício Periódico Equivalente (BPE), empregou-se a metodologia apresentada em REZENDE e OLIVEIRA (1993) e GOMES et al. (1998). Desse modo, o *BPE* foi obtido pela seguinte expressão:

$$BPE = \frac{VPL \cdot i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

em que

BPE = benefício periódico equivalente, em R\$/ha/ano;

VPL = valor presente líquido, em R\$/ha ;

i = taxa de desconto; e

n = duração do projeto, em anos.

Considerou-se uma taxa de desconto (*i*) de 7% a.a.; o preço da madeira posto na fábrica foi considerado como de R\$ 42,00/m³, em média, e os valores de custos são apresentados no Quadro 3.

Quadro 3 - Custos médios das principais atividades

Atividade	Custo - R\$/ha	Ano de Ocorrência
Implantação	1040,12	0
Manutenção	97,12	0
	168,85	No ano 1 e no 1º ano após reforma
	79,65	No ano 2 e no 2º ano após reforma
	79,65	No ano 3 e no 3º ano após reforma
	40,25	Do 4º até o ano do 1º corte, o mesmo após reforma
	140,13	No ano do 1º corte
	140,13	No ano do 2º corte
Reforma	871,27	Ano zero do 2º ciclo
Exploração (R\$/m ³)	10,91	Nos anos do 1º e 2º corte
Custo anual da terra	1200 x <i>i</i>	Anualmente

A partir dos valores de custos e receitas apresentados, a função objetivo assumiu a seguinte forma:

$$\begin{aligned} MAX Z = & 177,58X_{11} + 341,03X_{12} + 471,75X_{13} + 158,50X_{21} + 318,79X_{22} + 438,46X_{23} + \\ & 441,63X_{24} + 146,31X_{31} + 301,91X_{32} + 420,69X_{33} + 415,93X_{34} + 514,75X_{41} + \\ & 292,26X_{42} + 408,02X_{43} + 403,25X_{44} + 500,16X_{51} + 621,54X_{52} + 642,77X_{53} + \\ & 402,44X_{54} + 394,53X_{55} + 496,41X_{61} + 613,19X_{62} + 706,58X_{63} + 634,78X_{64} + \\ & 750,12X_{65} + 739,51X_{66} + 391,93X_{67} + 637,44X_{71} + 749,04X_{72} + 838,29X_{73} + \\ & 738,18X_{74} + 848,42X_{75} + 716,40X_{76} + 747,23X_{81} + 854,39X_{82} + 940,09X_{83} + \\ & 718,76X_{84} + 824,60X_{85} \end{aligned}$$

Observe que, por exemplo, o valor 177,58 representa a receita líquida anual (lucro) obtida de cada hectare da unidade de manejo 1, segundo a alternativa de manejo 1 (corte aos cinco anos de idade).

2.1.1. Restrição de área disponível para colheita

Esta é a restrição que determina a disponibilidade total de área de cada unidade de manejo florestal, sendo:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N X_{ij} = A_i \quad (i = 1, \dots, M \text{ e } j = 1, \dots, N)$$

em que A_i = área da i -ésima unidade de manejo.

Para o exemplo, esta restrição pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} &\leq 50 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} &\leq 85 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} &\leq 50 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} &\leq 50 \\ X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} &\leq 90 \\ X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_{67} &\leq 35 \\ X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} &\leq 35 \\ X_{81} + X_{82} + X_{83} + X_{84} + X_{85} &\leq 60 \end{aligned}$$

2.1.2. Imposição de cotas ou produções anuais

Esta restrição visa estabelecer uma produção periódica de volume de madeira de modo que atenda a uma demanda preestabelecida. Considerando-se V_k o volume total removido no período k , então:

$$V_k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V_{ijk} X_{ij} \quad \{k = 0, 1, \dots, H - 2\},$$

em que

V_{ijk} = volume (m^3/ha) produzido pela i -ésima unidade de manejo assinalada na j -ésima alternativa de manejo, no início do período k ;

V_k = volume total (m^3) removido no período k , representando a demanda a ser atendida no período k ; e

H = horizonte de planejamento.

Para o problema proposto, a demanda mínima do mercado por madeira é de 15.000,00 m³/ano. Contudo, deseja-se também que a produção de madeira não exceda os 20.000,00 m³/ano, prevendo-se um excesso de produção que poderia acarretar dificuldades na sua estocagem e venda. Essas restrições podem ser assim representadas:

$$V0 : 20000 \geq 179,10 X_{61} + 179,10 X_{62} + 179,10 X_{63} + 235,02 X_{71} + 235,02 X_{72} + 235,02 X_{73} + 285,37 X_{81} + 285,37 X_{82} + 285,37 X_{83} \geq 15000$$

$$V1 : 20000 \geq 179,10 X_{51} + 179,10 X_{52} + 235,02 X_{64} + 235,02 X_{65} + 285,37 X_{74} + 285,37 X_{75} + 300,00 X_{84} + 300,00 X_{85} \geq 15000$$

$$V2 : 20000 \geq 179,10 X_{41} + 235,02 X_{53} + 285,37 X_{66} + 300,00 X_{76} \geq 15000$$

$$V3 : 20000 \geq 179,10 X_{31} + 235,02 X_{42} + 285,37 X_{54} + 300,00 X_{67} \geq 15000$$

$$V4 : 20000 \geq 179,10 X_{21} + 235,02 X_{32} + 285,37 X_{43} + 300,00 X_{55} \geq 15000$$

$$V5 : 20000 \geq 179,10 X_{11} + 235,02 X_{22} + 285,37 X_{33} + 300,00 X_{44} + 179,10 X_{61} + 179,10 X_{71} + 179,10 X_{81} \geq 15000$$

$$V6 : 20000 \geq 235,02 X_{12} + 285,37 X_{23} + 300,00 X_{34} + 179,10 X_{51} + 235,02 X_{62} + 179,10 X_{64} + 235,02 X_{72} + 179,10 X_{74} + 235,02 X_{82} + 179,10 X_{84} \geq 15000$$

$$V7 : 20000 \geq 285,37 X_{13} + 300,00 X_{24} + 179,10 X_{41} + 235,02 X_{52} + 179,10 X_{53} + 285,37 X_{63} + 235,02 X_{65} + 179,10 X_{66} + 285,37 X_{73} + 235,02 X_{75} + 179,10 X_{76} + 285,37 X_{83} + 235,02 X_{85} \geq 15000$$

2.2. Modelo de programação inteira (PI)

Considerando agora W_{ij} uma variável binária, em que 1 significa cortar a unidade de manejo i assinalada na alternativa j e 0 significa o contrário, foi estabelecida a seguinte função objetivo:

$$Max. BPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_{ij} W_{ij} ,$$

em que

BPE_G = benefício periódico equivalente (BPE) global;

b_{ij} = benefício periódico equivalente (BPE) total de cada unidade de manejo i assinalada na alternativa j ;

M = número total de unidades de manejos; e

N = número total de alternativas de manejo da i -ésima unidade de manejo.

Substituindo-se os valores de BPE , obtidos conforme metodologia apresentada no item 2.1, multiplicados pelas respectivas áreas de cada unidade de manejo, a função objetivo assumiu a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
MAX Z = & 8878,97 W_{11} + 17051,27 W_{12} + 23587,33 W_{13} + 13472,87 W_{21} + \\
& 27097,23 W_{22} + 37269,04 W_{23} + 37538,72 W_{24} + 7315,39 W_{31} + \\
& 15095,39 W_{32} + 21034,26 W_{33} + 20796,27 W_{34} + 25737,34 W_{41} + \\
& 14612,79 W_{42} + 20401,17 W_{43} + 20162,66 W_{44} + 45014,81 W_{51} + \\
& 55938,65 W_{52} + 57849,28 W_{53} + 36219,35 W_{54} + 35507,62 W_{55} + \\
& 17374,36 W_{61} + 21461,57 W_{62} + 24730,45 W_{63} + 22217,13 W_{64} + \\
& 26254,36 W_{65} + 25882,84 W_{66} + 13717,48 W_{67} + 22310,28 W_{71} + \\
& 26216,25 W_{72} + 29340,17 W_{73} + 25836,35 W_{74} + 29694,55 W_{75} + \\
& 25074,07 W_{76} + 26153,14 W_{81} + 29903,67 W_{82} + 32903,27 W_{83} + \\
& 25156,50 W_{84} + 28861,17 W_{85}
\end{aligned}$$

2.2.1. Restrição de área disponível para colheita

Esta restrição determina se toda a área da unidade de manejo florestal será cortada ou não, sendo:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N W_{ij} = A_i \quad (i = 1, \dots, M \text{ e } j = 1, \dots, N)$$

A_i é sempre igual a 1 e $W_{ij} \in \{0, 1\}$, em que:

0 = não-assinalamento da alternativa j na unidade de manejo i; e
1 = caso contrário.

Esta restrição pode ser escrita, ainda, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
W_{11} + W_{12} + W_{13} &= 1 \\
W_{21} + W_{22} + W_{23} + W_{24} &= 1 \\
W_{31} + W_{32} + W_{33} + W_{34} &= 1 \\
W_{41} + W_{42} + W_{43} + W_{44} &= 1 \\
W_{51} + W_{52} + W_{53} + W_{54} + W_{55} &= 1 \\
W_{61} + W_{62} + W_{63} + W_{64} + W_{65} + W_{66} + W_{67} &= 1 \\
W_{71} + W_{72} + W_{73} + W_{74} + W_{75} + W_{76} &= 1 \\
W_{81} + W_{82} + W_{83} + W_{84} + W_{85} &= 1
\end{aligned}$$

2.2.2. Imposição de cotas ou produções anuais

Da mesma forma que no modelo de Programação Linear, para uma demanda mínima de 15.000,00 m³/ano e máxima de 20.000,00 m³/ano, segue que:

$$V_k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N VT_{ijk} W_{ij} \quad \{k = 0, 1, \dots, H - 2\}$$

em que

VT_{ijk} = volume total (m³) produzido pela i-ésima unidade de manejo assinalada na j-ésima alternativa de manejo, no início do período k;

V_k = volume total (m³) removido no período k , representando a demanda a ser atendida no período K ; e
 H = horizonte de planejamento.

$$V0 : 20000 \geq 6268,65 W_{61} + 6268,65 W_{62} + 6268,65 W_{63} + 8225,70 W_{71} + 8225,70 W_{72} + 8225,70 W_{73} + 17122,20 W_{81} + 17122,20 W_{82} + 17122,20 W_{83} \geq 15000$$

$$V1 : 20000 \geq 16119,00 W_{51} + 16119,00 W_{52} + 8225,70 W_{64} + 8225,70 W_{65} + 9987,95 W_{74} + 9987,95 W_{75} + 18000,00 W_{84} + 18000,00 W_{85} \geq 15000$$

$$V2 : 20000 \geq 8955,00 W_{41} + 21151,80 W_{53} + 9987,95 W_{66} + 10500,00 W_{76} \geq 15000$$

$$V3 : 20000 \geq 8955,00 W_{31} + 11751,00 W_{42} + 25683,30 W_{54} + 10500,00 W_{67} \geq 15000$$

$$V4 : 20000 \geq 15223,00 W_{21} + 11751,00 W_{32} + 14268,50 W_{43} + 27000,00 W_{55} \geq 15000$$

$$V5 : 20000 \geq 8955,00 W_{11} + 19976,70 W_{22} + 14268,50 W_{33} + 15000,00 W_{44} + 6268,65 W_{61} + 6268,50 W_{71} + 10746,00 W_{81} \geq 15000$$

$$V6 : 20000 \geq 11751,00 W_{12} + 24256,45 W_{23} + 15000,00 W_{34} + 16119,00 W_{51} + 8225,70 W_{62} + 6268,65 W_{64} + 8225,70 W_{72} + 6268,50 W_{74} + 14101,20 W_{82} + 10746 W_{84} \geq 15000$$

$$V7 : 20000 \geq 14269,00 W_{13} + 25500,00 W_{24} + 8955,00 W_{41} + 21151,80 W_{52} + 16119,00 W_{53} + 9987,95 W_{63} + 8225,70 W_{65} + 6268,65 W_{66} + 9987,95 W_{73} + 8225,70 W_{75} + 6268,50 W_{76} + 17122,20 W_{83} + 14101,20 W_{85} \geq 15000$$

Os modelos de PL e de PI foram resolvidos empregando-se os algoritmos *Simplex* e *Branch and Bound*, respectivamente, implementados no *software* LINDO/PC, versão 6.01 (1997). A solução obtida com a PL foi submetida a um arredondamento e posteriormente comparada com a solução obtida pelo método de *Branch and Bound*.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para melhor compreensão dos resultados, primeiro é apresentada a resposta para o modelo de PL clássico. Em seguida, é apresentada a resposta para esse mesmo modelo com posterior arredondamento. Finalmente, é apresentada a solução para o problema de acordo com a técnica de Programação Inteira.

3.1. Solução do modelo de programação linear

A solução do modelo de PL clássico, proposto no item 2.1, responde às questões básicas do planejador florestal, quais sejam: quando, quanto e onde cortar (Quadro 4). Ainda, de acordo com o Quadro 4, pode-se observar que as restrições propostas foram atendidas.

Contudo, o modelo clássico apresenta um inconveniente: o particionamento das unidades de manejo (Quadro 5). Este particionamento ocorre quando mais de uma

alternativa é determinada para uma mesma unidade de manejo. Veja, por exemplo, o caso da unidade de manejo 1, que foi dividida por duas alternativas, quais sejam: cortar 26,11 hectares aos seis anos (variável X_{12}^*) e cortar 23,89 hectares aos sete anos (variável X_{13}^*). Dessa forma, a unidade de manejo que originalmente possuía 50 hectares foi dividida, respectivamente, em 26,11 e 23,89 hectares, o que é indesejável do ponto de vista operacional. De acordo com a solução apresentada, das oito unidades de manejo, apenas as unidades 3 e 7 não foram particionadas.

Quadro 4 - Plano de manejo florestal considerando a otimização do lucro, obtido pela técnica de Programação Linear clássico

Ano	Prescrição	Idade de corte (anos)	Área (ha)	Prod. (m ³)
0	X_{81}	7	52,56	15.000,00
Total	-	-	52,56	15.000,00
1	X_{64}	6	11,83	2.780,29
1	X_{74}	7	35,00	9.987,95
1	X_{84}	8	7,44	2.232,00
Total	-	-	54,27	15.000,00
2	X_{53}	6	50,43	11.852,06
2	X_{66}	7	23,17	6.612,02
Total	-	-	73,60	18.464,08
3	X_{42}	6	37,06	8.708,84
3	X_{54}	7	39,57	11.292,09
Total	-	-	76,63	20.000,00
4	X_{21}	5	25,43	4.555,51
4	X_{32}	6	50,00	11.752,00
4	X_{43}	7	12,94	3.6292,69
Total	-	-	88,37	20.000,00
5	X_{22}	6	45,04	10.585,90
5	X_{81}	5	52,56	9.414,50
Total	-	-	97,96	20.000,00
6	X_{12}^*	6	26,11	6.136,47
6	X_{23}	7	14,52	4.143,67
6	X_{64}	5	11,83	2.118,85
6	X_{74}	5	35,00	6.268,50
6	X_{84}	5	7,44	1.232,50
Total	-	-	94,90	20.000,00
7	X_{13}^*	7	23,89	6.817,49
7	X_{53}	5	50,43	9.032,74
7	X_{66}	5	23,17	4.149,75
Total	-	-	97,49	20.000,00

Lucro (R\$/ano) = 219.582,00

Quadro 5 - Alternativas escolhidas para cada unidade de manejo pelo modelo de Programação Linear clássico

Prescrição	Unidade de manejo	Alternativa	Área (ha)
X ₁₂ *	1	2 (corte aos 6 anos)	26,11
X ₁₃ *	1	3 (corte aos 7 anos)	23,89
		Área Total	50,00
X ₂₁	2	1 (corte aos 5 anos)	25,43
X ₂₂	2	2 (corte aos 6 anos)	45,04
X ₂₃	2	3 (corte aos 7 anos)	14,52
		Área Total	85,00
X ₃₂	3	2 (corte aos 6 anos)	50,00
		Área Total	50,00
X ₄₂	4	2 (corte aos 6 anos)	37,06
X ₄₃	4	3 (corte aos 7 anos)	12,94
		Área Total	50,00
X ₅₃	5	3 (corte aos 6 e depois aos 5 anos)	50,43
X ₅₄	5	4 (corte aos 7 anos)	39,57
		Área Total	90,00
X ₆₄	6	4 (corte aos 6 e depois aos 5 anos)	11,83
X ₆₆	6	6 (corte aos 7 e depois aos 5 anos)	23,17
		Área Total	35,00
X ₇₄	7	4 (corte aos 7 e depois aos 5 anos)	35,00
		Área Total	35,00
X ₈₁	8	1 (corte aos 7 e depois aos 5 anos)	52,56
X ₈₄	8	4 (corte aos 8 e depois aos 5 anos)	7,44
		Área Total	60,00

3.2. Solução do modelo de programação linear com posterior arredondamento

Uma solução prática para o problema descrito no item anterior, utilizada em algumas empresas, consiste no arredondamento das variáveis. Para que a unidade de manejo não seja particionada, pode-se escolher para uma determinada unidade de manejo a alternativa que resultou em maior área. Como exemplo, no caso da unidade de manejo 1, particionada em duas alternativas (Quadro 5), prevaleceria a alternativa de corte aos seis anos (variável X₁₂*) em lugar da alternativa de corte aos sete anos (variável X₁₃*), uma vez que a área (26,11 hectares) destinada para corte aos seis anos é maior do que a área (23,89 hectares) destinada para corte aos sete anos.

