

MOISÉS OLIVEIRA DA SILVA

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO EM DIÂMETRO E ALTURA DE  
ÁRVORES DE EUCALIPTO**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Ciência Florestal para a obtenção do  
título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2016

Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa

T

O48m  
2016  
Silva, Moisés Oliveira da, 1988-  
Modelagem do crescimento em diâmetro e altura de árvores  
de eucalipto / Moisés Oliveira da Silva. – Viçosa, MG, 2016.  
ix, 55f. : il. ; 29 cm. .

Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.  
Referências bibliográficas: f.48-55.

1. Eucalipto - Crescimento - Modelos matemáticos.  
2. Eucalipto - Medição. 3. Eucalipto - Povoamento.  
I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia  
Florestal. Programa de Pós-graduação em Ciência Florestal.  
II. Título.

CDD 22. ed. 634.95

MOISÉS OLIVEIRA DA SILVA

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO EM DIÂMETRO E ALTURA DE  
ÁRVORES DE EUCALIPTO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 17 de junho de 2016.

---

Gilson Fernandes da Silva

---

Helio Garcia Leite  
(Coorientador)

---

Carlos Pedro Boechat Soares  
(Orientador)

*Aos meus pais Ronaldo e Dinamarque,  
Aos meus irmãos Filipe e Fernanda*

*Dedico esse trabalho...*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu Orientador Professor Carlos Pedro Boechat Soares, pela orientação, amizade, confiança e pela paciência ao lidar com minhas constantes dúvidas e dificuldades, meus sinceros agradecimentos;

Ao Professor Helio Garcia Leite, pelos conselhos, amizade e sugestões;

À Universidade Federal de Viçosa e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), pela estrutura, oportunidade e apoio financeiro;

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Florestal;

Aos amigos da “salinha” e grupo de Manejo e Mensuração Florestal, foi sempre um aprendizado e um prazer pela convivência e pelos ensinamentos trocados;

Aos meus pais, pelos valores ensinados;

Aos meus irmãos, pela amizade e presença, mesmo estando longe;

Aos amigos da Universidade por estarem presentes nos momentos difíceis.

## **BIOGRAFIA**

Moisés Oliveira da Silva nasceu em 30 de abril de 1988, na cidade de Viçosa, Minas Gerais.

Cursou o ensino fundamental na Escola Estadual Pedro Lessa, em São Miguel do Anta.

Cursou o ensino médio no Colégio de Aplicação COLUNI, em Viçosa.

Em março de 2009, iniciou o curso de graduação em Engenharia Florestal na Universidade Federal de Viçosa.

Em agosto de 2012 participou do Programa de Mobilidade Acadêmica na Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas – México, concluindo em dezembro do mesmo ano.

Em março de 2014 iniciou o curso de Pós-Graduação em Ciência Florestal, em nível de mestrado, na Universidade Federal de Viçosa.

## SUMÁRIO

RESUMO.....	vi
ABSTRACT.....	viii
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	4
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
3.1. Crescimento das árvores e povoamentos.....	5
3.1.1. Crescimento em diâmetro.....	6
3.1.2. Crescimento em altura.....	7
3.2. Equações de crescimento.....	8
3.3. Modelos de árvores individuais.....	9
4. MATERIAL E MÉTODOS.....	11
4.1. Descrição dos dados.....	11
4.2. Modelos não lineares.....	12
4.3. Ajuste de modelos autorregressivos.....	14
4.4. Validação das equações selecionadas.....	16
5. RESULTADOS.....	19
5.1. Análises descritivas dos dados.....	19
5.2. Ajustes e seleção das equações de incremento corrente anual em diâmetro (ICAd).....	21
5.3. Ajustes e seleção das equações de incremento corrente anual em altura (ICAh).....	25
5.4. Ajustes dos modelos autorregressivos.....	29
5.5. Validação dos modelos.....	32
6. DISCUSSÃO.....	40
7. CONCLUSÕES.....	47
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	48

## RESUMO

SILVA, Moisés Oliveira da., M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, junho de 2016. **Modelagem do crescimento em diâmetro e altura de árvores de eucalipto**. Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares. Coorientador: Helio Garcia Leite.

Uma das principais etapas do manejo florestal é estimar ou prever o crescimento de povoamentos florestais, em um determinado horizonte de planejamento, a fim de auxiliar nas diferentes tomadas de decisão e nas prescrições de práticas silviculturais, com base em informações atuais e futuras. Modelos de crescimento e produção são utilizados para analisar e prever a dinâmica de povoamentos florestais. O objetivo deste estudo foi estimar o crescimento em diâmetro e em altura de árvores de eucalipto em função de variáveis do povoamento, como o índice de local, índices de competição independentes da distância e tamanho atual da árvore, por meio de duas funções de crescimento. Foram ajustados modelos não lineares de incremento em diâmetro e altura, por meio de método iterativo que minimiza a soma de quadrados de resíduos, e equações para a projeção dos diâmetros e das alturas das árvores, pelo Método de Mínimos Quadrados Generalizados, com uma estrutura autorregressiva de primeira ordem AR(1) no termo de erro. Nesse caso, foi considerada a correlação existente entre medidas tomadas repetidamente em cada árvore e a sua influência sobre as estimativas dos erros padrão de cada parâmetro das equações. Os ajustes das equações foram avaliados com base no coeficiente de correlação, média absoluta dos erros (MAE), erros padrão das estimativas ( $S_{y,x}$ ), raiz quadrática do erro quadrático médio (RQEQM), viés (*bias*) e critério de informação de Akaike. Além disso, foi realizada a validação das equações selecionadas utilizando um banco de dados independente. As equações referentes aos modelos não lineares de incremento em diâmetro e altura e as equações referentes aos modelos autorregressivos AR(1) que projetam o diâmetro e altura apresentaram melhores ajustes quando a variável que expressa a competição entre as árvores foi o somatório da área basal das árvores maiores que a árvore-objeto (BAL). As equações de incremento em



diâmetro e de incremento em altura selecionadas estimaram os incrementos correntes anuais nas diferentes idades do período de tempo considerado, com *bias* próximos a zero e RQEQM e MAE menores que um centímetro para diâmetro e um metro para altura, quando aplicados a dados independentes na validação. As equações referentes aos modelos autorregressivos no termo de erro [AR(1)] projetaram o diâmetro e a altura, a curto prazo, com valores de *bias* próximos a zero. Desta forma, conclui-se que os modelos neste estudo podem ser utilizados para prever o crescimento de árvores em diferentes condições, com exceção à equação de incremento corrente anual em altura, que apesar de demonstrar-se precisa subestimou sistematicamente as previsões.

## ABSTRACT

SILVA, Moisés Oliveira da., M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, June, 2016. **Modelling diameter and height growth of eucalyptus trees.** Adviser: Carlos Pedro Boechat Soares. Co-adviser: Helio Garcia Leite.