Considerando esse novo critério de solução, uma nova solução para o problema é apresentada no Quadro 6, onde se observam alguns problemas:

- dos oito anos do horizonte de planejamento, em seis as restrições de demanda não foram atendidas;
- nos anos 2, 5 e 7, as produções foram superiores à demanda máxima estabelecida de 20.000 m³/ano;
- nos anos 1, 3 e 4, as produções encontradas foram inferiores à demanda mínima de 15.000 m³/ano; e
- o lucro diminuiu.

Esse resultado está de acordo com inferências de GOLDBARG e LUNA (2000), ou seja, a técnica de arredondamento pode resultar em uma derrocada completa no esforço de modelagem e solução. Estes mesmos autores afirmam ainda que, com o aumento do número de variáveis do problema, há tendência de que esta situação se agrave cada vez mais.

Quadro 6 - Plano de manejo florestal obtido pelo arredondamento da solução do modelo de Programação Linear clássico

Ano	Prescrição	Idade de corte (anos)	Área (ha)	Prod. (m ³)
0	X ₈₁	7	60,00	17.122,20
Total	-	-	60,00	17.122,20
1	X ₇₄	7	35,00	9.987,95
Total	-	-	35,00	9.987,95
2	X ₅₃	6	90,00	21.151,80
2	X ₆₆	7	35,00	9.987,95
Total	-	-	125,00	31.139,75
3	X ₄₂	6	50,00	11.751,00
Total	-	-	50,00	11.751,00
4	X ₃₂	6	50,00	11.751,00
Total	-	-	50,00	11.751,00
5	X ₂₂	6	85,00	19.976,70
5	X ₈₁	5	60,00	10.746,00
Total	-	-	145,00	30.722,70
6	X ₁₂	6	50,00	11.751,00
6	X ₇₄	5	35,00	6.268,50
Total	-	-	85,00	18.019,50
7	X ₅₃	5	90,00	16.119,00
7	X ₆₆	5	35,00	6.268,50
Total	-	-	125,00	22.387,50

Lucro (R\$/ano) = 209.578,29

3.3. Resultados do modelo de programação inteira

A solução do modelo de Programação Inteira é apresentada no Quadro 7. Pode-se observar que as restrições propostas foram atendidas e que apenas uma recomendação de corte obtida no item 3.2 coincidiu com a solução obtida pela PI (variáveis X_{81} e W_{81}), ou seja, das oito unidades de manejo destinadas a corte, apenas uma resposta obtida pela PL com posterior arredondamento coincidiu com as obtidas pela PI, mostrando a fragilidade desse método.

Quadro 7 - Plano de manejo florestal considerando a otimização do lucro, obtido pela técnica de Programação Inteira

Ano	Prescrição	Idade de corte (anos)	Área (ha)	Prod. (m ³)
0	$W_{81} = 1$	7	60,00	17.122,20
Total	-	-	60,00	17.122,20
1	$W_{51} = 1$	5	90,00	16.119,00
Total	-	-	90,00	16.119,00
2	$W_{41} = 1$	5	50,00	8.955,00
2	$W_{76} = 1$	8	35,00	10.500,00
Total	-	-	85,00	19.455,00
3	$W_{31} = 1$	5	50,00	8.955,00
3	$W_{67} = 1$	8	35,00	10.500,00
Total	-	-	85,00	19.455,00
4	$W_{21} = 1$	5	85,00	15.223,00
Total	-	-	85,00	15.223,00
5	$W_{11} = 1$	5	50,00	8.955,00
5	$W_{81} = 1$	5	60,00	10.746,00
Total	-	-	110,00	19.701,00
6	$W_{51} = 1$	5	90,00	16.119,00
Total	-	-	90,00	16.199,00
7	$W_{41} = 1$	5	50,00	8.955,00
7	$W_{76} = 1$	5	35,00	6.268,50
Total	-	-	85,00	15.223,50

Lucro (R\$/ano) = 200.988,89

O modelo de PI apresenta também a vantagem de não fracionar as unidades de manejo (Quadro 8). Observa-se, por este quadro, que foi determinada uma única alternativa para cada unidade de manejo. No entanto, quando comparada com a solução do modelo de PL, a solução do problema utilizando PI apresentou redução no valor da

função objetivo de R\$ 219.582,00 para R\$ 200.988,89 (aproximadamente 8,47%), o que é normal, uma vez que a restrição de integridade é uma restrição forte e penaliza o objetivo a ser alcançado (neste caso o de maximização). Também a resposta com arredondamento apresentou maior valor da função objetivo do que a resposta obtida pela PI, embora esta solução tenha se apresentado inviável para algumas restrições. Cabe lembrar que, do ponto de vista matemático, em hipótese alguma uma solução obtida por PL com posterior arredondamento conseguiria, ao mesmo tempo, atender a todas as restrições e gerar um valor ótimo superior ou inferior, em casos de maximização ou minimização, respectivamente, ao valor ótimo gerado pela PI.

Quadro 8 - Alternativas escolhidas para cada unidade de manejo pelo modelo de Programação Inteira

Prescrição	Unidade de manejo	Alternativa	Área (ha)
W ₁₁	1	1 (corte aos 5 anos)	50,00
W ₂₁	2	1 (corte aos 5 anos)	85,00
W ₃₁	3	1 (corte aos 5 anos)	50,00
W ₄₁	4	1 (corte aos 5 e depois aos 5 anos)	50,00
W ₅₁	5	1 (corte aos 5 e depois aos 5 anos)	90,00
W ₆₇	6	7 (corte aos 8 anos)	35,00
W ₇₆	7	6 (corte aos 8 e depois aos 5 anos)	35,00
W ₈₁	8	1 (corte aos 7 e depois aos 5 anos)	60,00

A Figura 1 compara as diferentes soluções de regulação da floresta obtidas pela PL, PL com posterior arredondamento e PI. Por esta figura, pode-se observar que a PL foi o método que proporcionou a menor oscilação entre as produções anuais, sendo estas constantes a partir do terceiro período (20.000 m³/ano). Cabe salientar que, como o objetivo foi maximizar o lucro, houve tendência de que se produzisse anualmente o máximo volume possível, no caso 20.000 m³/ano. Já para a solução obtida pela PI, a oscilação da produção foi maior, embora tenha atendido aos propósitos inicialmente sugeridos, ou seja, a produção se situou durante todo o horizonte de planejamento entre 15.000 e 20.000 m³/ano. Considerando a solução obtida por PL com posterior arredondamento, pode-se observar grande oscilação da produção ao longo do horizonte de planejamento. Ainda, o atendimento das restrições de demanda só foi verificado nos períodos 0 e 6.

Quando se comparou, pela Figura 1, a quantidade de área destinada para corte em cada período, de acordo com as soluções obtidas pelos três métodos, verificou-se resultado muito semelhante ao que foi obtido para a comparação em termos de volume. Este resultado era esperado, uma vez que, conforme definido no item 2, as unidades de manejo apresentam sítios homogêneos.

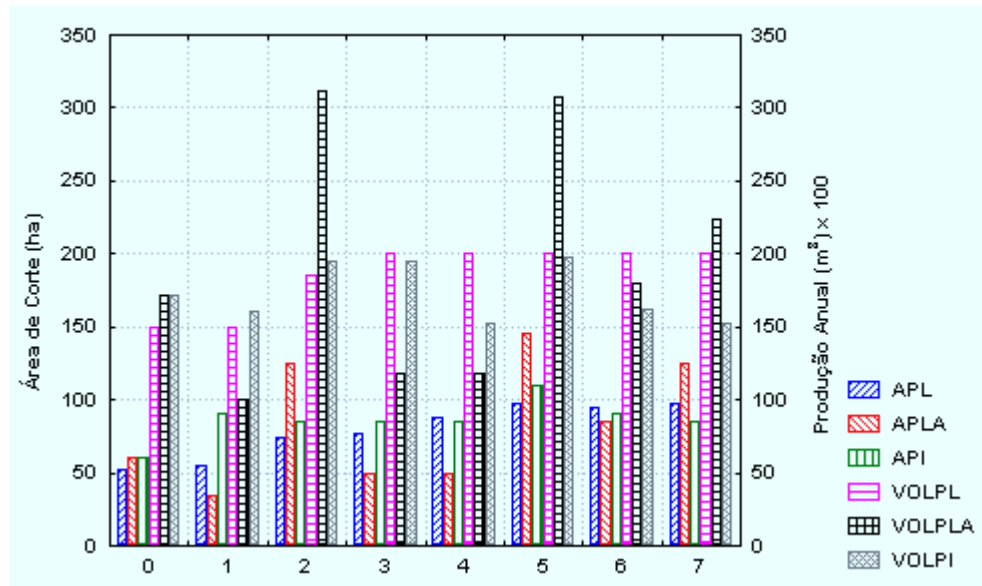


Figura 1 - Comparação entre os métodos de regulação da floresta, em termos de área e volume, em que APL, APLA e API correspondem às áreas anuais cortadas, segundo as soluções obtidas por PL, PL com posterior arredondamento e PI, respectivamente, e VOLPL, VOLPLA e VOLPI correspondem às produções anuais, segundo as soluções obtidas por PL, PL com posterior arredondamento e PI, respectivamente.

É importante mencionar também que, mesmo que apresente a vantagem de determinar uma resposta operacionalmente mais interessante, o algoritmo de solução utilizado para problemas de PI (normalmente o algoritmo de *Branch and Bound*) pode se apresentar computacionalmente inviável para problemas de grande porte. Atualmente, problemas com aproximadamente cem mil variáveis inteiras, dependendo da complexidade do modelo e do equipamento de *hardware* disponível, poderiam ser resolvidos por pacotes comerciais existentes no mercado. Problemas de planejamento florestal envolvendo número de variáveis superior a este demandariam outros métodos para solução, como Algoritmos Genéticos, Busca Tabu e *Simulated Annealing*.

4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados, pode-se concluir que:

- Do ponto de vista matemático, em problemas de regulação florestal, soluções operacionais resultantes de arredondamentos da solução obtida via PL não devem ser adotadas, pois podem levar ao não-atendimento das restrições, além de não garantirem os objetivos de otimização, quais sejam os de maximizar ou minimizar uma função objetivo qualquer.
- A solução obtida pela PI atendeu a todas as restrições propostas e resolveu o problema operacional de divisão das unidades de manejo, embora esse método apresente restrições de uso para problemas de grande porte.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUONGIORNO, J.; GILLESS, J.K. **Forest management and economics** - A primer in quantitative methods. Berkeley, California. 1987. 285p.
- CLUTTER, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H. et al. **Timber management: a quantitative approach**. 3.ed. New York: John Wiley, 1983. 333p.
- DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.N. **Forest management**. 3.ed. New York: Mc Graw- Hill Book Company, 1987. 790p.
- DYKSTRA, D.P. **Mathematical programming for natural resource management**. New York: McGraw-Hill, 1984. 318p.
- GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P.C. **Otimização combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos**. 1.ed. Rio de Janeiro, 2000, 649p.
- GOMES, F.S.; MAESTRI, R.; SANQUETA, C.R. Análise financeira de regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* L., visando a produção de madeira para a indústria de papel e celulose. **Revista Árvore**, Viçosa, v.22, n.2, p.227-243, 1998.
- HILLER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. **Introduction to operational research**. Oakland, Califórnia, 3.ed. , 1980, 829p.
- JOHNSON, K.N.; SCHEURMAN, H.L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives - discussion and synthesis. **Forest Science**, Washington, v.18, n.1, p.1-31, 1977.

- LEITE, H.G. **Conversão de troncos em multiprodutos da madeira, utilizando Programação Dinâmica**. Viçosa: UFV, 1994. 230p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1994.
- NOBRE, S.R. **A heurística da Razão-R aplicada a problemas de gestão florestal**. Lavras: UFLA, 1999. 129p. Dissertação (Mestrado em Administração Rural) - Universidade Federal de Lavras - MG. 1999.
- REZENDE, J.L.P.; OLIVEIRA, A.D. **Avaliação de projetos florestais**. Viçosa, Minas Gerais: Imprensa Universitária, UFV, 1993. 49p. Universidade Federal de Viçosa, 237).
- RIBEIRO, C.A.A.S. **Pesquisa operacional aplicada ao manejo florestal**. Viçosa, MG: UFV, Departamento de Engenharia Florestal, 1996, 107p. (Notas de aula).
- RODRIGUES, F.L. **Regulação de florestas equiâneas utilizando Programação Linear**. Viçosa, MG: UFV, 1997. 109p. Dissertação (Mestrado em Manejo Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, 1997.
- RODRIGUEZ, L.C.E.; LIMA, A.B.N.P.M. A utilização da Programação Linear na determinação de uma estratégia ótima de reforma de um talhão florestal. **IPEF**, Piracicaba, n.31, p.47-53, 1985.

INFLUÊNCIA DE ESTIMATIVAS DE PRODUÇÃO EM PROCESSOS DE REGULAÇÃO FLORESTAL UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR

RESUMO - Este trabalho teve como principal objetivo avaliar as conseqüências do uso de dados de produção oriundos de diferentes modelos de prognose em um modelo de Programação Linear aplicado à regulação florestal. Assim, a partir de dados de inventário florestal contínuo de eucalipto, a estimação da produção em volume foi obtida utilizando um modelo de produção em função da idade, outro em função da idade e do índice de sítio e por um terceiro modelo que incluiu, além da idade e do índice de sítio, a densidade, representada pela área basal por hectare. Testou-se também um modelo baseado nos dados de inventário florestal contínuo, que utiliza os dados de volume de um período para fazer projeções lineares da produção para o período seguinte. Estes modelos foram denominados *Id*; *Id,S*; *Id,S,B*; e Projeção Linear; respectivamente. Em seguida, um problema de regulação florestal simplificado foi idealizado e resolvido pelo modelo I por meio de Programação Linear, utilizando dados oriundos dos quatro métodos de predição de volume. Ao final, concluiu-se que modelos de regulação florestal, alimentados por dados de diferentes modelos de produção, quando resolvidos por Programação Linear, resultam em diferentes maneiras de se conduzir a floresta, concluindo-se, também, que a matriz de coeficientes tecnológicos, alimentada por diferentes dados de produção e para uma mesma função objetivo, afeta de maneira significativa o processo de tomada de decisão.

Palavras-chave: Modelos de produção, regulação florestal, Programação Linear.

INFLUENCE OF YIELD ESTIMATIONS IN FOREST REGULATION PROCESSES USING LINEAR PROGRAMMING

ABSTRACT - The main objective of this work was to evaluate the consequences of the use of yield data from different prediction models in a Linear Programming model applied to forest regulation. Thus, using data of continuous eucalypt forest inventory, the yield estimation in volume was obtained using a yield model based on age, another one based on age and site index, and a third model that used age and site index besides density, which was represented by the basal area per hectare. Also a model based on data of continuous forest inventory which uses data of volume on a period of time to

make linear projections of yield for the next period was tested. These models were called *Id*; *Id, S*; *Id,S,B*; and Linear Projection; respectively. Next, a simplified forest regulation problem was proposed and solved by the model I by means of Linear Programming, using data from the four volume prediction methods. At the end, the conclusion was that models of forest regulation, supplied with data from various yield models, when solved by Linear Programming, result in different ways of treating the forests, and also that the matrix of technological coefficients, supplied with different yield data and for a same objective affects in a significant way the decision making process.

Key words: Yield models, forest regulation, Linear Programming.

1. INTRODUÇÃO

Modelos de Programação Matemática, mais especificamente modelos de Programação Linear, são alimentados por uma série de dados, dentre os quais possuem especial importância o vetor de custos, o vetor de requisitos e a matriz de coeficientes tecnológicos. De acordo com BREGALDA et al. (1988), na formulação de um modelo de Programação Linear, normalmente os dados disponíveis são quase sempre imprecisos, duvidosos, meras estimativas, estando sujeitos, portanto, a variações. Dessa forma, ao se encontrar a solução de um problema de Programação Linear, esta deverá ser criticada em face das variações que pode sofrer o modelo. A este estudo denomina-se estudo de pós-otimização. Este estudo pode ser desenvolvido por meio da análise de sensibilidade das respostas, a partir de variações discretas conhecidas em A , b ou c , em que A representa a matriz de coeficientes tecnológicos, b o vetor de requisitos e c o vetor de custos.

Em se tratando de modelos de Programação Matemática aplicados ao planejamento florestal, o mesmo raciocínio pode ser estabelecido, ou seja, respostas encontradas para o planejamento florestal devem ser criticadas, dadas as incertezas que cercam os dados que alimentam os modelos de planejamento florestal. Dentre estes dados, destacam-se grandemente os de volume, associados tanto ao vetor de custos quanto à matriz de coeficientes tecnológicos (DYKSTRA, 1984; CLUTTER et al., 1983; DAVIS e JOHNSON, 1987). Analisando o impacto de estocasticidade das informações em um modelo de planejamento florestal, VOLPI et al. (1999) concluíram que as variáveis com

maior impacto nos valores da função objetivo foram primeiramente os preços dos produtos, seguidos pelos coeficientes de produção, pelos custos de manejo e pelas demandas obrigatórias dos produtos.

Embora se saiba da importância da prognose em modelos de planejamento florestal, pouco se tem feito para estudar os seus impactos nas soluções destes modelos. Dessa forma, estes modelos tem sido utilizados, muitas vezes, sem qualquer critério, desprezando-se variáveis importantes, como índice de local, densidade inicial, desbastes realizados, entre outras. Por outro lado, GOMES et al. (1998) concluíram que a densidade inicial e o índice de sítio influenciam de maneira decisiva rentabilidade econômica máxima da floresta para qualquer idade de corte. Ainda, em muitas situações, não há preocupação dos usuários desses modelos em associar determinado modelo de prognose ao objetivo ao qual se destina, talvez pela falta de acesso a critérios claros e de fácil obtenção para que essa associação possa ser feita.

Tendo em vista o exposto, este trabalho teve como principais objetivos avaliar as conseqüências do uso de modelos de prognose em um modelo de Programação Linear aplicado à regulação florestal e também discutir aspectos que possam orientar a escolha de modelos de prognose para fins de regulação florestal.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Com o objetivo de alcançar os objetivos propostos, a seguir é apresentado um problema de regulação florestal simplificado, mas que possui número de variáveis suficientes para ilustrar as situações que se deseja.

2.1. Descrição do problema

Uma empresa florestal deseja elaborar um plano de manejo para uma floresta equiânua para os próximos oito anos (horizonte de planejamento), com vistas a atender suas necessidades de matéria-prima para produção de celulose, tendo como principal objetivo maximizar o retorno econômico. No Quadro 1 são apresentadas informações de área, idade atual e classe de produtividade das unidades de manejo consideradas. Propositamente, para ilustrar o efeito das classes de produtividade no modelo de regulação, foram selecionadas unidades de manejo em classes de baixa, média e alta produtividade, expressas pelos índices de local (S) 16, 24 e 32, respectivamente.

Quadro 1 - Descrição das unidades de manejo em termos de área, idade atual e classe de produtividade, expressas pelo índice de local (S), em metros

Unidade de Manejo	Idade Atual (anos)	Área (ha)	Índice de Local (m)
1	0	50,00	16
2	1	85,00	16
3	2	50,00	24
4	3	50,00	24
5	4	90,00	24
6	5	35,00	24
7	6	35,00	32
8	7	60,00	32

São fornecidos também as seguintes informações:

- possíveis atividades incluem: corte seguido de imediata regeneração via plantio;
- idades mínima e máxima de corte são de 5 e 7 anos, respectivamente;
- operações de corte ocorrem uma vez a cada ano, no meio do ano; e
- a demanda anual do mercado por madeira para celulose é de 15.000,00 m³/ano.

2.2. Estimação da produção para fins de regulação

A prognose da produção é necessária em modelos de tomada de decisão para regulação da floresta, tanto na maximização da função objetivo como no atendimento de algumas das restrições. Entretanto, diferentes são os modelos de prognose que poderiam ser utilizados para fornecer dados de produção, de modo a alimentar o modelo de regulação. A idéia deste trabalho foi, então, testar o impacto de dados de produção, oriundos de diferentes modelos de predição, sobre o processo de tomada de decisão para a regulação da floresta. Para isso, a estimaco da produo em volume foi obtida a partir de um modelo de produo em funo da idade, outro em funo da idade e do índice de sítio e por um terceiro modelo que incluiu, além da idade e do índice de sítio, a densidade, representada pela área basal por hectare. Procurou-se, com isso, mostrar a influência dessas variáveis na obteno das estimativas de volume. Os modelos empregados foram os seguintes:

- **Modelo em função da idade (Função Logística)**

$$V = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 \cdot e^{(-\beta_2 \cdot Id)}} \cdot \varepsilon \quad (2.2.1)$$

- **Modelo em função da idade e do índice de sítio**

$$V = e^{\left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{Id \cdot S}\right)} \cdot \varepsilon \quad (2.2.2)$$

- **Modelo em função da idade, do índice de sítio e da área basal (modelo de CLUTTER, 1963)**

- **Produção futura em volume**

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1(1/Id_2) + \beta_2 S + \beta_3 \ln(B_2) + \varepsilon \quad (2.2.3)$$

- **Produção corrente e futura em área basal**

$$\ln(B_2) = \ln(B_1)(Id_1/Id_2) + \alpha_0(1 - Id_1/Id_2) + \alpha_1(1 - Id_1/Id_2)S + \varepsilon \quad (2.2.4)$$

em que

V = volume, em m³;
 Id = idade, em meses;
 e = exponencial;
 S = índice de local, em m;
 \ln = logaritmo neperiano;
 V_2 = volume futuro, em m³;
 B_1 = área basal corrente, em m²/ha;
 B_2 = área basal futura, em m²/ha;
 Id_1 = idade corrente, em meses;
 Id_2 = idade futura, em meses;
 β_i e α_j (i = 0, 1, 2, 3 e j = 0, 1) = parâmetros dos modelos; e
 ε = erro aleatório.

O modelo 2.2.1, também conhecido como Função Logística, tem como variável dependente apenas a idade, tendo sido ajustado, portanto, para todas as classes de produtividade determinadas. A estimação futura da produção em volume para o modelo 2.2.2 foi obtida pela substituição das variáveis idade e índice de local, de acordo com as idades futuras determinadas posteriormente. Já para o modelo 2.2.3, a estimação da produção futura em volume e área basal foi obtida conforme proposto por CLUTTER (1963) e utilizado por SULIVAN e CLUTTER (1972), TREVISOL JÚNIOR (1985) e CAMPOS et al. (1996) e leva em consideração a taxa de crescimento em área basal,

sendo este ajustado pelo método de mínimos quadrados em dois estágios. Para maior facilidade na discussão dos resultados, os modelos serão identificados, a partir de agora, de acordo com suas variáveis independentes, sendo o modelo 2.2.1 denominado modelo *Id*, o modelo 2.2.2 como modelo *Id, S* e o modelo 2.2.3 como modelo *Id, S, B*.

Testou-se, também, um modelo baseado nos dados de inventário florestal contínuo, que utiliza os dados de volume de um período para fazer projeções lineares da produção para o período seguinte. Este método foi empregado por COUTO e BASTOS (1986), que o denominaram em seu trabalho de Equações Lineares Simultâneas. Para maior facilidade na discussão dos resultados, este modelo será tratado neste trabalho, a partir de então, como modelo de Projeção Linear, podendo ser expresso da seguinte forma:

$$V_{(i+1)} = \beta_0 + \beta_1.V_i + \varepsilon \quad (2.2.5)$$

em que

V_i = volume atual medido na idade i , em m^3 ;
 $V_{(i+1)}$ = volume projetado para a idade $(i+1)$, em m^3 ;
 β_i ($i = 0, 1$) = parâmetros do modelo; e
 ε = erro aleatório.

É importante mencionar que a escolha de todos os modelos de predição selecionados para este trabalho baseou-se em seu vasto emprego em trabalhos científicos, bem como em algumas empresas florestais*.

Os dados utilizados para ajuste dos modelos foram oriundos da Empresa COPENER FLORESTAL LTDA, localizada no norte da Bahia. Foram utilizados dados de 177 parcelas permanentes, sendo as medições e remedições feitas aos 30, 42, 54, 66, 78 e 90 meses. Para o modelo 2.2.5, foram ajustadas três equações lineares, sendo utilizados os volumes aos 54, 66 e 78 meses para se projetar os volumes para as idades de 66, 78 e 90 meses, respectivamente.

Para avaliar a precisão dos modelos propostos, obteve-se o Coeficiente de Determinação (R^2) e o Coeficiente de Variação (CV %) para cada uma das equações ajustadas para os citados modelos. Foi feita também uma análise residual para os volumes estimados para as oito unidades de manejo descritas no item 2.1 (Quadro 1). Contudo, é importante que fique claro que a análise de resíduos proposta avaliou a precisão dos volumes preditos apenas para as oito unidades de manejo, não considerando,

* Helio Garcia Leite, 2000, informação pessoal.

portanto, todos os dados que participaram do ajuste das equações. Este procedimento foi adotado com base no objetivo principal do trabalho, que é avaliar a influência de dados oriundos de modelos de produção em modelos de Programação Linear para regulação florestal. Como apenas os dados de volume das oito unidades de manejo selecionadas foram utilizados como *input* no modelo de Programação Linear, procurou-se, então, avaliar a precisão apenas destes dados por meio de análise de resíduo, em vez de se avaliar a precisão da predição para todos os dados utilizados no ajuste, como usualmente é feito.

2.3. Formulação do problema pelo modelo de programação linear (PL)



O problema proposto foi formulado como um problema de Programação Linear clássico. Foi empregado o modelo I, proposto originalmente por Kidd et al. (1966), citados por DYKSTRA (1984), recebendo essa denominação por JOHNSON e SHEURMAN (1977). Nessa formulação, a variável de decisão X_{ij} representa a fração do povoamento i , que deverá ser assinalada na prescrição j . O fundamento básico dessa formulação é de que a floresta é subdividida em classes homogêneas de idade, sendo posteriormente prescrito um elenco predeterminado de alternativas de manejo para cada classe. As prescrições representam seqüências preestabelecidas de ações que ocorrerão ao longo do período de transição (RIBEIRO, 1996). As prescrições podem se referir, por exemplo, às idades de colheita de uma área, seguidas de regeneração. Uma vez que uma dada fração de área seja assinalada em uma determinada prescrição de manejo, ela permanecerá sob tal prescrição durante todo o horizonte de planejamento, o qual é subdividido em períodos, e as ações ocorrem no início destes (RIBEIRO, 1996).

Com base no exposto, prescrições de manejo foram sugeridas para o problema em questão, conforme apresentado no Quadro 2. Assim, a variável de decisão X_{11} representa a área em hectares a ser cortada no povoamento 1 aos cinco anos de idade, a variável de decisão X_{12} , a área a ser cortada no povoamento 1 aos seis anos de idade, e assim sucessivamente. Para determinação das prescrições, foram consideradas como idades de corte, mínima e máxima, cinco e sete anos, respectivamente.

Levando-se em conta que foram propostos quatro maneiras diferentes de obter a produção, e sendo a produção um componente importante do modelo de otimização, foram elaborados quatro diferentes modelos de otimização, cada um associado a um modelo de prognose, conforme apresentado no item 2.2.

Quadro 2 - Prescrições viáveis de manejo para um horizonte de planejamento de oito anos

Presc. de Manejo	Idade Atual	Rotações em anos	Horizonte de Planejamento								Idade Final	
			0	1	2	3	4	5	6	7		
X ₁₁	0	5										3
X ₁₂	0	6										2
X ₁₃	0	7										1
X ₂₁	1	5										4
X ₂₂	1	6										3
X ₂₃	1	7										2
X ₃₁	2	5										5
X ₃₂	2	6										4
X ₃₃	2	7										3
X ₄₁	3	5-5										1
X ₄₂	3	6										5
X ₄₃	3	7										4
X ₅₁	4	5-5										2
X ₅₂	4	5-6										1
X ₅₃	4	6-5										1
X ₅₄	4	7										5
X ₆₁	5	5-5										3
X ₆₂	5	5-6										2
X ₆₃	5	5-7										1
X ₆₄	5	6-5										2
X ₆₅	5	6-6										1
X ₆₆	5	7-5										1
X ₇₁	6	6-5										3
X ₇₂	6	6-6										2
X ₇₃	6	6-7										1
X ₇₄	6	7-5										2
X ₇₅	6	7-6										1
X ₈₁	7	7-5										3
X ₈₂	7	7-6										2
X ₈₃	7	7-7										1

 Estoque de Colheita
 Estoque de Crescimento

2.3.1. Função objetivo

Considerou-se como objetivo do empreendedor a maximização do Benefício Periódico Equivalente (BPE) global da floresta, definindo-se a seguinte função objetivo:

$$Max BPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} X_{ij}$$

em que

BPE_G = benefício periódico equivalente (BPE) global;

C_{ij} = benefício periódico equivalente de cada hectare do povoamento i , manejado sob a alternativa de manejo j ;

X_{ij} = fração de área (ha) do povoamento i assinalada na alternativa de manejo j ;

M = número total de unidades de manejo; e

N = número total de alternativas de manejo do i -ésimo povoamento.

Para obtenção do Benefício Periódico Equivalente (BPE), empregou-se a metodologia apresentada em REZENDE e OLIVEIRA (1993) e GOMES et al. (1998). Desse modo, o BPE foi obtido pela seguinte expressão:

$$BPE = \frac{VPL \cdot i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

em que

BPE = benefício periódico equivalente, em R\$/ha/ano;

VPL = valor presente líquido, em R\$/ha;

i = taxa de desconto; e

n = duração do projeto, em anos.

Considerou-se uma taxa de desconto (i) de 7% a.a., o preço da madeira posto na fábrica foi considerado como de R\$ 42,00/m³, em média, e os valores de custos são apresentados no Quadro 3.

Quadro 3 - Custos médios das principais atividades

Atividade	Custo - R\$/ha	Ano de Ocorrência
Implantação	1040,12	0
Manutenção	97,12	0
	168,85	No ano 1 e no 1 ^o ano após reforma
	79,65	No ano 2 e no 2 ^o ano após reforma
	79,65	No ano 3 e no 3 ^o ano após reforma
	40,25	Do 4 ^o até o ano do 1 ^o corte, o mesmo após reforma
	140,13	No ano do 1 ^o corte
	140,13	No ano do 2 ^o corte
Reforma	871,27	Ano zero do 2 ^o ciclo
Exploração (R\$/m ³)	10,91	Nos anos do 1 ^o e 2 ^o corte
Custo anual da terra	1200 x i	Anualmente

Conforme ressaltado anteriormente, foram propostos quatro modelos de otimização. Para cada um dos quatro modelos, C_{ij} variou de acordo com as prognoses feitas pelos modelos propostos.

2.3.2. Restrição de área disponível para colheita

Esta é a restrição que determina a disponibilidade total de área de cada unidade de manejo florestal e é imprescindível, uma vez que impõe que a soma das áreas de uma mesma unidade de manejo submetida a diferentes alternativas de corte seja igual à área total de cada unidade de manejo, sendo:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N X_{ij} = A_i \quad (i = 1, \dots, M \text{ e } j = 1, \dots, N)$$

em que

A_i = área da i -ésima classe de idade no início do horizonte de planejamento.

Assim, a restrição pode ser escrita da seguinte forma:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 50$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 85$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 50$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 50$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} \leq 90$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} \leq 35$$

$$X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} \leq 35$$

$$X_{81} + X_{82} + X_{83} \leq 60$$

2.2.3. Imposição de cotas ou produções anuais

Esta restrição visa estabelecer uma produção periódica de volume de madeira de modo a atender a uma demanda preestabelecida.

Considerando-se V_k o volume total removido no período k :

$$V_k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V_{ijk} X_{ij} \quad \{k = 0, 1, \dots, H - 2\}$$

em que

V_{ijk} = volume (m^3/ha) produzido pelo i -ésimo povoamento assinalado na j -ésima alternativa de manejo, no início do período k ;

V_k = volume total (m^3) removido no período k , representando a demanda a ser atendida no período k ; e

H = horizonte de planejamento.

Para o problema proposto, a demanda mínima do mercado por madeira é de 15.000,00 m^3 /ano. Contudo, deseja-se também que a produção de madeira não exceda

20.000,00 m³/ano, prevendo-se um excesso de produção que poderia acarretar dificuldades na sua estocagem e venda. Desse modo, estas restrições podem ser assim representadas:

$$15.000 \leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V_{ijk} X_{ij} \leq 20.000 \quad \{k = 0, 1, \dots, H - 2\}$$

em que V_{ijk} variou de acordo com os modelos de prognose propostos.

Cabe citar finalmente que os modelos de PL foram resolvidos empregando-se o algoritmo *Simplex*, implementado no *software* LINDO/PC, versão 6.01 (1997).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O trabalho consistiu em ajustar os modelos de produção propostos, utilizando os resultados de produção gerados para alimentar o modelo de regulação. Procurou-se, então, discutir os impactos do uso de diferentes dados de produção na tomada de decisão, resolvendo o modelo de regulação proposto empregando-se a Programação Linear.