One of the main stages of forest management is estimate or predict growth forest stands in a given planning horizon, in order to assist the different decisions-making and silvicultural practice prescriptions, based on current and future information. Growth and yield models are used to analyze and predict the dynamics of forest stands. The aim of this study was to estimate the growth in diameter and height of eucalyptus trees as a function of stand variables such as the site index, distance-independent competition index and tree size through two growth functions. Nonlinear diameter and height increment models were fitted, by an iterative method that minimizes the sum of squared residuals, and equations that project diameters and heights of trees fitted by the Least Squares Generalized method with a autoregressive first order autoregressive AR (1) structure in the error term. In this case, it was considered the correlation between repeated measures taken in each tree over the time and its influence on the estimates of standard errors of each parameter of the equations. Fitted equations were evaluated based on the correlation coefficient, mean absolute errors (MAE), root mean square error of the square root (RQEQM), standard errors of the estimate ( $S_{y,x}$ ), *bias* and Akaike information. In addition, validation of the selected equations was conducted using an independent database. The nonlinear equations related to the increment in diameter and height models and the equations related to autoregressive models AR (1) to project the future diameter and height showed better adjustments when the variable that expresses the competition between the trees was the sum of the basal area of trees higher than the tree object (BAL). The increment equations in diameter and height selected estimated current annual increments in the different ages along the time period considered, showed bias near zero, RQEQM and MAE smaller than one centimeter in diameter and one meter in high, when applied in an independent dataset on the validation. The equations related to

autoregressive models in the error term [AR (1)] projected the diameter and height in the short term, showed bias values close to zero. Thus, it is concluded that the models in this study can be used to predict tree growth in different conditions, except the equation of current annual increment in height, which despite prove to have systematically underestimated the predictions.

## 1. INTRODUÇÃO

A previsão de eventos sempre foi importante ao ser humano, por possibilitar o estabelecimento de prioridades e a definição de estratégias para obtenção de sucesso no futuro.

No setor florestal, onde as culturas apresentam maiores ciclos de produção quando comparadas às culturas agrícolas, torna-se de fundamental importância o planejamento das diferentes atividades, inclusive para minimizar riscos. Desta forma, o manejo florestal requer ferramentas que permitam a previsão do desenvolvimento dos povoamentos florestais sob diferentes regimes de manejo para facilitar a tomada de decisão pelos proprietários e manejadores florestais, tanto para povoamentos comerciais quanto para florestas naturais (CRECENTE-CAMPO et al., 2010).

No manejo florestal, as decisões são tomadas com base em informações correntes e em condições futuras. De acordo com PENG (2000) a capacidade de atualizar os dados de inventário e de prever a produção futura possibilita explorar alternativas de manejo e opções silviculturais. Além dos inventários florestais contínuos, modelos de crescimento e produção, integrados aos sistemas de informações geográficas e modernas técnicas de inteligência artificial tornaram-se cada vez mais recorrentes para previsões mais precisas de variáveis de interesse em povoamentos florestais.

Os modelos de crescimento são utilizados para auxiliarem na previsão da produção florestal futura, explorar novas opções de práticas silviculturais e de manejo e oferecer novas visões sobre a dinâmica de crescimento de povoamentos florestais (VANCLAY, 1994). Eles representam uma abstração da dinâmica natural de um povoamento florestal e podem abranger o crescimento, a mortalidade e outras mudanças na composição e estrutura dos povoamentos, sendo expressos, geralmente, por um sistema de equações.

Tradicionalmente, os modelos de crescimento e produção são utilizados para a prognose da produção volumétrica, em diferentes níveis de

abordagem: povoamento, classe de diâmetro ou em nível de árvores individuais (CAMPOS e LEITE, 2013).

No Brasil, inúmeros trabalhos envolvendo a modelagem do crescimento de plantios comerciais de eucalipto em nível de povoamento e de classe de diâmetro têm sido desenvolvidos. No entanto, poucos trabalhos com modelos em nível de árvores individuais têm sido desenvolvidos e avaliados (MENDES et al., 2006; MARTINS, 2011). Muitos desses modelos são adaptações de modelos utilizados em outras partes do mundo, cujas condições de manejo e uso da floresta são diferentes das condições do Brasil.

Os modelos de árvores individuais são compostos por um conjunto de equações e utilizam a árvore como unidade de modelagem, sendo, portanto, mais complexos que os modelos em nível de povoamento e distribuição diamétrica (VANCLAY, 1994), necessitando de um esforço maior do modelador para o seu desenvolvimento e ajuste.

Por utilizarem a árvore como a unidade de manejo, resulta em maior flexibilidade de uso, quando comparado com os modelos de outras categorias. Eles são classificados como dependentes da distância (espaciais) ou independentes da distância (não espaciais), de acordo como se considera o nível ou estado de competição entre as árvores (MABVURINA E MIINA, 2001).

Quando estão disponíveis informações como dimensões da árvore (altura e diâmetro), coordenadas geográficas, medidas de competição, capacidade produtiva e informações topográficas ou climáticas como variáveis preditoras, os modelos fornecem informações mais detalhadas da dinâmica e estrutura do povoamento, permitindo aplicar prescrições de manejo diferenciadas para cada local (ADAME et al., 2008).

A definição de padrões de crescimento das árvores individuais é um trunfo importante no manejo florestal. A disponibilidade de informações sobre o crescimento em diâmetro e em altura, associada à mortalidade de árvores, permite a seleção de espécies de árvores para a exploração

madeira, ou para proteção, bem como a estimativa de ciclos de corte, além de alimentarem modelos de simulação (BURKHART, 2003).

Muitos modelos de crescimento em diâmetro e altura em nível de árvore individual vêm sendo desenvolvidos e estudados em diferentes partes do mundo para diferentes espécies, como na América do Norte (WYKOFF, 1990; MONSERUD e STERBA, 1996; LESSARD et al., 2001; ANDREASSEN E TOMTER, 2003), na Europa (PRETZSCH, 1992; CRECENTE-CAMPO, 2010; HASENAUER, 1997; PUKKALA E MIINA, 1998) e na Ásia (MOHD, 1988; HAO et al., 2015).

Em geral, os modelos apresentam-se como um sistema de equações lineares ou compostos por funções não lineares, com diferentes variáveis preditoras, inclusive variáveis defasadas no tempo, não havendo uma definição de qual relação funcional ou método de ajuste fornece os melhores resultados.

Desta forma, observa-se a necessidade de mais estudos visando o desenvolvimento e avaliações de diferentes métodos de ajustes desses modelos, bem como modelos de diferentes estruturas (relações funcionais) para obter as melhores estimativas de crescimento, permitindo que sejam realizadas projeções precisas ao longo do tempo.

## **2. OBJETIVOS**

Diante do exposto, este estudo foi desenvolvido utilizando dados de plantios de eucalipto, com objetivos de:

- Avaliar o ajuste de modelos para estimar o crescimento em diâmetro e em altura das árvores;
- Avaliar o ajuste de um modelo autorregressivo para projetar os diâmetros e alturas das árvores ao longo do tempo.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1. Crescimento das árvores e povoamentos**

O crescimento de povoamentos florestais é um assunto complexo e de difícil padronização devido ao comportamento que este pode assumir frente às características ambientais como clima, presença de patologias e fatores genéticos inerentes a cada espécie (NEWNHAMN, 1964).

Para ZEIDE (1993), o crescimento de um organismo é reflexo de duas forças contrárias: a primeira é representada pela tendência do organismo em se expandir e multiplicar, que está associado ao seu potencial biótico, metabolismo e absorção de nutrientes. A segunda força, antagônica, representa um conjunto de restrições ao crescimento como, por exemplo, a competição, recursos naturais limitados, respiração e stress.

Assim, o crescimento de um povoamento florestal pode ser o resultado do somatório do crescimento de dimensões individuais das árvores, expresso pelo incremento em diâmetro e altura das árvores, bem como pela mortalidade e recrutamento de árvores ao longo de um período de tempo (DAVIS e JONHSON, 2006).

Em árvores individuais, o crescimento pode ser expresso como o incremento em diâmetro ou em área seccional e incremento em altura. Segundo VANCLAY (1994), não há uma preferência definida quanto a modelar o incremento em área seccional ou modelar o incremento em diâmetro, mas observa-se em vários estudos por outros autores uma maior tendência em preferir o incremento em área seccional porque supostamente seria mais correlacionado com o crescimento em volume atingido por uma árvore.

Ainda de acordo com o autor, as dimensões de uma árvore podem ser expressas também como uma função de produção, a qual estima diâmetros futuros ou áreas seccionais futuras ou alturas futuras em um período específico. No entanto, observa-se, segundo ele a preferência de utilizar funções para projetar o crescimento porque as implicações em matéria de correlação serial dos erros são minimizadas.



### 3.1.1. Crescimento em diâmetro

O diâmetro a 1,3 m de altura (*dap*) é usado em diferentes abordagens da modelagem de crescimento. É uma variável fácil de medir (ZHANG et al., 2004) e que possui alta correlação com as demais características das árvores e dos povoamentos.

Em termos de modelagem dessa variável, é possível modelar o incremento em *dap* ou modelar o diâmetro futuro de uma árvore. O diâmetro futuro é expresso por meio de funções de produção e o crescimento em diâmetro com uma função de crescimento num intervalo de tempo, sendo que teoricamente os resultados das projeções deveriam coincidir nessas duas abordagens (CHASSOT, 2009).

Projeções do diâmetro de uma árvore individual podem também ser obtidas indiretamente por meio do crescimento em diâmetro ou em área seccional. De acordo com WEST (1981), a correlação entre crescimento em área seccional e diâmetro inicial sempre foi maior do que entre o crescimento em diâmetro e o diâmetro inicial da árvore. No entanto, segundo o autor, a precisão das estimativas de diâmetros futuros em parcelas de povoamento puros e mistos de *Eucalyptus regnans*, *E. obliqua* e *E. globulus*, de mesma idade e não desbastados foi a mesma, utilizando tanto equações de crescimento em diâmetro ou de crescimento em área seccional.

Para florestas tropicais mistas, MOHD (1988), concluiu, utilizando modelos polinomiais de segunda ordem, que o ajuste e a predição do crescimento por meio de incremento em diâmetro foi superior quando comparado com o crescimento expresso pelo incremento em área seccional. No entanto, ele afirma que qualquer incremento, em diâmetro ou em área seccional, é adequado para examinar os efeitos do crescimento nessas florestas.

Equações que estimam o incremento em diâmetro como variável dependente também foram utilizadas por NEWNHAM (1964), DANIELS (1996), LANDFORD e CUNIA (1977). Outros, por sua vez, como OPIE (1968) e MOORE et al. (1973) utilizaram equações que projetam o incremento em área seccional.

Alguns autores (HEGYI, 1974; WYKOFF, 1990; SOARES, 1997) afirmam que o incremento em diâmetro em árvores individuais pode ser descrito como uma função do tamanho da árvore e alguma medida de competição. CROOKSTON et al., (2005) consideraram que o incremento em diâmetro é produto do tamanho da árvore, da competição e da capacidade produtiva, inclinação do terreno, elevação, localização geográfica e tipo de *habitat*.

Assim, conforme citado, vários estudos na área de modelagem do crescimento futuro em diâmetro vêm sendo conduzidos e a escolha da abordagem do crescimento em diâmetro considerando o incremento em área seccional ou o incremento em diâmetro em povoamentos florestais, tem sido feita exclusivamente a critério do pesquisador, não havendo uma definição de qual abordagem é melhor em relação à outra neste nível de modelagem.

### **3.1.2. Crescimento em altura**

Segundo SPURR (1952), citado por NEWHMAN (1964), o crescimento em altura é exponencial nos primeiros anos de vida de uma árvore e, em seguida, a curva se torna gradativamente horizontal ao longo do tempo até atingir um ponto máximo (assintótico) para uma determinada capacidade produtiva do local.

A altura futura de uma árvore pode ser estimada por meio de equações que projetam o incremento em altura de cada árvore no povoamento, em dois períodos de tempo consecutivos. O incremento em altura somado a altura no início do período fornece, então, a estimativa da altura futura.

À semelhança do diâmetro, equações podem ser utilizadas, também, para projetar diretamente a altura futura das árvores dos povoamentos (WEISKITELL et al., 2014). No entanto, apesar do crescimento em altura responder aos mesmos determinantes do crescimento em diâmetro, o incremento em diâmetro é mais sensível às condições do povoamento além de ser mais fácil de mensurar do que o incremento em altura em povoamentos mistos (STAGE, 1975).

Normalmente, erros de medição das alturas estão presentes nos procedimentos de coleta de dados de campo, bem como o custo e o tempo para obtenção das alturas totais de todas as árvores de todas as parcelas do inventário florestal onera o inventário. Desse modo, ao invés de obter todas as medidas das alturas de todas as árvores, normalmente equações são utilizadas por modeladores florestais para estimar as alturas totais das árvores que não tiveram essa variável medida em função dos seus respectivos diâmetros (OLIVER et al., 2005).

De acordo com HASENAUER e MONSERUD (1997), o uso dessas equações que relacionam a altura e os diâmetros das árvores podem introduzir tendências nas estimativas do incremento em altura, gerando coeficientes de determinação artificialmente elevados.

Apesar dos problemas relacionados à obtenção de dados de altura em povoamentos florestais, manejadores florestais necessitam de equações que estimam o crescimento em altura ou as alturas futuras para auxiliarem nas diferentes estratégias de gestão de povoamentos florestais, sob diferentes condições. Por isso, elas devem ser um componente adicional, em substituição, quando possível, a uma equação estática de relação altura-diâmetro, a fim de evitar introdução de tendências nas estimativas.

### **3.2. Equações de crescimento**

Matematicamente pode-se obter o crescimento de um organismo diferenciando-se uma equação de produção (crescimento acumulado) e, inversamente, pode-se obter a produção por meio da integração da equação de crescimento, dentro de um intervalo de tempo pré-estabelecido. Além disso, a produção também pode ser obtida pela projeção do crescimento, somando-se este à produção inicial ao longo do tempo, em um horizonte de planejamento (VANCLAY, 1994).