3.1. Dados de produção

O primeiro passo no desenvolvimento do trabalho foi ajustar os modelos de produção propostos no item 2.2, de modo a gerar as tabelas de produção com o propósito de fornecer dados para o modelo de otimização. A seguir são apresentadas as estatísticas das equações ajustadas para os respectivos modelos:

Modelo *Id* (Função Logística)

$$\hat{V} = \frac{133,27440}{1 + 17,01338.e^{(-0,05930.Id)}} , S = 16 \text{ m}; R^2 = 69,79; CV (\%) = 23,00;$$

$$\hat{V} = \frac{13,49693}{1 - 0,82100.e^{(0,00160.Id)}} , S = 24 \text{ m}; R^2 = 52,28; CV (\%) = 33,43;$$

$$\hat{V} = \frac{304,38860}{1 + 22,77638.e^{(-0,077071.I d)}} , S = 32 \text{ m}; R^2 = 80,15; CV (\%) = 16,38.$$

Modelo *Id, S*

$$\hat{V} = \exp\left(6,3225 - \frac{1834,6900}{Id.S}\right) , R^2 = 77,68; CV (\%) = 26,00.$$

Modelo *Id, S, B* (Modelo de Clutter)

$$\ln(B_2) = \ln(B_1) \cdot (I_1/I_2) + 2,28572 \cdot (1 - I_1/I_2) + 0,04277 \cdot (1 - I_1/I_2) \cdot S; R^2 = 92,47;$$

$$\ln(V_2) = 1,6574 - 21,7339 \cdot I_1/I_2 + 0,0296 \cdot S + 1,0930 \cdot \ln(B_2); R^2 = 93,26.$$

Projeção Linear

$$\hat{V}_{66} = -11,94900 + 1,29765 \cdot V_{54}; R^2 = 94,55; CV (\%) = 9,38;$$

$$\hat{V}_{78} = -11,94900 + 1,29765 \cdot V_{54}; R^2 = 96,52; CV (\%) = 7,27;$$

$$\hat{V}_{90} = -11,94900 + 1,29765 \cdot V_{54}; R^2 = 87,49; CV (\%) = 14,17.$$

De acordo com as estatísticas apresentadas, pode-se observar que as equações ajustadas para o modelo de Projeção Linear mostraram ser, de maneira geral, as mais precisas, seguidas pelas equações ajustadas para o modelo *Id, S, B* e pela equação ajustada para o modelo *Id, S*, enquanto as equações ajustadas para o modelo *Id* mostraram ser, de modo geral, menos precisas.

Uma vez ajustados os modelos propostos, foi gerada uma tabela de produção, conforme apresentado no Quadro 4. Este quadro mostra as produções médias esperadas, de acordo com cada modelo proposto, para as idades de 66, 78 e 90 meses, permitindo fornecer dados para o modelo de regulação elaborado. Cabe ressaltar que, para obter as produções pelo modelo *Id, S, B*, utilizou-se, para todas as unidades de manejo, a área basal inicial (B_1) aos 54 meses, e para os modelos de Projeção Linear foram utilizadas as produções observadas no período anterior para obter as produções no período desejado, conforme mostra o Quadro 4.

3.2. Solução do modelo de programação linear

O modelo matemático de PL pode ser descrito como:

$$\text{OBJETIVO: Max. ou Min. } Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \dots + C_{ij}X_{ij}$$

$$\text{Sujeito a: } a_{11}X_{11} + a_{12}X_{12} + \dots + a_{1j}X_{1j} \leq b_1$$

$$a_{21}X_{21} + a_{22}X_{22} + \dots + a_{2j}X_{2j} = b_2$$

.....

$$a_{i1}X_{i1} + a_{i2}X_{i2} + \dots + a_{ij}X_{ij} \geq b_n$$

Quadro 4 - Tabela de produção, mostrando os volumes por hectare (m^3/ha) para os modelos propostos, considerando a área basal inicial B_1 (m^2/ha) aos 54 meses e com idades variando de 66 até 90 meses

Unidade de Manejo	Idade (meses)	S (m)	B_1 (m^2/ha)	Vol. Obs. (m^3/ha)	Volume (m^3/ha)			
					Projeção Linear	Modelo Id	Modelo Id, S	Modelo Id, S, B
1	54	16	10,74	84,59	-	-	-	-
1	66	16	-	100,15	97,82	99,49	98,01	91,43
1	78	16	-	131,11	122,75	114,23	128,05	104,39
1	90	16	-	137,25	146,52	123,19	155,77	115,05
2	54	16	10,93	86,63	-	-	-	-
2	66	16	-	100,14	100,47	99,49	98,01	92,89
2	78	16	-	119,89	122,73	114,23	128,05	105,80
2	90	16	-	119,81	135,28	123,19	155,77	116,39
3	54	24	12,10	99,70	-	-	-	-
3	66	24	-	111,04	117,42	154,15	174,90	137,93
3	78	24	-	143,83	122,23	193,17	209,02	162,39
3	90	24	-	154,59	159,26	260,36	238,20	183,04
4	54	24	13,96	130,52	-	-	-	-
4	66	24	-	147,53	157,42	154,15	174,90	156,70
4	78	24	-	163,29	176,89	193,17	209,02	180,90
4	90	24	-	187,10	178,76	260,36	238,20	201,00
5	54	24	13,45	111,17	-	-	-	-
5	66	24	-	129,12	132,32	154,15	174,90	151,62
5	78	24	-	159,17	155,85	193,17	209,02	175,93
5	90	24	-	163,55	174,64	260,36	238,20	196,20
6	54	24	15,57	157,03	-	-	-	-
6	66	24	-	238,85	191,82	154,15	174,90	172,75
6	78	24	-	238,00	281,27	193,17	209,02	196,47
6	90	24	-	274,12	253,60	260,36	238,20	215,91
7	54	32	21,65	237,91	-	-	-	-
7	66	32	-	310,39	296,77	266,84	233,64	314,72
7	78	32	-	360,70	363,04	288,30	267,05	358,53
7	90	32	-	410,37	376,51	297,80	294,55	394,49
8	54	32	21,21	237,67	-	-	-	-
8	66	32	-	267,79	296,46	266,84	233,64	308,91
8	78	32	-	292,87	314,35	288,30	267,05	352,92
8	90	32	-	338,79	308,57	297,80	294,55	389,13

De acordo com a expressão anterior, é fácil notar que os dados de volume oriundos dos quatro modelos de predição podem gerar incertezas tanto no vetor de custos C quanto na matriz de coeficientes tecnológicos A . Mesmo o vetor de requisitos b é passível de incertezas. A questão se situa no fato de que a literatura e mesmo a prática florestal oferecem diversas opções de modelos de produção e nem sempre há o cuidado de se avaliar o impacto que a escolha de um ou de outro modelo possa causar na decisão final a ser tomada.

GOMES et al. (1998) destacam em seu trabalho a importância em considerar as variáveis índice de sítio e densidade em modelos de produção e seu impacto direto nos resultados econômicos obtidos pela floresta. Considerando que tanto os resultados econômicos, representados pelo vetor de custos, como as restrições a serem atendidas, representadas pela matriz dos coeficientes tecnológicos e pelo vetor de requisitos, são muito dependentes de dados de volume, há que se ter cuidado especial na escolha de modelos de produção, de modo que a decisão final a ser tomada se aproxime o máximo possível da real solução ótima.

No Quadro 5, podem-se observar as respostas para o PPL alimentado por diferentes dados de produção, segundo os modelos de produção propostos. Este quadro mostra ainda o Custo Reduzido (CR) para as variáveis do problema. O CR informa a redução no valor da função objetivo para cada unidade de uma variável não-básica que passe a fazer parte da base. Pode-se observar por este quadro que, para diferentes métodos de predição do volume, diferentes respostas foram obtidas, com diferentes valores de CR. Considerando que o CR de certa forma atribui um peso à alternativa de manejo considerada, poder-se-ia dizer que, para diferentes modelos de produção, diferentes formas de regular a floresta foram obtidas, tendo as alternativas de manejo recebido diferentes pesos em cada forma de se regular a floresta. Os dados de volume que originaram o maior valor para a função objetivo foram aqueles oriundos do modelo *Id*, e o menor valor para a função objetivo está associado ao modelo de Projeção Linear. A Figura 1 permite comparar de maneira mais ilustrativa as respostas mostradas no Quadro 5. Por esta figura, é fácil verificar que cada modelo de predição leva a uma estratégia diferente de corte, principalmente em termos de área a ser cortada.

Na Figura 2 é apresentada uma análise residual das predições de volume para os modelos propostos. Vale lembrar que esta análise incluiu apenas as predições de volume das unidades de manejo consideradas, e não de todos os dados utilizados no ajuste das equações, conforme justificado no item 2.2. Esta figura confirma as estatísticas apresentadas no item 3.1, ou seja, as equações ajustadas para o modelo de Projeção Linear mostraram ser, de maneira geral, as mais precisas, seguidas pelas equações ajustadas para o modelo *Id*, *S*, *B* e pela equação ajustada para o modelo *Id*, *S*, enquanto as equações ajustadas para o modelo *Id* mostraram ser, de modo geral, menos precisas.

Embora o modelo de Projeção Linear tenha se apresentado ligeiramente mais preciso neste estudo que o modelo *Id*, *S*, *B*, quando se pensa em questões de manejo, como o processo de regulação florestal apresentado neste trabalho, o modelo de

Projeção Linear apresenta sérias restrições. Uma delas é o fato de que este modelo baseia-se numa lógica muito simplista da realidade florestal ao supor que a taxa de crescimento de uma floresta equiânea seja função apenas do volume no ano anterior e linear ao longo dos anos, desprezando variáveis importantes no manejo florestal, como o índice de sítio e a densidade, aumentando assim o seu grau de empirismo. Outra séria restrição do modelo de Projeção Linear está no fato de que é necessário que se saiba a produção no ano anterior para se predizer a produção na idade desejada, obrigando a existência de parcelas do inventário florestal contínuo em todas as unidades de manejo em todas as idades, o que na prática seria inviável.

Quadro 5 - Respostas obtidas para o modelo de Programação Linear utilizando dados de produção oriundos dos diferentes modelos de prognose, em que **F.O.** representa o valor obtido para a função objetivo para cada modelo, **Área (ha)** significa a área a ser cortada na unidade *i*, segundo a alternativa *j*, e **C.R.** representa o custo reduzido

Var.	Projeção Linear		Modelo <i>Id</i>		Modelo <i>Id, S</i>		Modelo <i>Id, S, B</i>	
	F.O. = R\$ 152.235,90		F.O. = R\$ 157.634,30		F.O. = R\$ 168.874,70		F.O. = R\$ 160.207,50	
	Área (ha)	C. R.	Área (ha)	C. R.	Área (ha)	C. R.	Área (ha)	C. R.
X ₁₁	0,00	82,55	0,00	89,75	0,00	85,59	0,00	43,44
X ₁₂	11,95	0,00	0,00	53,93	0,00	48,19	0,00	45,63
X ₁₃	25,60	0,00	0,00	54,11	27,14	0,00	0,00	42,96
X ₂₁	85,00	0,00	45,48	0,00	13,26	0,00	53,85	0,00
X ₂₂	0,00	100,70	0,00	59,78	7,67	0,00	27,84	0,00
X ₂₃	0,00	75,04	0,00	51,24	64,07	0,00	0,00	24,68
X ₃₁	2,22	0,00	0,00	58,59	0,00	62,04	0,00	75,98
X ₃₂	47,78	0,00	33,76	0,00	50,00	0,00	50,00	0,00
X ₃₃	0,00	166,94	16,24	0,00	0,00	151,04	0,00	21,42
X ₄₁	50,00	0,00	34,81	0,00	36,36	0,00	40,65	0,00
X ₄₂	0,00	68,27	0,00	144,98	0,00	12,84	0,00	34,17
X ₄₃	0,00	209,20	15,18	0,00	13,64	0,00	9,35	0,00
X ₅₁	0,00	210,83	0,00	51,92	0,00	56,74	0,00	32,23
X ₅₂	0,00	235,57	29,69	0,00	0,00	32,18	0,00	22,43
X ₅₃	5,60	0,00	2,70	0,00	27,03	0,00	13,55	0,00
X ₅₄	84,40	0,00	57,61	0,00	62,97	0,00	76,45	0,00
X ₆₁	0,00	477,46	0,00	747,27	0,00	160,21	0,00	727,02
X ₆₂	0,00	250,31	0,00	670,98	0,00	193,86	0,00	761,05
X ₆₃	0,00	493,48	0,00	572,55	0,00	194,53	0,00	787,77
X ₆₄	0,00	73,89	0,00	164,28	10,53	0,00	6,07	0,00
X ₆₅	10,33	0,00	0,00	116,53	11,91	0,00	0,00	4,18
X ₆₆	24,67	0,00	35,00	0,00	12,56	0,00	28,93	0,00
X ₇₁	0,00	133,73	0,00	557,00	0,00	194,23	0,00	1470,35
X ₇₂	2,88	0,00	0,00	1556,38	0,00	278,76	0,00	1540,90
X ₇₃	0,00	210,92	0,00	719,24	0,00	309,25	0,00	1602,42
X ₇₄	32,12	0,00	35,00	0,00	35,00	0,00	35,00	0,00
X ₇₅	0,00	55,61	0,00	35,94	0,00	2,33	0,00	21,16
X ₈₁	50,60	0,00	40,37	0,00	60,00	0,00	39,02	0,00
X ₈₂	9,40	0,00	19,63	0,00	0,00	86,08	8,32	0,00
X ₈₃	0,00	214,88	0,00	158,8	0,00	117,92	4,05	0,00

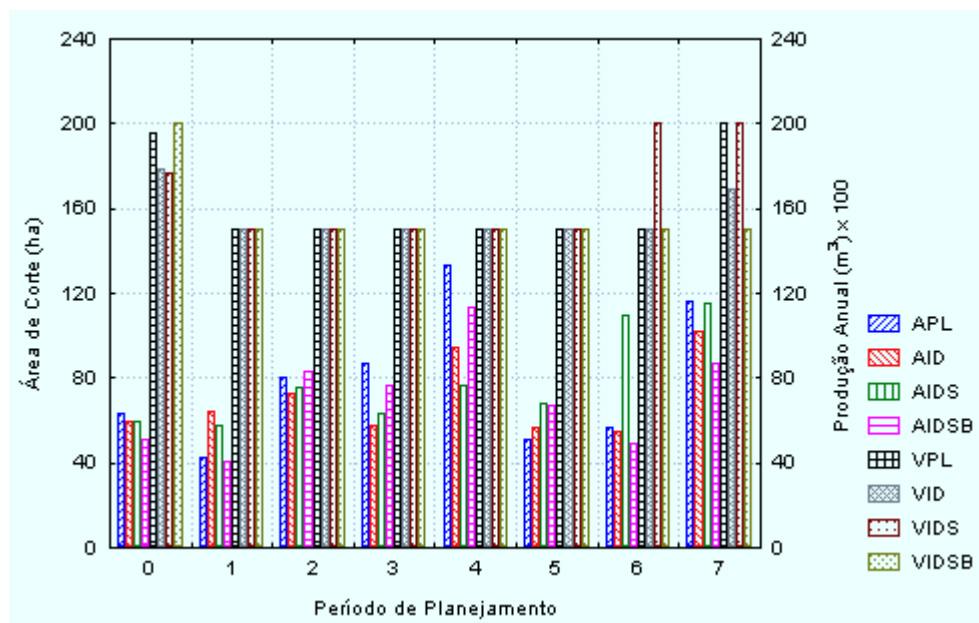


Figura 1 - Comparação entre os modelos de predição do volume utilizados para regular a floresta, em que APL, AID, AIDS e AIDS B correspondem às áreas anuais cortadas (ha), segundo as soluções obtidas por Programação Linear empregando dados dos modelos de Projeção Linear; *Id*; *Id, S*; e *Id, S, B*, respectivamente, e VPL; VID; VIDS e VIDS B correspondem à produção anual (m^3), segundo as soluções obtidas por Programação Linear utilizando dados dos modelos de Projeção Linear; *Id*; *Id, S*; e *Id, S, B*, respectivamente.

No Quadro 6 é apresentada uma análise de sensibilidade de cada PPL a variações no vetor de custos. De acordo com esta análise, são mostradas variações para cima e para baixo que os coeficientes C_{ij} das variáveis do modelo suportam, de modo que a solução básica continue imutável. Como no caso deste exemplo a solução básica significa o modelo de regulação a ser seguido, esta análise informa, indiretamente, a sensibilidade de mudanças no modelo de regulação às previsões de volume, visto que mudanças no vetor de custos estão diretamente associadas a mudanças nas previsões de volume.

Pode-se observar, no Quadro 6, que as variáveis da base, de maneira geral, são muito sensíveis a mudanças em seus coeficientes, ou seja, caso o valor econômico associado a essas variáveis sofra pequenas variações, para cima ou para baixo, estas variáveis podem deixar a base, alterando a forma de se regular a floresta. Com isso, pode-se concluir que pequenas variações nas previsões dos volumes utilizados para gerar os resultados econômicos podem levar a diferentes maneiras de se conduzir a floresta, ressaltando mais uma vez a influência das previsões do volume na tomada de decisão.