ZEIDE (1993), avaliando várias dessas equações de crescimento na forma diferencial, concluiu que, à exceção da função Weibull, seguem as formas a seguir, onde a expansão de cada árvore é proporcional ao seu tamanho atual:

$$y' = \theta_0 y^{\beta_1} t^{\beta_2} \text{ ou } \ln(y') = \beta_0 + \beta_1 \ln(y) + \beta_2 \ln(t) \quad (1)$$

$$y' = \theta_0 y^{\beta_1} e^{\beta_2 t} \text{ ou } \ln(y') = \beta_0 + \beta_1 \ln(y) + \beta_2 t \quad (2)$$

em que  $\beta_0$  é o intercepto do modelo na forma linearizada e  $\theta_0 = e^{\beta_0}$ , na forma não linear;  $y'$  = crescimento em diâmetro (cm) ou em altura (m);  $y$  = dimensões atuais da árvore (diâmetro ou altura);  $t$  = idade (meses);  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os parâmetros dos modelos;  $\ln$  = logaritmo neperiano.

Nas equações descritas por ZEIDE (1993), as variáveis idade e tamanho atual das árvores são as variáveis explicativas do crescimento das árvores. Porém HASENAUER (2006) mencionou que o crescimento periódico previsto converge assintoticamente para um mínimo ou um máximo em função do nível de competição entre as plantas e da capacidade produtiva do local. Desta forma, as equações anteriores podem ser modificadas pelo acréscimo destas variáveis, ampliando ainda mais o poder explicativo delas.

### 3.3. Modelos de árvores individuais

De acordo com DAVIS e JOHNSON (2006) os modelos em nível de árvores individuais simulam o crescimento de cada árvore em diâmetro, altura, diâmetro de copa, decidindo, com base no nível de competição, se a árvore é considerada viva ou morta, para posterior cálculo de volume ou taxa de crescimento por unidade de área.

Esses modelos são sistemas constituídos de equações para projeção do diâmetro ou do seu crescimento potencial, além de uma função de mortalidade e de uma função de crescimento para altura ou de uma relação altura-diâmetro (CAMPOS e LEITE, 2009).

O primeiro modelo em nível de árvores individuais foi desenvolvido por NEWHMAN (1964), para povoamentos equiâneos. Desde então, os pesquisadores passaram a trabalhar muito com esse tipo de modelagem, especialmente na Europa, América do Norte e Austrália (MARTINS, 2011).

Este tipo de modelo pode simular o crescimento (diâmetro, altura e volume) para projeções de curto prazo, fornecer informações detalhadas

sobre a estrutura do povoamento como distribuição diamétrica e de altura e nível de competição, além de permitir simular uma gama de variedades de tratamentos e prescrições silviculturais.

Pode-se destacar importantes modelos e aplicações que foram aprimoradas ao longo do tempo em estudos em nível de árvore individual, dentre os quais: PROGNOSIS (STAGE, 1973), que é um conjunto de equações de crescimento em diâmetro e em altura, crescimento em copa e mortalidade; FOREST (EK e MONSERUD, 1974), um modelo dependente da distância para estimar crescimento em diâmetro e altura, além de sobrevivência; STEM MODEL (BELCHER et al., 1892), para crescimento, mortalidade e regeneração; PROGNAUS (MONSERUD e STERBA, 1996), para incremento em área basal; TWIGS MODEL (MINER et al., 1988), que projeta o crescimento do diâmetro e mortalidade em nível de árvore; MOSES (HASENAUER, 1994; HASENAUER, 2000), que é um modelo de árvore individual dependente da distância que estima o incremento em diâmetro, incremento em altura, modelo de copa e mortalidade; SILVA (PRETZSCH et al. 2002), que estima incremento em diâmetro e altura em coníferas. Como exemplo de modelo de regeneração em nível de árvore individual tem-se o modelo JABOWA (BOTKIN et al., 1972).

## 4. MATERIAL E MÉTODOS

### 4.1. Descrição dos dados

Os dados para este estudo foram obtidos de inventário florestal contínuo em plantios clonais híbridos não desbastados de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* no estado do Pará, região norte do Brasil.

Para as análises, foram utilizadas 63 parcelas permanentes com 500 m<sup>2</sup> de área útil, com espaçamento entre as árvores de 3x3m e com, pelo menos, cinco medições. Em cada parcela foram mensurados os diâmetros (*dap*) medidos a uma altura de 1,30 m, bem como coletados dados das alturas totais das 15 primeiras árvores e de mais cinco árvores dominantes. As alturas totais das demais árvores foram estimadas utilizando-se a seguinte equação hipsométrica (DEMOLINARI, 2006; MARTINS, 2011):

$$\hat{Ht} = 36,9876 - 30,4340 \cdot \exp\left(-0,000499 \cdot (dap \cdot \ln(Hd) \cdot \ln(I))^{1,388275}\right) \quad \bar{R}^2 = 83,7\% \quad (3)$$

em que *dap* = diâmetro com casca à 1,30m de altura, em cm; *Hd* = média das alturas das árvores dominantes; *I* = idade, em meses; *exp* = exponencial.

Os índices de local (*S*), utilizados para classificar a capacidade produtiva dos plantios, foram obtidos pela seguinte equação ajustada, descrita por (DEMOLINARI, 2006), com a idade índice (*I<sub>i</sub>*) igual 60 meses:

$$\ln S = \ln(Hd) + 14,8801 \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{I_i} \right) \quad (4)$$

O banco de dados, composto pelas 63 parcelas permanentes, foi dividido em duas partes: uma parte constituída de 30 parcelas, as quais foram utilizadas no ajuste das equações; e outra, composta por 33 parcelas, utilizadas como um banco de dados independente para a validação das melhores equações selecionadas.

## 4.2. Modelos não lineares

Neste estudo, foram avaliados os modelos descritos por ZEIDE (1993), modificados pela inclusão das variáveis independentes de competição e índice de local (HASENAUER, 2006), para estimar o incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ ) e em altura ( $ICA_h$ ).

Os modelos avaliados foram:

$$ICA_d = \beta_0 DAP^{\beta_1} I^{\beta_2} S^{\beta_3} IC^{\beta_4} \cdot \varepsilon \quad (5)$$

$$ICA_d = \beta_0 DAP^{\beta_1} \cdot \exp^{(\beta_2 I + \beta_3 S + \beta_4 IC)} \cdot \varepsilon \quad (6)$$

$$ICA_h = \beta_0 Ht^{\beta_1} I^{\beta_2} S^{\beta_3} IC^{\beta_4} \cdot \varepsilon \quad (7)$$

$$ICA_h = \beta_0 Ht^{\beta_1} \cdot \exp^{(\beta_2 I + \beta_3 S + \beta_4 IC)} \cdot \varepsilon \quad (8)$$

em que

$dap$  = diâmetro com casca a 1,30 m de altura, em cm;

$Ht$  = altura total da árvore, em metros;

$I$  = idade, em meses;

$S$  = índice de local, em metros;

$IC$  = índice de competição;

$\beta_1 \dots \beta_4$  = parâmetros dos modelos;

exp = exponencial;

$\varepsilon$  = erro aleatório.

Foram avaliados os seguintes índices de competição, categorizados como índices independentes da distância (Tabela 1):

Tabela 1 - Índices de competição independentes da distância

<i>Nº</i>	<i>Autores</i>	<i>Fórmulas</i>
$IC_1$	GLOVER e HOOL (1979)	$IC_1 = \frac{h_i}{\bar{H}}$
$IC_2$	GLOVER e HOOL (1979)	$IC_2 = \frac{d_i^2 \cdot h_i}{\bar{D} \bar{H}}$
$IC_3$	STAGE (1973)	$BAI = \frac{AS_i}{AS_q} = \frac{d_i^2}{q^2}$
$IC_4$	WYKOFF et al. (1982)	$BAL = \sum_{i=1}^n AS_i$

em que  $d_i$  = diâmetro da árvore objeto à 1,30m (*dap*) (cm);  $\bar{D}$  = média aritmética dos *dap*'s das árvores da parcela (cm);  $h_i$  = altura total da árvore objeto (m);  $\bar{H}$  = altura total média das árvores da parcela (m);  $AS_i$  = área seccional da árvore objeto (m<sup>2</sup>);  $AS_q$  = área seccional definida pelo diâmetro quadrático;  $q$  = diâmetro quadrático (cm);  $BAL$  = somatório das áreas seccionais das árvores maiores que a árvore objeto.

O índice  $BAL$  indica a posição social ou de dominância relativa de uma árvore dentro do povoamento. Árvores com maiores diâmetros possuem um valor de  $BAL$  próximo ou igual à zero, enquanto árvores com menores dimensões de diâmetro possuem maiores valores.

Desse modo, para que as árvores maiores e com valores de  $BAL$  igual a zero fossem incorporadas na modelagem, os valores dessa variável em todas as árvores foram acrescidos de mais uma unidade ( $BAL + 1$ ), representando, desse modo, árvores de todas as dimensões e os diferentes níveis de competição.

Os ajustes dos modelos não lineares descritos anteriormente foram ajustados com o *software* Stata 12.0. A significância dos parâmetros dos modelos foi avaliada pelo teste de Wald, considerando um nível de significância de 5%, e o grau de associação entre os valores estimados pelas equações e os valores observados, pelo coeficiente de correlação linear. Gráficos da distribuição dos resíduos absolutos, bem como da frequência de casos por classe de erro também foram elaborados.



### **4.3. Ajuste de modelos autorregressivos**

Dados utilizados para modelagem do crescimento de árvores individuais possuem uma estrutura hierárquica estocástica. Este tipo de estrutura ocorre quando várias medidas são tomadas repetidamente em cada árvore, em unidades amostrais individuais, e as medições são combinados em todas as unidades de amostragem (WEST et al., 1984).

Os pressupostos acerca dos erros no método de mínimos quadrados ordinários (MQO) são: o erro é normalmente distribuído de forma independente das variáveis independentes com média zero e variância constante e os erros sucessivos são distribuídos independentemente uns dos outros (GUJARATI, 2006).

Sendo assim, o ajuste de modelos de crescimento pelo MQO pode violar os pressupostos de regressão, uma vez que os dados de cada árvore dentro das parcelas estão correlacionados e, portanto, não são independentes, resultando em estimativas tendenciosas dos erros padrão dos parâmetros estimados (FOX et al., 2007). A correlação espacial não foi considerada nesse estudo, uma vez que os índices de competição utilizados são independentes da distância.

Para contornar este problema de autocorrelação dos resíduos na análise clássica de regressão, foi necessário utilizar uma estrutura de covariância no modelo, considerando a correlação temporal das variáveis medidas nas mesmas árvores anualmente, em um período de tempo total de cinco anos.

Como mencionado, pode-se estimar o incremento das dimensões das árvores ao longo do tempo (ZEIDE, 1993) ou projetar as dimensões futura das árvores, em função de dimensões atuais e de características do povoamento onde as árvores estão crescendo (MARTINS, 2011).

Considerando a projeção futura das dimensões das árvores e, também, apenas um dos modelos apresentados por ZEIDE (1993) para o crescimento, realizou-se modificações em sua estrutura, definindo o seguinte modelo autorregressivo de primeira ordem (AR(1)), o qual foi avaliado nesse estudo:

$$\text{Ln}(y_t) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(y_{t-1}) + \beta_2 I_t + \beta_3 S_{t-1} + \beta_4 C_{t-1} + \varepsilon_{t-1} \quad (9)$$

em que

$y_t$  = diâmetro, em cm; ou altura da árvore, em metros, ao final de um ano de crescimento;

$y_{t-1}$  = diâmetro, em cm; ou altura da árvore, em metros, no início do período de crescimento;

$I$  = Idade em meses;

$S$  = Índice de local, em metros;

$IC$  = Índice de competição.

Este modelo, ao invés de estimar o crescimento das dimensões das árvores permite estimar as dimensões futuras das árvores ( $y_t$ ) em função da dimensão atual ( $y_{t-1}$ ) e das variáveis explicativas ( $I$ ,  $S$  e  $IC$ ), na idade atual (tempo  $t-1$ ).

De um modo geral, o termo de erro ( $\varepsilon_t$ ) na equação acima é assumido como sendo independente e normalmente distribuído. No entanto, em dados de séries temporais, esta hipótese não é sustentada, sendo que os erros de medições anteriores e posteriores possuem fortes correlações (GUJARATI, 2006). A fim de reduzir tais correlações e assegurar modelos com parâmetros não viesados, aplicou-se uma abordagem autorregressiva na estrutura de erros da modelagem, na qual o termo de erro é definido como (GYAWALI, 2015):

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (10)$$

em que  $\rho$  representa a autocorrelação entre o erro atual e o erro anterior, e  $e_t$  é o termo de erro sob a condição de independência e normalidade.

A transformação logarítmica foi realizada porque a variância da taxa de crescimento em diâmetro e em altura tende a aumentar quando suas médias aumentam. Sendo assim, a transformação logarítmica resulta, em muitos casos, em uma variância estabilizada e uniforme (STAGE, 1975).

Os modelos foram ajustados utilizando o *software* Stata 12.0, pelo método dos mínimos quadrados generalizados, considerando a estrutura dos dados em painel, com cada unidade de árvore medida repetidamente ao longo do tempo, considerando a estrutura AR(1) de autocorrelação no termo de erro, a correlação transversal entre cada árvore e a presença de heterocedasticidade.

A significância das estimativas dos parâmetros do modelo foi avaliada pelo teste de WALD (1945). Foram observados os sinais das estimativas de cada parâmetro e o coeficiente de correlação entre os valores observados e estimados. Além disso, variáveis independentes que apresentaram FIV (Fator de Inflação da Variância) maior que 10 foram retiradas do ajuste para evitar problemas de multicolinearidade.

Para analisar a existência de autocorrelação de primeira ordem entre os resíduos foi calculada a estatística de DURBIN-WATSON (1950):

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} \quad (11)$$

em que DW é a estatística de DURBIN-WATSON; n é o número de observações;  $\varepsilon_t$  representa o termo de erro atual e  $\varepsilon_{t-1}$  o termo de erro anterior.