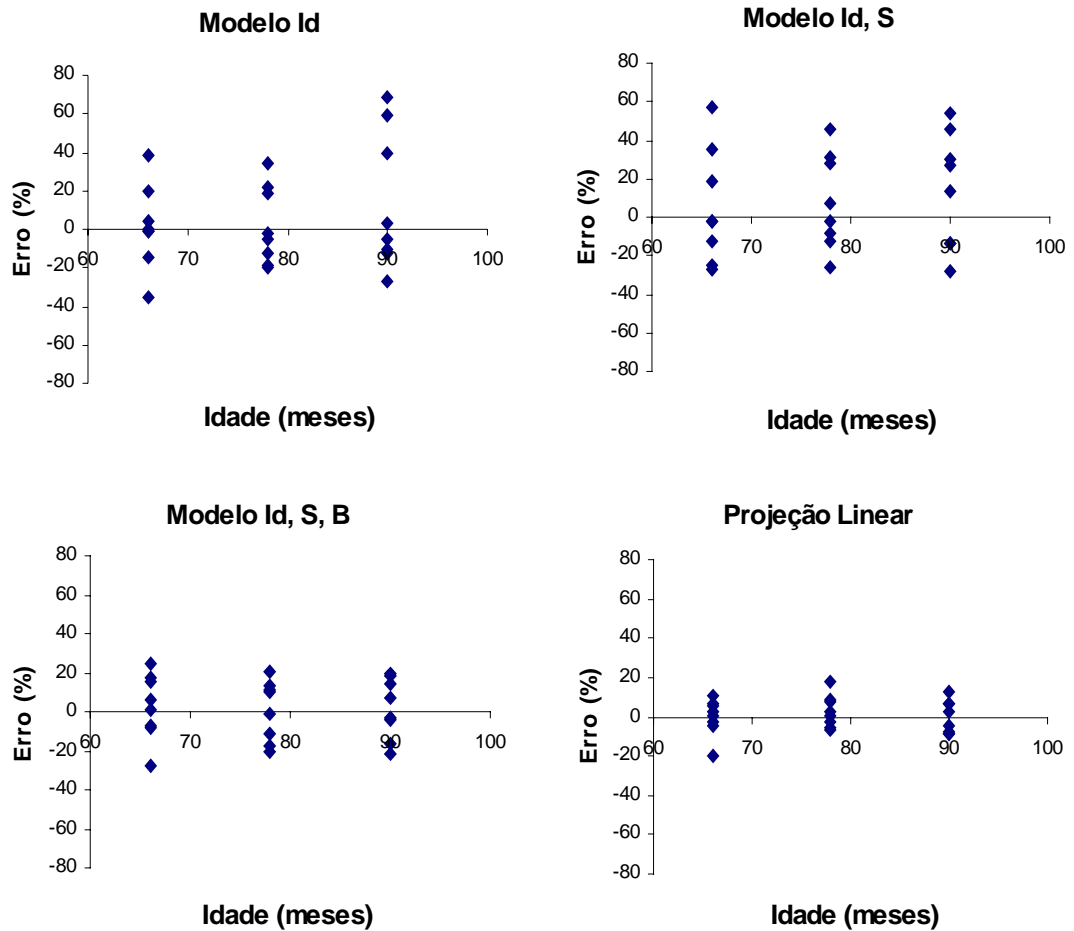


Figura 2 - Erro percentual na predição do volume em função da idade para os quatro modelos de predição de volume propostos.

O que influenciou diretamente as diferentes respostas para as soluções dos PPLs resolvidos com diferentes dados de produção foi, sem dúvida, as diferentes combinações dos vetores de custos e das matrizes de coeficientes tecnológicos. Com vistas a estudar apenas o impacto da matriz de coeficientes tecnológicos, resolveu-se novamente os PPLs anteriores, porém, utilizando-se uma mesma função objetivo para todos os PPLs, variando-se, portanto, a matriz dos coeficientes tecnológicos. Neste caso, decidiu-se utilizar a função objetivo gerada pelo modelo de Clutter, por ser ela considerada, além de precisa, exequível para qualquer tipo de floresta equiúnea. Os resultados são apresentados no Quadro 7. De acordo com este quadro, pode-se verificar que, para uma mesma função objetivo, diferentes respostas para os PPL's foram encontradas, comprovando-se a importância da matriz de coeficientes tecnológicos na tomada de decisão, representada, neste caso, principalmente pelas informações da produção. O que se pretendeu mostrar com isso foi que não apenas na determinação dos resultados econômicos, mas também no atendimento das restrições, dados precisos de volume são importantes.

Quadro 6 - Análise de sensibilidade para os coeficientes das variáveis de decisão considerando-se os diferentes modelos de produção avaliados, em que **coef.** corresponde ao coeficiente associado à variável na função objetivo e **Acres.** e **Decr.** correspondem, respectivamente, a acréscimos e decréscimos permitidos para que a base permaneça a mesma

Var.	Projeção Linear			Modelo <i>Id</i>			Modelo <i>Id, S</i>			Modelo <i>Id, S, B</i>		
	Coef.	Acres.	Decr.	Coef.	Acres.	Decr.	Coef.	Acres.	Decr.	Coef.	Acres.	Decr.
X ₁₁	-124,15	82,55	Inf.	-117,95	89,75	Inf.	-123,45	85,59	Inf.	-147,87	43,44	Inf.
X ₁₂	-48,46	23,00	47,29	-78,03	53,93	Inf.	-30,07	48,19	Inf.	-112,16	45,64	Inf.
X ₁₃	21,54	38,49	21,54	-54,11	54,11	Inf.	51,53	3,62	18,44	-80,50	42,96	Inf.
X ₂₁	-127,75	Inf.	75,04	-131,31	19,51	48,80	-136,70	41,64	108,54	-155,33	9,97	449,02
X ₂₂	-63,23	100,70	Inf.	-92,16	59,78	Inf.	-45,14	47,17	81,19	-120,84	43,48	12,38
X ₂₃	-38,78	75,04	Inf.	-7,23	51,24	Inf.	26,36	108,54	4,32	-98,85	24,69	Inf.
X ₃₁	-76,57	158,21	100,97	56,16	58,59	Inf.	131,13	62,04	Inf.	-2,45	75,98	Inf.
X ₃₂	-35,20	100,97	158,21	160,60	94,75	37,89	214,12	Inf.	62,04	56,65	Inf.	21,42
X ₃₃	22,67	166,94	Inf.	341,76	37,89	94,74	271,82	151,04	Inf.	97,72	21,42	Inf.
X ₄₁	380,25	Inf.	68,27	359,98	230,08	78,97	488,68	101,20	12,25	375,80	21,58	33,01
X ₄₂	95,53	68,27	Inf.	150,63	144,98	Inf.	204,27	12,84	Inf.	109,10	34,17	Inf.
X ₄₃	70,81	209,20	Inf.	328,92	78,97	230,08	258,83	70,71	101,20	141,16	96,27	21,58
X ₅₁	207,03	210,84	Inf.	343,83	51,92	Inf.	473,84	56,74	Inf.	327,97	32,24	Inf.
X ₅₂	257,44	235,57	Inf.	428,27	288,32	51,92	542,80	32,18	Inf.	376,99	22,43	Inf.
X ₅₃	258,08	67,40	150,17	438,89	92,99	288,32	543,65	14,63	32,18	373,78	37,06	22,43
X ₅₄	48,63	150,17	67,40	322,53	508,05	98,96	251,72	438,12	14,63	117,52	362,25	37,06
X ₆₁	577,46	477,46	Inf.	337,43	747,27	Inf.	469,64	160,21	Inf.	455,94	727,02	Inf.
X ₆₂	775,15	250,31	Inf.	416,66	670,98	Inf.	533,12	193,86	Inf.	494,02	761,05	Inf.
X ₆₃	680,30	493,48	Inf.	555,84	572,55	Inf.	581,68	194,53	Inf.	522,05	787,77	Inf.
X ₆₄	827,11	73,89	Inf.	427,45	164,28	Inf.	502,25	1,74	24,75	485,02	29,73	4,18
X ₆₅	1018,08	39535,43	73,89	507,71	116,53	Inf.	546,65	24,75	1,74	526,82	4,18	Inf.
X ₆₆	665,74	244,35	39535,43	600,46	Inf.	116,53	522,73	38,46	137,83	499,11	29,07	29,73
X ₇₁	1390,81	133,73	Inf.	1049,25	557,00	Inf.	899,82	194,23	Inf.	1420,27	1470,35	Inf.
X ₇₂	1507,43	52922,66	133,73	64,68	1556,38	Inf.	938,79	278,76	Inf.	1480,70	1540,90	Inf.
X ₇₃	1495,18	210,92	Inf.	962,64	719,24	Inf.	972,49	309,25	Inf.	1518,95	1602,42	Inf.
X ₇₄	1319,72	213,87	55,61	848,37	Inf.	35,94	907,47	Inf.	2,33	1421,98	Inf.	21,16
X ₇₅	1434,64	55,61	Inf.	868,72	35,94	Inf.	949,83	2,33	Inf.	1484,40	21,16	Inf.
X ₈₁	1112,05	126,08	133,59	860,44	97,11	38,83	921,17	Inf.	86,08	1348,83	49,52	126,96
X ₈₂	1114,03	133,59	126,08	875,25	38,83	97,11	958,59	86,08	Inf.	1476,75	8,55	60,74
X ₈₃	1068,61	214,88	Inf.	777,27	158,79	Inf.	990,94	117,92	Inf.	1574,69	126,96	8,29

inf = variação infinita

WEINTRAUB e ABRAMOVICH (1995), ao estudarem os efeitos de incertezas das produções futuras no manejo florestal, concluíram que não considerar incertezas em modelos cujas restrições de demanda têm pouca folga pode conduzir a situações de manejo com soluções inviáveis, reforçando a idéia de que quanto mais incertos ou imprecisos forem os dados dos coeficientes tecnológicos em termos de volume, mais significativas podem ser as conseqüências no processo de tomada de decisão.

A Figura 3 apresenta as respostas encontradas no Quadro 7, mostrando as diferenças entre as estratégias de regulação obtidas pelos diferentes modelos de predição em termos de área de corte e produção anual. Por esta figura, é fácil verificar as diferenças entre as estratégias de regulação, principalmente em termos de área de corte, quando se variaram os dados da matriz tecnológica fixando-se a função objetivo.

Quadro 7 - Comparação das respostas do modelo de PL considerando uma mesma função objetivo e diferentes matrizes de coeficientes tecnológicos, conforme os modelos de produção avaliados

Var.	Projeção Linear	Modelo <i>Id</i>	Modelo <i>Id, S</i>	Modelo <i>Id, S, B</i>
	F.O. = R\$ 169.555,20	F.O. = R\$ 181.821,70	F.O. = R\$ 179.771,50	F.O. = R\$ 160.207,50
X ₁₁	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₁₂	4,63	0,00	0,00	0,00
X ₁₃	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₂₁	82,02	44,10	13,26	53,85
X ₂₂	2,98	0,00	71,74	27,84
X ₂₃	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₃₁	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₃₂	50,00	38,26	50,00	50,00
X ₃₃	0,00	11,74	0,00	0,00
X ₄₁	50,00	37,63	36,36	40,65
X ₄₂	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₄₃	0,00	12,37	13,64	9,35
X ₅₁	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₅₂	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₅₃	4,11	32,39	27,03	13,55
X ₅₄	85,89	57,61	62,97	76,45
X ₆₁	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₆₂	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₆₃	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₆₄	3,45	23,69	22,44	6,07
X ₆₅	5,96	0,00	0,00	0,00
X ₆₆	25,59	11,31	12,56	28,93
X ₇₁	2,19	0,00	0,00	0,00
X ₇₂	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₇₃	0,00	0,00	0,00	0,00
X ₇₄	32,81	0,00	35,00	35,00
X ₇₅	0,00	35,00	0,00	0,00
X ₈₁	47,17	44,76	24,88	39,02
X ₈₂	12,83	6,97	12,33	8,32
X ₈₃	0,00	8,27	22,79	4,05

Numerosos modelos estão disponíveis para prever o crescimento e a produção florestal. Avaliar qualquer um desses modelos depende dos objetivos e das restrições do manejador. Com base nessas preocupações, BUCHMAN e SHIFLEY (1983) discutiram em seu trabalho aspectos práticos para a escolha de sistemas de predição para fins de manejo, propondo um guia básico para escolha de sistemas de predição. Esse guia considerou características como exatidão, precisão, dependência do tempo, custo, realismo biológico, flexibilidade e simplicidade.

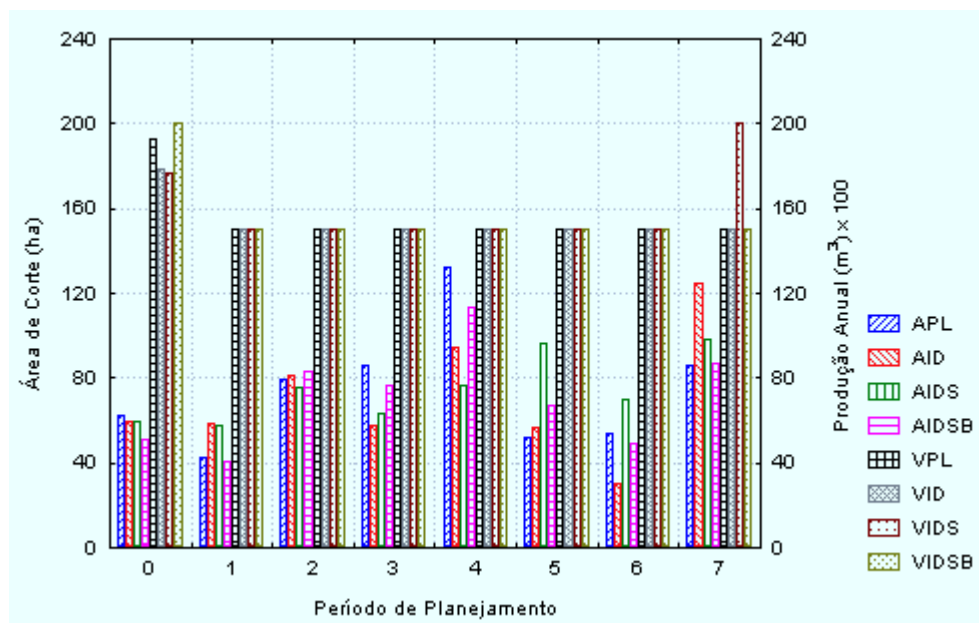


Figura 3 - Comparação entre os modelos de predição do volume utilizados para regular a floresta, em que APL, AID, AIDS e AIDSB correspondem às áreas anuais cortadas (ha), segundo as soluções obtidas por Programação Linear empregando dados dos modelos de Projeção Linear; *Id*; *Id, S*; e *Id, S, B*, respectivamente, e VPL, VID, VIDS e VIDSB correspondem à produção anual (m^3), segundo as soluções obtidas por Programação Linear utilizando dados dos modelos de Projeção Linear; *Id*; *Id, S*; e *Id, S, B*, respectivamente.

Ainda assim, a avaliação de sistemas de predição é algo complexo e até certo ponto subjetivo. Com o intuito de tornar mais objetiva esta avaliação, BRAND e HOLDAWAY (1983) propuseram testes de avaliação e validação de sistemas de projeção, tratando principalmente questões de exatidão, precisão e dependência do tempo. Estes autores consideraram que o sucesso de sistemas de projeção está intimamente ligado aos objetivos ao qual o sistema se destina. DIAS (2000) avaliou modelos de crescimento e produção em nível de povoamento total em duas etapas, sendo na primeira empregada a análise estatística dos resíduos, conforme procedimentos aferidos por GUIMARÃES (1994), para avaliação dos métodos de construção de índices de local, juntamente com a análise de distribuição dos resíduos. A segunda etapa referiu-se aos fundamentos biológicos do modelo, por meio da análise de consistência das estimativas em relação aos efeitos de área basal inicial e do índice de local sobre a idade de corte.

No trabalho de SOARES et al. (1998), é apresentado um sistema de predição para eucalipto em que foi proposto um intervalo de previsão para obtenção de estimativas mínimas confiáveis e o estudo da periodicidade e da probabilidade de ocorrência

de variações dos elementos climáticos, de modo a dar subsídios às tomadas de decisão em projetos implantados, bem como fornecer estimativas de risco para investimentos futuros. Dadas as incertezas da produção e suas influências em modelos de planejamento, essa linha de pesquisa mostra-se promissora no sentido de aumentar a confiança das estimativas de volume e permitir a simulação de cenários de produção e seus possíveis impactos no modelo de planejamento. Modelos ecológicos também aparecem como tendência promissora e podem incorporar mais confiabilidade ao processo de predição da produção, embora ainda tenham uso restrito, em razão do seu elevado custo de implementação.

Contudo, muitos estudos ainda carecem de ser feitos, procurando associar as questões da modelagem de sistemas de predição às questões de planejamento. Assim, conforme demonstrado neste trabalho, não se pode imaginar a dissociação de sistemas de predição, avaliações econômicas e sistemas de planejamento, fazendo todos parte de um mesmo contexto. O tratamento isolado de um desses elementos pode levar a um fracasso do modelo geral, por se ignorar que esses elementos têm forte relacionamento entre si. Metodologias de sistemas de informação parecem um promissor campo de pesquisa para contextualizar os elementos citados, de modo a valorizar o fluxo da informação e otimizar de maneira global o desempenho do processo de tomada de decisão. Finalmente, considerando o papel estratégico fundamental exercido pelas informações sobre a produção florestal, maior atenção deveria ser dada ao uso de sistemas de predição no Brasil, tanto no sentido da realização de novas pesquisas como no investimento no uso de modelos que realmente sejam adequados aos objetivos de manejo traçados.