#### **4.4. Avaliação e validação das equações selecionadas**

A seleção e a precisão das equações selecionadas na primeira abordagem da modelagem (projeção do crescimento em diâmetro e em altura) e das equações ajustadas na segunda abordagem (modelo autorregressivo) foram verificadas por meio dos critérios estatísticos: erro-padrão da estimativa ( $S_{y.x}$ ) e em porcentagem ( $S_{y.x\%}$ ), raiz quadrada do erro quadrático médio absoluto (RQEQM) e percentual RQEQM(%), coeficiente de correlação entre valores observados e estimados ( $r$ ), média absoluta dos erros (MAE), viés absoluto (*bias*) e relativo (*bias%*), e critério de informação

de Akaike (AIC), com as variáveis em suas unidades originais. A validação das equações procedeu-se utilizando dados independentes.

$$\text{Resíduos} = \hat{y}_i - y_i \quad (12)$$

$$\text{Resíduos\%} = \left( \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right) \times 100 \quad (13)$$

$$S_{y..x} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n - p - 1}} \quad (14)$$

$$S_{y..x\%} = \frac{100}{\bar{y}_i} \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n - p - 1}} \quad (15)$$

$$r_{\hat{y}y} = \frac{\sum \hat{y}_i y_i - \frac{(\sum \hat{y}_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}} \sqrt{\sum \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum \hat{y}_i)^2}{n}}} \quad (16)$$

$$AIC = n \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n} + 2k \right) \quad (17)$$

$$RQEQM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (18)$$

$$RQEQM(\%) = \frac{100}{\bar{y}_i} \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (19)$$

$$bias = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)}{n} \quad (20)$$

$$bias(\%) = \frac{100}{\bar{y}} \times \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)}{n} \quad (21)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |\hat{y}_i - y_i|}{n} \quad (22)$$

em que

$y_i$  e  $\hat{y}_i$  são os valores mensurados e estimados da variável dependente, respectivamente;

$\bar{y}_i$  = média dos valores mensurados para a variável dependente;

$n$  é o número total de observações;

$p$  é o número de coeficientes da equação;

$k = p + 1$ ;

$\ln$  = logaritmo natural.

## 5. RESULTADOS

### 5.1. Análises descritivas dos dados

Para os ajustes das equações nas duas abordagens (modelos não lineares e autorregressivos) foram utilizados dados de 30 parcelas permanentes que totalizaram 5596 observações.

Considerando que a medição anual das árvores foi feita num período total de cinco anos (24 a 72 meses), o incremento periódico em diâmetro ( $ICA_d$ ) e em altura ( $ICA_h$ ) apresentaram médias e desvios padrões iguais a  $0,98 \pm 0,73$  cm (média  $\pm$  desvio padrão) e de  $2,18 \pm 1,05$  m, respectivamente (Tabela 2).

Tabela 2 – Resumo das estatísticas dos dados utilizados no ajuste dos modelos

Variáveis	Nº de observações	Mínimo	Máximo	Média	Desvio padrão
$ICA_d$ (cm)	5596	0,01	5,22	0,98	$\pm 0,73$
$ICA_h$ (m)	5596	0,27	7,13	2,18	$\pm 1,05$
dap (cm)	5596	4,04	27,12	12,66	$\pm 3,90$
Ht (m)	5596	8,49	32,68	18,48	$\pm 4,84$
Idade (meses)	5596	24,00	72,00	48,00	$\pm 18,97$
Site (m)	5596	19,52	33,52	26,42	$\pm 4,66$
$IC_1$	5596	0,48	1,54	1,02	$\pm 0,16$
$IC_2$	5596	0,05	5,61	1,20	$\pm 0,71$
BAI	5596	0,01	10,97	1,30	$\pm 1,13$
BAL	5596	0,00	1,14	0,40	$\pm 0,25$

O crescimento anual, tanto em diâmetro quanto em altura, em algumas árvores do povoamento, foi quase nulo. O incremento anual em diâmetro variou de  $0,01 \text{ cm.ano}^{-1}$  a um valor máximo de  $5,22 \text{ cm.ano}^{-1}$ . O crescimento em diâmetro é quase linear ao longo do tempo para a maioria das espécies em locais de clima temperado, mas varia com as mudanças de estações (MABIVURIRA e MIINA, 2002) e isso pode levar a problemas de estimação do crescimento em povoamentos que crescem rápido, como é o caso do híbrido de *E. urophylla* x *E. grandis*. Já o intervalo do incremento em altura variou entre  $0,27 \text{ m.ano}^{-1}$  e o valor máximo de  $7,13 \text{ m.ano}^{-1}$ .

O processo de seleção de variáveis no processo de modelagem envolveu um conjunto de etapas, começando com uma análise de consistência dos dados disponíveis para o ajuste das equações, análise da correlação entre as variáveis e análise gráfica para verificar o comportamento ou tendências na relação entre variáveis explanatórias.

Por meio da análise de correlação (Tabela 3) foi possível observar que tanto o incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ ) quanto o incremento anual em altura ( $ICA_h$ ) possuem correlação negativa com a variável idade (-0,34 e -0,61), respectivamente, indicando que os coeficientes das equações ajustadas devem ter sinais negativos.

Tabela 3 - Matriz de correlação simples entre as variáveis envolvidas no processo de modelagem

Correlação	$ICA_d$	$ICA_h$	$dap$	$Ht$	$I$	$S$	$BAI$	$IC_1$	$IC_2$	$BAL$
$ICA_d$	1,00									
$ICA_h$	0,89	1,00								
$dap$	0,56	0,41	1,00							
$Ht$	0,40	0,24	0,97	1,00						
$I$	-0,34	-0,61	0,22	0,42	1,00					
$S$	0,17	0,26	0,50	0,56	0,00	1,00				
$BAI$	0,56	0,40	0,74	0,61	0,01	0,00	1,00			
$IC_1$	0,57	0,48	0,81	0,69	-0,03	0,03	0,89	1,00		
$IC_2$	0,57	0,44	0,80	0,66	0,00	0,02	0,98	0,95	1,00	
$BAL$	-0,53	-0,43	-0,34	-0,14	0,32	0,44	-0,69	-0,72	-0,72	1,00

$ICA_d$  = Incremento corrente anual em diâmetro;  $ICA_h$  = Incremento corrente em altura;  $dap$  = diâmetro à 1,30 m (cm);  $Ht$  = altura total (m);  $I$  = Idade (meses);  $S$  = Índice de Local (m);  $IC_1$ ,  $IC_2$ ,  $BAI$  e  $BAL$  = índices de competição independentes da distância.

Os índices de competição ( $IC_1$ ,  $IC_2$ ,  $BAI$  e  $BAL$ ) apresentaram correlações maiores que 40% com o incremento corrente anual em diâmetro e em altura. Este resultado mostra que a competição é um dos fatores biológicos importantes no manejo florestal (SCHNEIDER, 2008) e, que, segundo TOMÉ e BUKHART (1989), são variáveis preditoras de grande importância para o crescimento em diâmetro em povoamentos florestais.

A correlação positiva entre os índices de competição  $IC_1$ ,  $IC_2$  e  $BAI$  com os incrementos correntes anuais ( $ICA_d$  e  $ICA_h$ ) mostram que quanto maiores os valores dessas variáveis, mais livre de competição se encontra uma árvore dentro de uma determinada parcela e, com isso, maior tende a ser o incremento em diâmetro ou em altura.

De acordo com DAVIS e JOHNSON (1987), árvores que apresentam pequeno porte em relação às árvores vizinhas, sejam em diâmetro ou em altura apresentam um baixo vigor competitivo. A correlação positiva do incremento em diâmetro ( $ICA_d$ ) e em altura ( $ICA_h$ ) com as variáveis de diâmetro ( $dap$ ) e altura ( $Ht$ ), respectivamente, apontam que árvores com essas dimensões maiores possuem maior vigor e, conseqüentemente, melhor estado competitivo em relação às árvores vizinhas, apresentando maiores taxas de incremento anuais (MARTINS, 2011).

O índice de competição *BAL* apresentou correlação negativa com o incremento corrente anual em diâmetro e em altura. Além disso, o índice *BAL* também apresentou relação negativa com o  $dap$ , uma vez que quanto menor for o valor do *BAL* maior é a dimensão da árvore e, portanto, menor competição de outras árvores.

MONSERUD e STERBA (1996) e MARTINS (2011) também encontraram correlação negativa do índice *BAL* com crescimento em diâmetro. Nesse estudo, o índice de competição *BAL* apresentou valores de correlação com o incremento em diâmetro e altura iguais a -0,53 e -0,43, respectivamente. Em povoamento de coníferas, MALEKI (2015) obteve correlação um pouco maior (-0,59) entre a variável *BAL* e o incremento em diâmetro. SILVEIRA et al. (2014) modelando incremento em diâmetro para a espécie *Trichilia clausenii* no Sul do Brasil também encontrou correlação negativa e significativa de valor igual -0,35 com o índice competição *BAL*.

Foi observada correlação positiva entre o índice de local (*S*) e os incrementos em altura em diâmetro, também sinalizando que o sinal associado a essa variável nos modelos deve ser positivo.

## **5.2. Ajustes e seleção das equações de incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ )**

Os índices de competição  $IC_1$  e  $IC_2$  apresentaram as maiores correlações com as variáveis independentes  $dap$  e  $Ht$  (Tabela 3) e, conseqüentemente, foram excluídos dos ajustes das equações por introduzir problemas decorrentes de multicolinearidade. Desta forma, foram ajustadas



equações considerando apenas os índices de competição *BAI* e *BAL+1*, os quais são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Estimativas dos parâmetros, erros padrão, estatística do teste de Wald e p-valores associados aos dois modelos não lineares para estimar o incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ ) de árvores de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em Monte Dourado – PA

Modelos	Variável Dependente	Variáveis Independentes	Parâmetros	Estimativas	Erro Padrão	Teste de Wald	p-valor
I	$ICA_d$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	6,478162	1,833748	3,53	<0,01
		<i>dap</i>	$\beta_1$	1,028948	0,0645129	15,95	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-1,218322	0,0453696	-26,85	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,2109172	0,0846021	2,49	<0,01
		<i>BAL+1</i>	$\beta_4$	-1,430977	0,0829474	-17,25	<0,01
I	$ICA_d$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	5,031831	1,963051	2,56	<0,01
		<i>dap</i>	$\beta_1$	0,0256855	0,1759239	0,15	0,884
		<i>I</i>	$\beta_2$	-1,02363	0,0777391	-13,17	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,6900997	0,1518833	4,54	<0,01
		<i>BAI</i>	$\beta_4$	0,5320273	0,0437004	12,17	<0,01
II	$ICA_d$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	1,085518	0,1428954	7,6	<0,01
		<i>dap</i>	$\beta_1$	0,944232	0,0629271	15,01	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-0,0227799	0,0009369	-24,31	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,0112484	0,0032411	3,47	<0,01
		<i>BAL+1</i>	$\beta_4$	-1,192488	0,0607188	-19,64	<0,01
II	$ICA_d$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	0,1590558	0,015217	10,45	<0,01
		<i>dap</i>	$\beta_1$	1,670022	0,0705007	23,69	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-0,0343303	0,0008109	-42,34	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	-0,0270406	0,002836	-9,53	<0,01
		<i>BAI</i>	$\beta_4$	0,0539647	0,0108778	4,96	<0,01

Modelo I:  $ICA_d = \beta_0 dap^{\beta_1} I^{\beta_2} S^{\beta_3} IC^{\beta_4} \cdot \varepsilon$ ; Modelo II:  $ICA_d = \beta_0 dap^{\beta_1} \exp^{(\beta_2 I + \beta_3 S + \beta_4 IC)} \cdot \varepsilon$

As equações referentes ao modelo não linear (I), considerando a variável *BAL+1*, resultou em significância para todos os seus coeficientes ( $p < 0,01$ ). Quando se utilizou o índice de competição *BAI* nesse modelo, a variável referente ao tamanho da árvore (*dap*) foi estatisticamente não significativa pelo teste de Wald ( $p$ -valor = 0,884).

As equações referentes ao modelo não linear (II) também foram ajustadas considerando os índices de competição *BAL+1* e *BAI* e tiveram todos os coeficientes estatisticamente significativos ( $p$ -valor < 0,01).

Os resíduos distribuídos em classe de porcentagem das equações referentes aos modelos (I) e (II), apresentaram tendência à distribuição normal pela análise do histograma e, em geral, os resíduos absolutos demonstraram uma tendência de distribuição uniforme em torno de zero quando plotados em relação a variável dependente estimada (Figura 1):