4. CONCLUSÕES

As principais conclusões deste trabalho foram:

- Modelos de regulação florestal cujos os dados de produção foram obtidos por diferentes modelos de produção, quando resolvidos por Programação Linear, levam a diferentes maneiras de se conduzir a floresta.
- O vetor de custos do modelo de Programação Linear proposto para regular a floresta mostrou-se bastante sensível a variações em seus coeficientes, sugerindo que as previsões de volume influenciam de forma significativa o processo de tomada de decisão.

- A matriz de coeficientes tecnológicos, alimentada por diferentes dados de produção e para uma mesma função objetivo, pode afetar de maneira significativa o processo de tomada de decisão.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRAND, G.J.; HOLDAWAY, M.R. Users need performance information to evaluate models. **Journal of Forestry**, v.81, p.235-237, 1983.
- BREGALDA, P.F.; OLIVEIRA, A.A.F; BORNSTEIN, C.T. **Introdução à Programação Linear**. 3.ed. Rio de Janeiro: Campus, 1988. 329p.
- BUCHMAN, R.G.; SHIFLEY, S.R. Guide to evaluating forest growth projection systems. **Journal of Forestry**, v.81, p.232-234, 254, 1983.
- CAMPOS, J.C.C.; ROSAS, M.P.; LEITE, H.G. Comparação de alternativas de determinação da idade técnica de corte em plantações de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.20, n.1, p.37-49, 1996.
- CLUTTER, J.L. Compatible growth and yields models for loblolly pine. **Forest Science**, v.9, n.3, p.354-371, 1963.
- CLUTTER, J.L.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H. et al. **Timber management: a quantitative approach**. 3.ed. New York: John Wiley, 1983. 333p.
- COUTO, H.T.Z.; BASTOS, N.L.M. Curvas de crescimento em volume para *Eucalyptus* em 2ª rotação no estado de São Paulo. **IPEF**, Piracicaba, v.34, p.15-21, 1986.
- DAVIS, L.S., JOHNSON, K.N. **Forest management**. 3.ed. New York: Mc Graw- Hill Book Company, 1987. 790p.
- DIAS, A.N. **Modelagem e avaliação econômica de plantações de eucalipto submetidas a desbastes**. Viçosa: UFV, 70p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 2000.
- DYKSTRA, D.P. **Mathematical programming for natural resource management**. New York: McGraw-Hill, 1984. 318p.
- GOMES, F.S.; MAESTRI, R.; SANQUETA, C.R. Análise financeira de regimes de manejo em povoamentos de *Pinus taeda* L., visando a produção de madeira para a indústria de papel e celulose. **Revista Árvore**, Viçosa, v.22, n.2, p.227-243, 1998.
- GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. Viçosa: UFV, 1994. 160p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa. 1994.

- JOHNSON, K.N.; SCHEURMAN, H.L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives - discussion and synthesis. **Forest Science**, Washington, v.18, n.1, p.1-31, 1977.
- REZENDE, J.L.P.; OLIVEIRA, A.D. **Avaliação de projetos florestais**. Viçosa, Minas Gerais: Imprensa Universitária, UFV, 1993. 49p. Universidade Federal de Viçosa, 237.
- RIBEIRO, C.A.A.S. **Pesquisa operacional aplicada ao manejo florestal**. Viçosa, MG: UFV, Departamento de Engenharia Florestal, 1996, 107p. (Notas de aula).
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; SEDIYAMA, G.C. Intervalo de previsão para um modelo de crescimento e produção composto por equações simultâneas. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.2, p.185-192, 1998.
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; SEDIYAMA, G.C. Caracterização da periodicidade e da probabilidade de ocorrência de precipitações anuais como subsídios para o planejamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.3, p.315-324, 1998.
- SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; SEDIYAMA, G.C. A inclusão da precipitação anual em um modelo de crescimento e produção. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.4, p.475-482, 1998.
- SULIVAN, A.D.; CLUTTER, J.L. Simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, v.18, n.1, p.76-86, 1972.
- TREVISOL JÚNIOR, T.L. **Análise de um modelo compatível de crescimento e produção de *Eucalyptus grandis* (W. Hill ex Maiden)**. Viçosa: UFV, 1985. 74p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa. 1985.
- VOLPI, N.M.P.; CARNIERI, C.; SANQUETA, C.R. O impacto da estocasticidade das informações em um modelo de planejamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.12, n.2, p.100-110, 1999.
- WEINTRAUB, A.; ABRAMOVICH, A. Analysis of uncertainty of future timber yields in forest management. **Forest Science**, v.41, n.2, p.217-234, 1995.

UMA PROPOSTA PARA A TOMADA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS NOS PROBLEMAS DE SIMULAÇÃO EM MODELOS DE PLANEJAMENTO

RESUMO - A partir de dados de preço de celulose variando de 1963 a 1999, ajustou-se um modelo de previsão do preço da celulose em que as variáveis independentes foram a tendência e o preço defasado. Com base nos estimadores dos parâmetros do modelo, foram propostas 48 tendências possíveis para o preço da celulose no futuro. Em seguida, foram empregados três métodos de simulação para se tentar prever os valores futuros definidos pelas diferentes tendências. Os métodos de simulação empregados foram: $M_1 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu$; $M_2 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f$ e $M_3 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu_f + \varepsilon_f$, em que μ é a parte sistemática que é avaliada de fato e ε_f é o componente estocástico. Para a simulação, foram utilizados o método de Monte Carlo e a distribuição triangular. Para comparar os valores simulados pelos métodos e os valores futuros das diferentes tendências, empregou-se a Diferença Relativa Média (DRM). Ao final, concluiu-se que, na ausência de tendência, os métodos M_1 e M_2 mostraram-se satisfatórios, embora o método M_2 tenha apresentado a vantagem de considerar distúrbios em torno da média. Caso exista alguma tendência, o método M_3 apresentou melhor desempenho, apesar de ele ter sido influenciado pela precisão na definição da tendência futura.

Palavras-chave: Simulação, método de Monte Carlo, planejamento florestal.

A PROPOSAL FOR THE USE OF RANDOM NUMBERS IN THE SIMULATION PROBLEMS IN PLANNING MODELS

ABSTRACT - A model of cellulose price prediction was adjusted using data of cellulose prices from 1963 to 1999 in which the independent variables were the trend and price discrepancy. Based on the parameter estimators of the model, 48 possible trends were proposed for the cellulose price in the future. Next, three methods of simulation were used in the attempt to predict the future values defined by the various trends. The simulation methods used were: $M_1 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu$; $M_2 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f$, and $M_3 \Rightarrow \mu_f + \varepsilon_f$, in which μ is the systematic part, which is really evaluated, and ε_f is the stochastic component. For the simulation, the Monte Carlo and the triangular distribution methods were used. To compare the values simulated by the methods and the future values of the various trends, the Mean Relative Difference (DRM) was used.

At the end, the conclusion was that in the absence of trend, the methods M_1 and M_2 were satisfactory, although the method M_2 presented the advantage of considering disturbances around the mean. If there were trend, the M_3 method presented the best performance, though it was influenced by the accuracy in the future trend.

Key words: Simulation, Monte Carlo Method, forest planning.

1. INTRODUÇÃO

No que diz respeito ao planejamento florestal, grande parte das empresas baseia-se na experiência dos seus tomadores de decisão para selecionar a estratégia ótima de manejar a floresta. Contudo, isto nem sempre é possível, por causa do elevado número de variáveis que afetam a tomada de decisão (VOLPI et al., 1999; SILVA et al., 2000). Técnicas de pesquisa operacional determinísticas, principalmente as de Programação Matemática, têm sido utilizadas para resolver esse tipo de problema (SCOLFORO, 1991; RODRIGUES et al., 1998; RODRIGUES et al., 1999; RODRIGUEZ e BORGES, 1999; VOLPI et al. 1999; SILVA et al., 2000).

Embora a grande maioria dos modelos de planejamento utilizados seja determinística, grande parte das variáveis destes modelos é tipicamente aleatória, tornando-os limitados em relação ao tipo de resposta que possam vir a oferecer. Alguns autores têm manifestado sua preocupação na consideração de variáveis aleatórias em modelos de planejamento florestal, principalmente variáveis econômicas e operacionais, dentre os quais cabe citar PICKENS e DRESS (1988), HOF et al. (1992), VOLPI et al. (1999) e PROTIL (2000). Nos trabalhos citados, fica clara a importância de se considerarem os impactos estocásticos na tomada de decisão, principalmente para análises de risco e geração de cenários. PROTIL (2000) considera que a análise de variáveis estocásticas em processos de planejamento florestal, quando comparada às análises puramente determinísticas, apresenta uma série de vantagens, dentre as quais pode-se citar a maior riqueza de informações e a maior segurança e confiabilidade na tomada de decisão.

De acordo com VOLPI et al. (1999), várias das informações na área florestal são amostrais, obedecendo às equações do tipo $Y_k = \mu + \varepsilon_k$, $i = 1, 2, \dots, k$, em que μ é a parte sistemática que é avaliada de fato e ε_k é o componente estocástico, que entra como fonte de perturbação. Contudo, SOUZA (1999) argumenta que o desenvolvimento tecnológico pode determinar tendências tanto na redução como no crescimento dos

custos e da produção, respectivamente. Quando isso ocorre, o parâmetro μ da equação $Y_k = \mu + \varepsilon_k$ passa a não representar adequadamente as variações das variáveis aleatórias consideradas ao longo do tempo, pois esse termo pressupõe variações constantes ao longo do tempo, enquanto na prática tendências de crescimento ou decréscimo ou quaisquer outros tipos de tendência podem vir a acontecer.

Assim, este trabalho teve como principais objetivos propor um método de obtenção de números aleatórios para casos em que a variável aleatória tenha alguma tendência definida em relação ao tempo e avaliar as conseqüências de se utilizar o valor médio μ e a equação $Y_k = \mu + \varepsilon_k$ para obter valores simulados da variável aleatória preço da celulose em situações em que esta variável apresenta tendência de crescimento ao longo do tempo.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Conforme mencionado na parte introdutória do trabalho, uma das principais metas foi demonstrar que, em situações em que a variável aleatória segue alguma tendência ao longo do tempo, utilizar apenas o valor médio μ , ou a equação $Y_k = \mu + \varepsilon_k$, para simular valores futuros pode levar a erros de avaliação significativos. Estes erros podem se tornar tanto mais significativos quanto mais bem definida for a tendência da variável aleatória em relação ao tempo. Para verificar essa tese, fez-se necessário, então, definir valores futuros seguindo diferentes tendências. Em seguida, assumindo que esses valores futuros gerados fossem valores reais, compararam-se os valores simulados por três diferentes métodos de simulação propostos com os valores futuros gerados para as diferentes tendências em relação ao tempo.

2.1. Definição dos valores futuros

A variável aleatória escolhida para estudo foi o preço da celulose. A escolha dessa variável se deveu à sua importância em processos de planejamento em um ramo importante do setor florestal, que é a produção de madeira para a indústria de papel e celulose. A partir de uma série histórica de preço de celulose* (período de 1963 a 1999), num total de 37 anos, ajustou-se o seguinte modelo de preço:

* FONTE: dados da FAO, retirados da home page <http://apps.fao.org>.

$$P_{cel.k} = \beta_0 + \beta_1 T_k + \beta_2 P_{def.k} + \varepsilon_k, (k = 1 \text{ a } 37) \quad (2.1.1)$$

em que

$P_{cel.k}$ = preço da celulose no tempo k;

T_k = variável tendência;

$P_{def.k}$ = preço defasado da celulose no tempo k, ou seja, o preço da celulose no tempo $k-1$;

β_j = parâmetros da regressão ($j = 0$ a 2); e

ε_k = erro aleatório associado ao preço da celulose no tempo k.

As estimativas dos parâmetros do modelo 2.1.1 são apresentadas a seguir:

$$\hat{\beta}_0 = 34,7854 \pm 24,6296$$

$$\hat{\beta}_1 = 3,1029 \pm 1,9289$$

$$\hat{\beta}_2 = 0,7105 \pm 0,1306$$

Os valores que antecedem o sinal de \pm correspondem às estimativas dos parâmetros da regressão. Os valores posteriores ao sinal correspondem aos seus respectivos desvios-padrão. A equação apresentou ainda um coeficiente de determinação (R^2) igual a 82,12% e um erro-padrão da estimativa ($s_{y,x} = \hat{\sigma} = \sqrt{QM \text{ Res.}}$) igual a \pm US\$ 68,61.

A equação apresentada anteriormente representa a tendência para o preço da celulose em relação ao tempo e ao preço defasado, no período definido de 1963 a 1999. Para efeito do trabalho, assumiu-se que esta tendência poderia se manter para o futuro, bem como poderia se tornar mais forte ou mais fraca, ou mesmo nula. Foram definidos, então, diferentes tipos de tendências para testar a sensibilidade dos métodos de simulação, que serão apresentados posteriormente, aos diferentes tipos de tendência. Assim, as tendências propostas para estudo foram as seguintes:

$$\beta_0^* = 35$$

$$\beta_1^* = 0, 1, 3, 5$$

$$\beta_2^* = 0; 0,5; 0,7; 0,9$$

$$\sigma^* = 30, 60, 90$$

Os valores propostos para definir os diferentes tipos de tendências foram baseados nas estimativas do parâmetros e nos seus respectivos desvios-padrão, além da tendência nula, representada pelo valor 0. Como exemplo, para o caso $\beta_1^* = 0, 1, 3, 5$, o valor 0 representa a tendência nula. O valor 3 representa um valor aproximado da estimativa obtida para o parâmetro β_1 , e os valores 5 e 1 representam um valor aproximado da estimativa obtida para o parâmetro β_1 mais ou menos um desvio-padrão,

respectivamente. O mesmo raciocínio foi utilizado para o caso de β_2^* . No caso de β_0^* , assumiu-se que ele seria o mesmo para todas as tendências testadas, sendo um valor próximo ao da estimativa do parâmetro β_0 . Em relação ao erro-padrão da regressão (σ^*), decidiu-se utilizar um valor próximo ao estimado, ou seja, de 60 unidades, variando-se 30 unidades para baixo e para cima, obtendo-se, assim, $\sigma^* = 30, 60, 90$. Com isso, pretendeu-se estudar a sensibilidade dos métodos de simulação sob o efeito de tendências em diferentes escalas de precisão. Cada combinação dos valores propostos para cada um dos parâmetros gera uma possível tendência futura, possibilitando, ao final, o estudo de 48 tipos diferentes de tendências.

Após definidos os 48 tipos de tendências possíveis, foram gerados 30 valores futuros para cada tendência, ou seja, 48 conjuntos de 30 valores futuros, por meio da equação que se segue:

$$P_{cel.k} = \beta_0^* + \beta_1^* T_k + \beta_2^* P_{def.k} + \varepsilon_k, (k = 1 \text{ a } 30) \quad (2.1.2)$$

em que

$P_{cel.k}, P_{def.k}, T_k, \beta_0^*, \beta_1^*$ e β_2^* , conforme definidos anteriormente; e $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma^*)$, sendo σ^* conforme já definido.

Em seguida, dividiu-se cada um dos 48 grupos de 30 valores futuros ($P_{cel.k}, k = 1 \text{ a } 30$) em dois grupos, conforme a seguir:

Grupo 10 : 20 \Rightarrow neste grupo, foram utilizados dez valores iniciais ($P_{cel.i}, i = 1 \text{ a } 10$) para obtenção das estimativas dos parâmetros a serem usados nos métodos de simulação, simulando-se, então, os vinte valores finais ($P_{cel.f}, f = 1 \text{ a } 20$).

Grupo 20 : 10 \Rightarrow neste grupo, utilizaram-se vinte valores iniciais ($P_{cel.i}, i = 1 \text{ a } 20$) para obtenção das estimativas dos parâmetros a serem usados nos métodos de simulação, simulando-se, então, os dez valores finais ($P_{cel.f}, f = 1 \text{ a } 10$).

Esta divisão pode ser mais bem compreendida pela seguinte notação:

$$\begin{cases} \text{Valores Iniciais} \Rightarrow P_{cel.i}, & i = 1 \text{ a } I \\ \text{Valores Finais} \Rightarrow P_{cel.f}, & f = 1 \text{ a } F \end{cases} \text{ em que: } \begin{cases} I = 10 \text{ para o grupo } 10 : 20 \\ I = 20 \text{ para o grupo } 20 : 10 \end{cases}$$

sendo $I + F = K = 30$.

Estes grupos foram criados com o intuito de mostrar que a simulação torna-se mais eficiente quando as estimativas dos parâmetros são obtidas de um conjunto de dados maior, ou de modo equivalente, quando a informação prévia é boa no sentido de melhor especificar a tendência futura. Assim, a expectativa era de que, ao utilizar 10 dados iniciais para simular os 20 valores finais, os métodos de simulação seriam menos eficientes do que o contrário.

2.2. Distribuição triangular

Em processos de simulação estocástica, o sucesso em obter boas previsões depende grandemente da distribuição de probabilidade escolhida. Conforme comentado por WAGNER (1986), do ponto de vista prático, quatro abordagens podem ser utilizadas para obter distribuições de probabilidade:

- usar introspecção;
- empregar dados históricos;
- achar aproximações convenientes; e
- enunciar axiomas descritivos.

Quando poucas informações ou apenas probabilidades subjetivas estão disponíveis, sugere-se a utilização de distribuições mais simples que resultem em uma boa aproximação. A distribuição triangular é uma que se destaca neste caso, devido à sua simplicidade, capacidade de expressar distribuições assimétricas e exigência de poucos parâmetros que a descrevam (Anderson, 1977, citado por RODRIGUEZ, 1987).

Convém definir as características de uma variável aleatória que tenha distribuição triangular: Se uma variável aleatória X tem distribuição triangular com parâmetros a , c e b , ou seja, valor mínimo, valor máximo e valor modal, respectivamente, então sua função densidade de probabilidades será dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{para } a \leq x \leq b \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & \text{para } b < x \leq c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e sua função de distribuição acumulada será:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 1 - \left[\frac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)} \right] & \text{para } b < x \leq c \\ 1 & \text{para } x > c \end{cases}$$

Assim, usando o Método de Inversão (BUSTOS e ORGAMBIDE, 1992), podem-se gerar valores amostrais de X com distribuição triangular de moda b , valor mínimo a e valor máximo c , a partir de um valor amostral u de uma variável uniformemente distribuída no intervalo $[0, 1]$, diga-se variável U , fazendo:

$$x = a + \sqrt{u(b-a)(c-a)} \quad , \quad \text{para } 0 \leq u \leq \frac{b-a}{c-a} \text{ , e}$$

$$x = c - \sqrt{(1-u)(c-b)(c-a)} \quad , \quad \text{para } \frac{b-a}{c-a} \leq u \leq 1 \text{ .}$$

Assim, uma vez definidos a , b e c , pode-se facilmente gerar valores da variável aleatória X . Por outro lado, caso se disponha apenas de valores extremos (estimadores de a e c) e do valor médio, pode-se estimar o terceiro parâmetro b fazendo-se:

$$b = 3E(X) - a - c.$$

A expressão acima advém do fato de que, se X tem distribuição triangular com parâmetros a , b e c , então a sua esperança matemática será dada por:

$$E(X) = \int_a^c x \cdot f(x) dx = K_1 \left(\frac{b^3}{3} - \frac{ab^2}{2} + \frac{a^3}{6} \right) + K_2 \left(\frac{c^3}{6} - \frac{cb^2}{2} + \frac{b^3}{3} \right) = \frac{a+b+c}{3}$$

em que

$$K_1 = \frac{2}{(b-a)(c-a)} \text{ e } K_2 = \frac{2}{(c-b)(c-a)}$$

2.3. Métodos de simulação

Foram utilizados três métodos (M_1 , M_2 e M_3) para simulação dos valores futuros. Os métodos de simulação foram definidos como se segue:

$M_1 \Rightarrow$ uso da média (“valor esperado”) dos dados iniciais ($P_{cel,i}$, $i = 1$ a 10 ou $i = 1$ a 20), para simular os valores finais. Assim, os valores finais simulados ($P_{cel,f}$, $f = 1$ a 20 ou $f = 1$ a 10) são obtidos pela seguinte equação:

$$P_{cel,f} = E(P_{cel,i}) = \mu \quad (2.3.1)$$

em que

$P_{cel,f}$ = valores finais ($P_{cel,f}$, $f = 1$ a $(30 - I)$) simulados para o preço da celulose;

$P_{cel,i}$ = valores iniciais ($P_{cel,i}$, $i = 1$ a I , $e I = 10$ ou 20) utilizados para gerar $\bar{x} = \hat{\mu}$; e

$I = 10$ para o grupo $10 : 20$ e $I = 20$ para o grupo $20 : 10$, conforme item 2.1.

$M_2 \Rightarrow$ os valores iniciais ($P_{cel,i}$, $i = 1$ a I , $e I = 10$ ou 20) fornecem: \bar{x} , valor máximo e valor mínimo. Assim, os valores finais simulados ($P_{cel,f}$, $f = 1$ a $(30 - I)$) são obtidos pela seguinte equação:

$$P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f \quad (2.3.2)$$

em que μ é estimado por \bar{x} e ε_f ($P_{cel,f}$, $f = 1$ a $(30 - I)$) é gerado a partir de uma distribuição triangular com estimativas dos parâmetros correspondendo aos valores máximo, \bar{x} e mínimo dos valores iniciais ($P_{cel,i}$, $i = 1$ a I , $e I = 10$ ou 20).

$M_3 \Rightarrow$ os valores iniciais ($P_{cel,i}$, $i = 1$ a I , $e I = 10$ ou 20) fornecem: valor máximo, valor mínimo, $\hat{\beta}_0^*$, $\hat{\beta}_1^*$ e $\hat{\beta}_2^*$. Assim, os valores finais simulados ($P_{cel,f}$, $f = 1$ a $(30 - I)$) são obtidos pela seguinte equação:

$$P_{cel,f} = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* T_{\mu_f} + \hat{\beta}_2^* P_{4e3f} + \varepsilon_f \quad (2.3.3)$$

Nesse novo método, μ_f é estimado por uma equação de regressão, que pode incorporar algum tipo de tendência ao processo de simulação de números aleatórios, e ε_f é gerado a partir de uma distribuição triangular, em que as estimativas dos parâmetros são obtidas como se segue:

$\text{MAX}(P_{cel,i}, i = 1 \text{ a } I, e I = 10 \text{ ou } 20)$ = maior valor do preço da celulose dos 10 ou 20 dados iniciais;

$\text{MIN}(P_{cel,i}, i = 1 \text{ a } I, e I = 10 \text{ ou } 20)$ = menor valor do preço da celulose dos 10 ou 20 dados iniciais; e

$I = 10$ para o grupo 10 : 20 e $I = 20$ para o grupo 20 : 10, conforme item 2.1.

Portanto, para a simulação dos valores finais $P_{cel,f}$, fez-se:

$$AT = \text{MAX}(P_{cel,i}, i = 1 \text{ a } I, e I = 10 \text{ ou } 20) - \text{MIN}(P_{cel,i}, i = 1 \text{ a } I, e I = 10 \text{ ou } 20),$$

em que AT equivale à amplitude total dos dados iniciais. Em seguida, foram obtidos os valores mínimo, máximo e a moda, da seguinte forma:

$$\text{valor mínimo} = \mu_f - AT/2;$$

$$\text{moda} = \mu_f; \text{ e}$$

$$\text{valor máximo} = \mu_f + AT/2 .$$

Portanto, os três métodos a serem avaliados poderiam ser resumidos nas seguintes equações, como em 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3:

$$M_1 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu \tag{2.3.1}$$

$$M_2 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f \tag{2.3.2}$$

$$M_3 \Rightarrow P_{cel,f} = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* T + \hat{\beta}_2^* P_{def} + \varepsilon_f \tag{2.3.3}$$

μ_f

Após a simulação dos 10 ou 20 valores finais, foi calculada a diferença relativa média percentual entre valores simulados e valores futuros, de acordo com a expressão seguinte:

$$DRM = \frac{\sum_i \left(\frac{VS_i - VF_i}{VF_i} \right)}{n} \cdot 100$$

$i = 1 \text{ a } 10$ (grupo 10 : 20)
 ou
 $i = 1 \text{ a } 20$ (grupo 20 : 10)
 $n = 10 \text{ ou } 20$

em que

DRM = diferença relativa média;

VS_i = valor simulado;

VF_i = valor futuro; e

n = número de valores simulados, 10 ou 20, dependendo dos grupos já definidos.

Optou-se por fazer 1.000 simulações. No final, foram coletadas:

- Percentagens de vezes na qual a DRM do M_1 foi maior do que a do M_3 .
- Percentagens de vezes na qual a DRM do M_2 foi maior do que a do M_3 .
- Percentagens de vezes na qual a DRM do M_1 foi maior do que a do M_2 .

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As Figuras 1 e 2 mostram os resultados das simulações para a situação em que $\beta_1 = 0$ e β_2 varia de 0 a 0,9; deve ser lembrada que a Figura 1 se baseia nas simulações feitas para o grupo 10:20, e a Figura 2, no grupo 20:10. O fato de $\beta_1 = 0$ indica ausência de tendência dos valores futuros, o que faz com que os métodos M_1 e M_2 tendam, em princípio, a ser mais eficientes do que o método M_3 , por se basearem no valor médio sem tendência. De acordo com a Figura 1, pode-se observar, pela barra que compara os métodos M_1 e M_3 , no caso em que $\beta_2 = 0$, que em aproximadamente 30% das vezes o M_1 apresentou DRM superior ao M_3 . Isto significa que, em apenas 30% das simulações, os valores simulados pelo M_1 ficaram mais distantes dos valores futuros, em média, quando comparado ao M_3 , indicando que os valores simulados pelo M_1 , para esta situação, se aproximaram mais dos valores futuros do que os valores simulados pelo M_3 . Este resultado já era esperado, uma vez que, na ausência de qualquer tendência, é esperado que os valores simulados se situem em torno de um valor médio sem qualquer tendência, como pressupõem os métodos M_1 e M_2 . Pode-se observar também que, para o $\beta_2 = 0,9$, o que representa a máxima tendência possível para β_2 , o desempenho do M_3 melhora tanto em relação ao M_1 quanto ao M_2 . Isto ocorre porque na presença de tendência o método M_3 tende a ser mais preciso em prever o futuro.

A comparação do M_2 e M_3 é bastante semelhante àquela feita entre os métodos M_1 e M_3 , indicando haver semelhança de desempenho entre os métodos M_1 e M_2 . Tal fato se confirma quando se comparam os métodos M_1 e M_2 , ou seja, a barra que define esta comparação se situa sempre próxima aos 50%, indicando que não há vantagem de um método em relação ao outro. Este fato também era esperado, uma vez que ambos os métodos se baseiam no valor médio sem tendência, embora o M_2 considere distúrbios em torno da média.

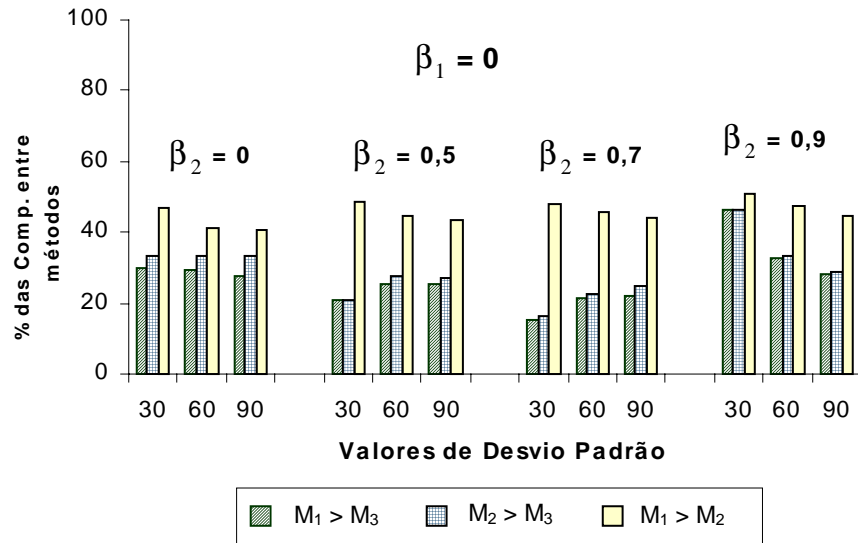


Figura 1 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 0$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 10:20.

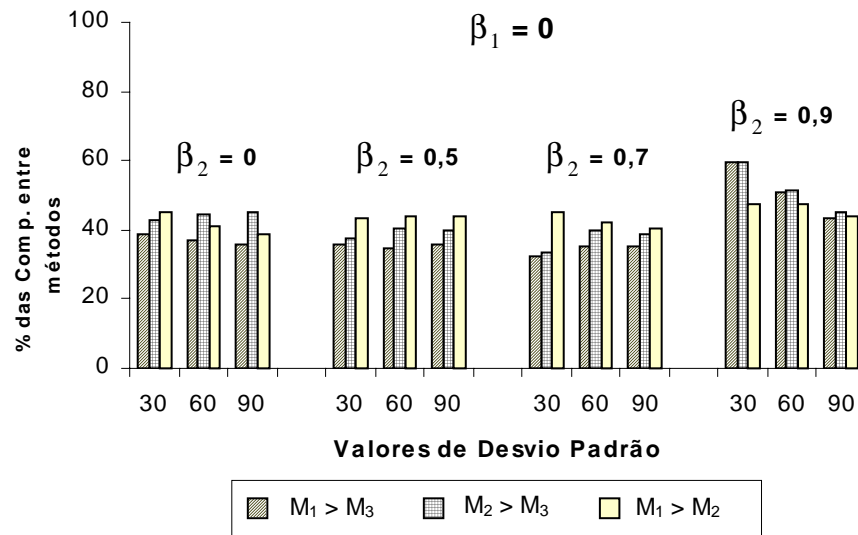


Figura 2 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 0$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 20 : 10.

Um fato importante a ser mencionado foi observado na Figura 2. Nesta figura, a diferença de desempenho entre os métodos M_1 e M_3 , e M_2 e M_3 é bem menor do que aquela observada na Figura 1, ou seja, se situando sempre próximo dos 40%, exceto para o maior valor de β_2 . Isto significa que, para o caso do grupo 20:10, representado pela Figura 2, são feitas melhores estimativas dos parâmetros, sugerindo que, ao utilizar 20 valores iniciais para prever 10 valores futuros, simulações mais confiáveis são esperadas. Para justificar este fato, considere o modelo de regressão no qual se baseou o M_3 : $P_{cel.f} = \beta_0^* + \beta_1^* T_f + \beta_2^* P_{def.f} + \varepsilon_f$. Para este modelo, caso $\beta_1 = 0$ e $\beta_2 = 0$ (como prevê a primeira situação das Figuras 1 e 2), o $P_{cel.f}$ será igual ao $P_{cel.i}$ médio sem qualquer tendência, fazendo com que o M_3 se iguale teoricamente ao M_1 e M_2 . Esta proximidade teórica está mais bem estabelecida na Figura 2, que representa o grupo 20:10, justificando, portanto, que neste caso foram feitas melhores estimativas dos parâmetros. O fato de no grupo 10:20 os resultados terem ficado mais distantes do teoricamente esperado provavelmente se deve ao pequeno número de dados utilizados na definição da tendência, fazendo com que esta se afastasse do valor médio sem qualquer tendência, que seria a verdadeira tendência esperada.

Para as Figuras 3 e 4, o que muda é que β_1 passa a ser igual a um, havendo, portanto, acréscimo de tendência nos valores a serem previstos pelos métodos de simulação. Pode-se notar, claramente, aumento no desempenho do método M_3 em relação ao M_1 e M_2 à medida que β_2 aumenta. Esta situação fica ainda mais clara na Figura 4, que representa o grupo 20:10, mostrando que neste grupo as estimativas dos parâmetros são realmente mais confiáveis. Os métodos M_1 e M_2 voltam a mostrar que são realmente equivalentes, apresentando sempre valores próximos a 50% de vantagem de um em relação ao outro.

Nas Figuras 5 e 6, em que $\beta_1 = 3$, ou seja, já há tendência bem definida dos valores futuros, fica mais clara ainda a superioridade do M_3 , principalmente para maiores valores de β_2 . Nesse momento, cabe discutir também a influência dos desvios-padrão (30, 60 e 90) no desempenho do M_3 . Fica evidenciado que, para menores valores de desvio-padrão, o desempenho do M_3 é bem superior. Tal resultado é coerente com o que teoricamente se esperava, visto que valores menores de desvio-padrão indicam tendências mais bem definidas. Como o M_3 se baseia na existência de alguma tendência, quanto mais evidenciada ela for, melhor será o seu desempenho.

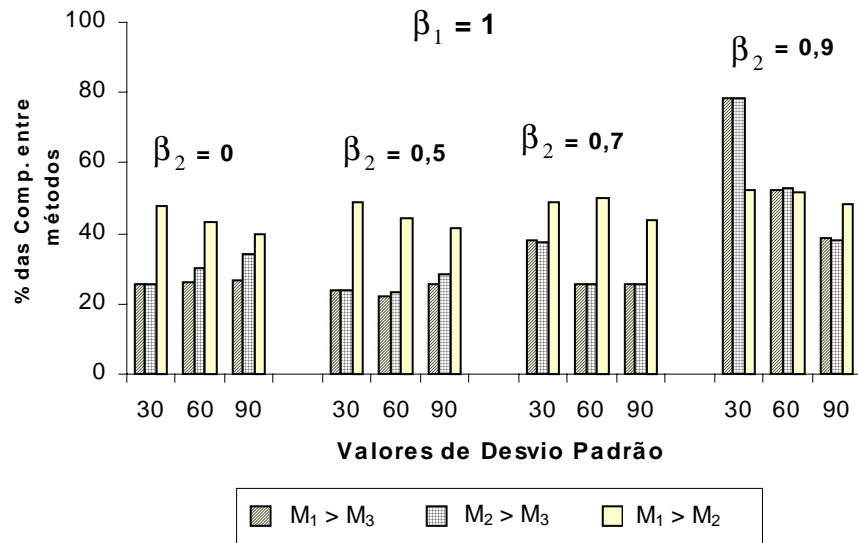


Figura 3 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 1$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 10:20.

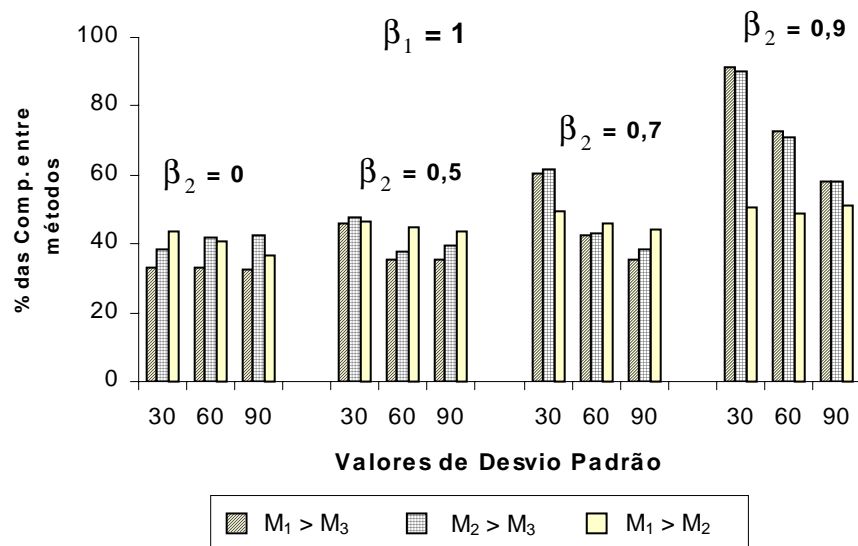


Figura 4 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 1$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 20:10.

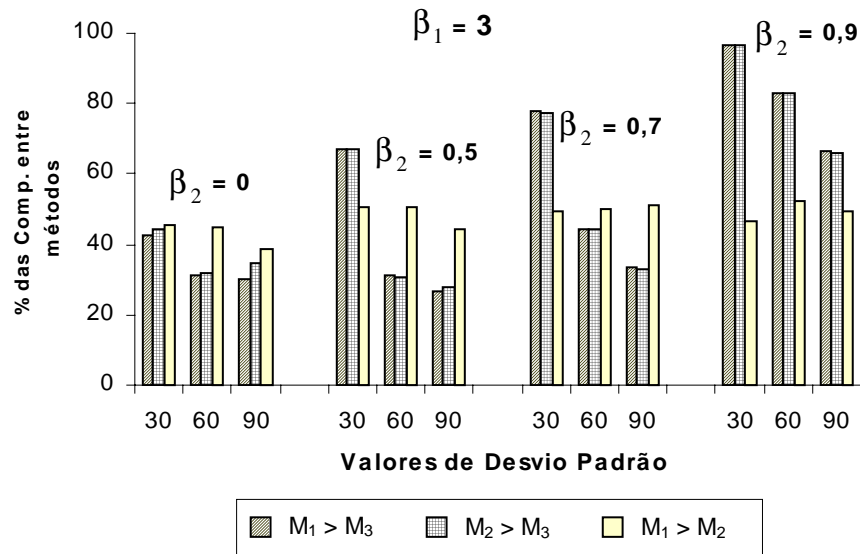


Figura 5 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 3$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 10:20.

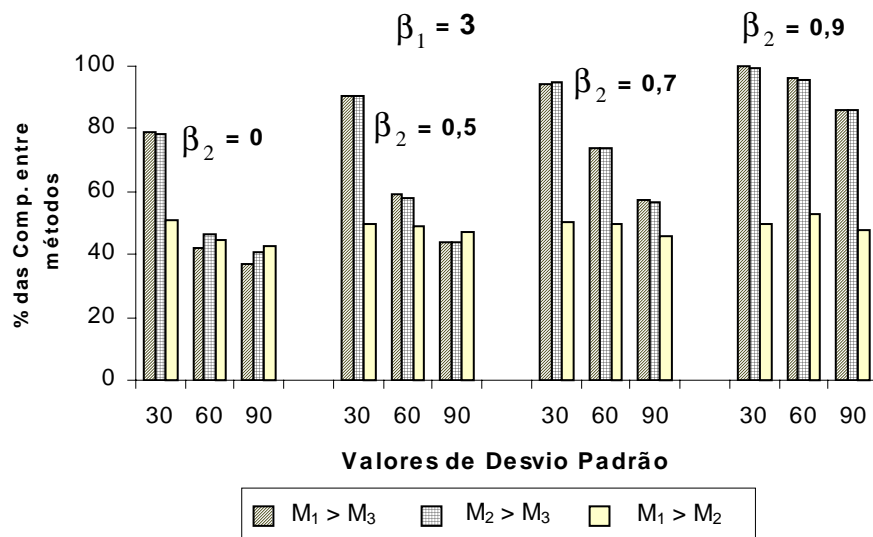


Figura 6 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 3$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 20:10.

As Figuras 7 e 8, em que $\beta_1 = 5$, representam a situação de tendência mais forte para os valores futuros. Como ocorreu nas Figuras 5 e 6, o M_3 teve seu desempenho bem superior aos métodos M_1 e M_2 , principalmente para maiores valores de β_2 e menores valores de desvio-padrão, chegando praticamente a 100% de superioridade. Esta superioridade fica mais bem evidenciada na Figura 8, que representa o grupo 20:10, pelos mesmos motivos já apresentados anteriormente. De maneira geral, alguns resultados importantes foram encontrados em todas as situações testadas. Dentre estes, cabe destacar a importância de se considerarem tendências, caso estas existam, em processos de simulação, o que ficou comprovado nas situações de maiores valores de β_1 e β_2 e menores desvios-padrão. Nesse sentido, o M_3 levou vantagem em relação aos métodos M_1 e M_2 , que não fazem nenhuma consideração a tendências futuras. Outro fato verificado foi a importância de se utilizarem bons métodos de determinação de tendências para que as simulações sejam confiáveis. Isso ficou demonstrado nas comparações entre os grupos 10:20 e 20:10 e também pelos menores valores de desvio padrão, onde ficou evidenciado melhor desempenho do M_3 . Entretanto, cabe destacar que novos estudos precisam ser feitos, buscando alternativas apropriadas para considerar possíveis tendências em processos de simulação.

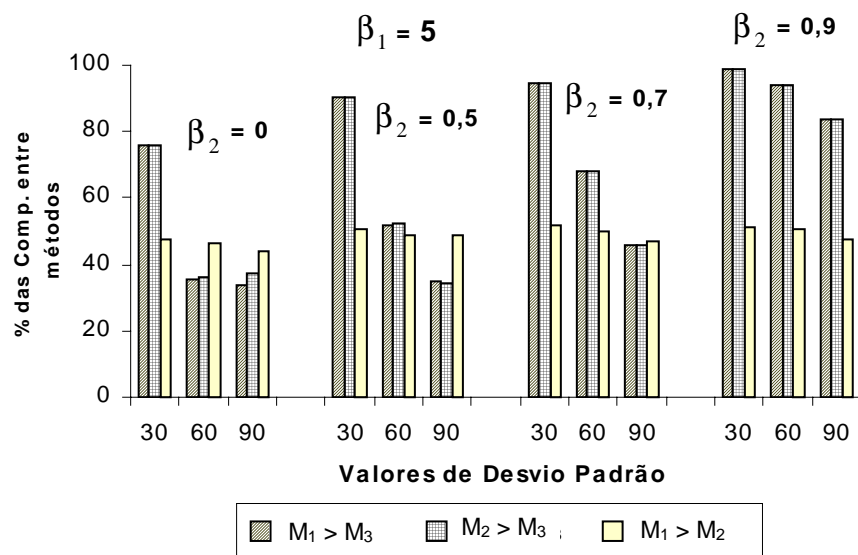


Figura 7 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 5$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 10:20.

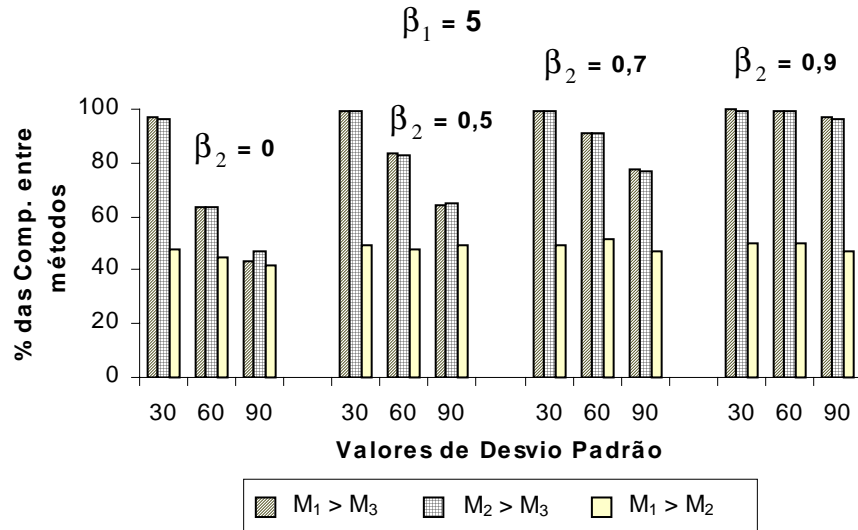


Figura 8 - Percentagem de comparações entre os métodos M_1 , M_2 e M_3 , conforme legenda, em que $M_1 > M_3$ significa a percentagem em que a Diferença Relativa Média (DRM) do M_1 foi maior do que a do M_3 , e assim sucessivamente, considerando-se as 1.000 simulações feitas, em função dos desvios-padrão iguais a 30, 60 e 90, β_2 variando de 0 a 0,9, $\beta_1 = 5$ e o grupo considerado pertencente ao grupo 20:10.

4. CONCLUSÕES

Ao final do trabalho, pode-se concluir que:

- Em processos de simulação de dados ao longo do tempo, caso estes apresentem algum tipo de tendência, é importante que esta seja considerada, sob pena de perda de confiabilidade do processo.
- Na ausência de tendência, os métodos de simulação M_1 ($P_{cel,f} = \mu$) e M_2 ($P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f$) mostraram-se satisfatórios, embora o método M_2 apresente a vantagem de considerar distúrbios em torno da média, o que pode ser útil para geração de cenários e análises de risco.
- A precisa definição da tendência futura é fundamental para o sucesso do método M_3 , em que M_3 é igual a $P_{cel,f} = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* T_{\mu_f} + \hat{\beta}_2^* P_{def} + \varepsilon_f$.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUSTOS, O.H.; ORGAMBIDE, A.C.F. Simulação estocástica: teoria e algoritmos. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 10, 1992, São Paulo, **Anais ...** São Paulo:1992. 152p.
- HOF, J.; KENT, B.; PICKENS, J. Chance constraints and chance maximization with random yield coefficients in renewable resource optimization. **Forest Science**, Bethesda, v.38, n.1, p.305-323, 1992.
- PICKENS, J.; DRESS, P. Use of stochastic production coefficients in linear programming models: objective function distribution, feasibility and dual activities. **Forest Science**, Bethesda, v.34, n.3, p.574-591, 1988.
- PROTIL, R. M. Aplicação da técnica de simulação discreta estocástica na avaliação de risco em investimentos florestais. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 32, 2000, Viçosa. **Anais ...** Viçosa: SOBRAPO, 2000. p.953-961.
- RODRIGUES, F.L.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L.; RIBEIRO, C.A.A.S.; SILVA, M.L.; Regulação de florestas equiâneas utilizando programação linear: uma aplicação da teoria do modelo II. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.22, n.2, p.193-213, 1998.
- RODRIGUES, F.L.; LEITE, H.G.; SILVA, M.L.; RIBEIRO, C.A.A.S. Determinação de estratégias de reforma, condução da brotação e compra de terras, utilizando programação linear. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.23, n.2, p.169-186, 1999.
- RODRIGUEZ, L.C.E. **Planejamento agropecuário através de um modelo de programação linear não determinista**. Piracicaba: ESALQ, 1987. 83p. Tese (Mestrado em Economia Agrária) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz da Universidade de São Paulo. 1987.
- RODRIGUEZ, L.C.E.; BORGES, J.G. Técnicas matemáticas para determinação de níveis sustentáveis de produção florestal: um exemplo em eucaliptal **Revista Florestal**, Lisboa, Portugal, v.12, n.1/2, p.83-91, 1999.
- SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e predição, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var *hondurensis***. Curitiba: UFPr, 1991. 290p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, 1991.
- SILVA, G.F.; RODRIGUES, F.L.; SANTOS, H.N. Um sistema de apoio a decisão para pequenas e médias empresas florestais. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 32, 2000, Viçosa. **Anais ...** Viçosa: SOBRAPO: 2000. p.953-961.

SOUZA, A.N. **Estudo econômico da reforma de povoamentos de *Eucalyptus* spp. - O caso do progresso tecnológico.** Lavras: UFLA, 1999. 139p. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Lavras. 1999.

VOLPI, N.M.P.; CARNIERI, C.; SANQUETA, C.R. O impacto da estocasticidade das informações em um modelo de planejamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa - MG, v.12, n.2, p.100-110, 1999.

WAGNER, H.M. **Pesquisa operacional.** 2.ed. São Paulo. 1986. 851p.

3. RESUMO E CONCLUSÕES

O presente estudo teve como objetivo discutir alguns aspectos limitantes do uso de modelos de Programação Linear na regulação de florestas equiâneas, considerando-se a não-integralidade das respostas e as incertezas a respeito de variáveis econômicas e da produção. Para analisar a questão da não-integralidade das respostas e do possível arredondamento destas, prática adotada por algumas empresas, um problema de regulação florestal simplificado foi idealizado e resolvido pelo modelo I por meio da Programação Linear, Programação Linear com posterior arredondamento e Programação Inteira.

Para avaliar as conseqüências do uso de dados de produção oriundos de modelos de prognose em um modelo de Programação Linear aplicado à regulação florestal, fez-se, a partir de dados de inventário florestal contínuo de eucalipto, a estimação da produção em volume a partir de um modelo de produção em função da idade, outro em função da idade e do índice de sítio e de um terceiro modelo, que incluiu, além da idade e do índice de sítio, a densidade, representada pela área basal. Além disso, foi utilizado um método de predição de volume baseado na interpolação de dados do inventário florestal contínuo. Estes modelos foram denominados *I*; *I,S*; *I,S,B*; e projeção linear, respectivamente. Em seguida, um problema de regulação florestal simplificado foi idealizado e resolvido pelo modelo I por meio de Programação Linear, utilizando dados oriundos dos quatro métodos de predição de volume.

Para estudar incertezas a respeito de variáveis econômicas, a partir de dados de preço de celulose variando de 1963 a 1999, ajustou-se um modelo de previsão do preço

da celulose em que as variáveis independentes foram a tendência e o preço defasado. Com base nos estimadores dos parâmetros do modelo, foram propostas 48 tendências possíveis para o preço da celulose no futuro. Em seguida, foram empregados três métodos de simulação, de modo a se tentar prever os valores futuros definidos pelas diferentes tendências. Os métodos de simulação empregados foram: $M_1 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu$; $M_2 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f$ e $M_3 \Rightarrow P_{cel,f} = \mu_i + \varepsilon_f$ em que μ é a parte sistemática que é avaliada de fato e ε_f é o componente estocástico. Na simulação, foram utilizados o método de Monte Carlo e a distribuição triangular. Para comparar os valores simulados pelos métodos e os valores futuros das diferentes tendências, utilizou-se a Diferença Relativa Média (DRM).

Como conclusões gerais dos artigos desenvolvidos nesta tese, têm-se:

- Em problemas de regulação florestal, do ponto de vista matemático, soluções operacionais resultantes de arredondamentos da solução obtida via PL não devem ser adotadas.
- Modelos de regulação florestal, alimentados por diferentes modelos de produção, quando resolvidos por Programação Linear, levam a diferentes maneiras de se conduzir a floresta.
- O vetor de custos do modelo de Programação Linear proposto para regular a floresta é sensível a variações em seus coeficientes, sugerindo que as previsões do volume influenciam de forma significativa o processo de tomada de decisão.
- A matriz de coeficientes tecnológicos, alimentada por diferentes dados de produção e para uma mesma função objetivo, afeta de maneira significativa o processo de tomada de decisão.
- Em processos de simulação de dados no tempo, caso estes apresentem algum tipo de tendência, é importante que esta seja considerada, sob pena de perda de confiabilidade do processo.
- Na ausência de tendência, os métodos de simulação M_1 ($P_{cel,f} = \mu$) e M_2 ($P_{cel,f} = \mu + \varepsilon_f$) mostraram-se satisfatórios, embora o método M_2 apresente a vantagem de considerar distúrbios em torno da média, o que pode ser útil para geração de cenários e análises de risco.
- A precisa definição da tendência futura é fundamental para o sucesso do método M_3 , em que M_3 é igual a $P_{cel,f} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 T + \hat{\beta}_2 P_{def} + \varepsilon_f$.