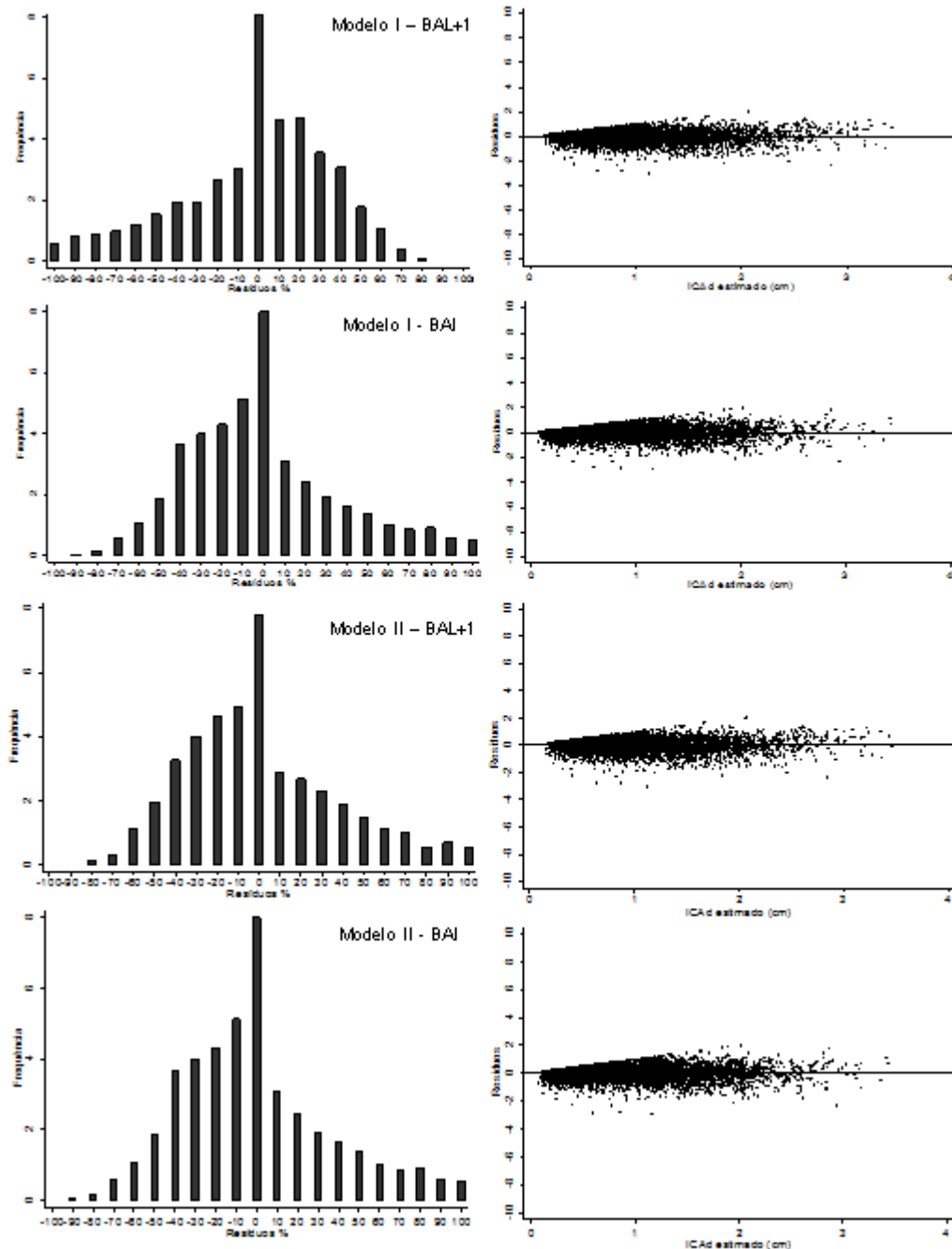


Figura 1 – Histograma da frequência dos erros percentuais e distribuição dos resíduos absolutos em função dos incrementos em diâmetro estimados referentes aos modelos I e II, ajustados com os índices de competição BAL+1 e BAI, respectivamente.

Os sinais que acompanham os parâmetros dos modelos indicam o sentido da relação entre as variáveis dependentes e independentes de um modelo, a magnitude dos parâmetros estimados indica o grau de influência e a significância indica se a influência é ao acaso ou não. Isso confere realismo biológico ao modelo ajustado (HASENAUER, 1996).

Assim, os coeficientes associados às variáveis *BAL+1* e *Idade* nas equações associadas aos modelos I e II apresentaram sinais negativos. Isso confere aos modelos realismo biológico, uma vez que, à medida que a idade do povoamento aumenta as taxas de incremento de cada árvore tendem a diminuir, especialmente em povoamentos que não sofrem desbastes.

O incremento atingido por uma árvore individual é dependente do seu estado competitivo em relação às árvores vizinhas. Consequentemente, o sinal do parâmetro da variável *BAL+1* é negativo, indicando um modificador de competição que reduz as taxas de crescimento (OLIVER, 2006). Árvores com maiores diâmetros apresentam valores de *BAL* próximos a zero e maior capacidade de competir e crescer do que as árvores menores mantidas no povoamento. Por sua vez, árvores menores sofrem maior efeito da competição e possuem índice *BAL* próximo ao valor da área basal da parcela.

As variáveis relacionadas ao tamanho (*dap*) e capacidade produtiva (*S*) apresentaram sinais positivos nas equações referentes aos modelos I e II, cujo índice de competição é o *BAL+1*. Maior o tamanho da árvore, maior é seu vigor e estado competitivo, maior é a capacidade de crescer. Locais com maiores capacidades produtivas contribuem positivamente no crescimento em diâmetro (VANCLAY, 1994; ADAME et al., 2008).

A magnitude da variável *S* nos modelos demonstrou ter menor peso dessa variável na contribuição para o crescimento em diâmetro comparado à magnitude da variável tamanho da árvore (*dap*), que está relacionada com o vigor. Já o índice de competição *BAL+1* demonstrou ter grande peso como agente modificador e redutor do crescimento potencial de cada árvore.

As equações referentes aos modelos I e II, cujo índice de competição considerado foi o índice *BAI*, apresentaram estimativas dos parâmetros para essa variável com sinais positivos, em conformidade com a correlação entre o incremento em diâmetro, apresentado na Tabela 1. A variável índice de

local (S) apresentou sinal positivo no modelo I, demonstrando realismo biológico enquanto que para o modelo II, o sinal para esta variável foi negativo, em contradição ao esperado.

Segundo VANCLAY (1994) qualquer relação que viola princípios biológicos, mesmo que resultem em previsões eficientes para um conjunto de dados, deve ser rejeitada. De acordo com o autor, um coeficiente negativo para o índice de local pode sugerir que há menos crescimento em locais melhores e que isso não é sustentável com o conceito do índice de local.

Com base nas estatísticas apresentadas na Tabela 5 e no realismo biológico do modelo associado a cada variável explicativa, o modelo não linear I, considerando o índice de competição *BAL+1*, ajustou-se melhor aos dados observados de incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ ).

Tabela 5 – Medidas de precisão das equações ajustadas para estimar o incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ )

<i>Estatísticas</i>	<i>BAL+1</i>		<i>BAI</i>	
	<i>Modelo I</i>	<i>Modelo II</i>	<i>Modelo I</i>	<i>Modelo II</i>
$r_{\hat{y}y}$	0,76	0,75	0,75	0,73
$S_{y.x}$	$\pm 0,4859$	$\pm 0,4910$	$\pm 0,4913$	$\pm 0,5091$
$S_{y.x}(\%)$	48,5935	49,0986	49,1297	50,9057
<i>RQEQM</i>	0,4783	0,4833	0,4836	0,5011
<i>RQEQM</i> (%)	48,5718	49,0767	49,1077	50,8828
<i>bias</i>	0,0023	0,0002	-0,0064	-0,0029
<i>bias</i> (%)	0,2373	0,0247	-0,6515	-0,2993
<i>MAE</i>	0,3666	0,3705	0,3695	0,3844
<i>AIC</i>	7637,23	7752,96	7760,00	8157,46

### 5.3. Ajustes e seleção das equações de incremento corrente anual em altura ( $ICA_h$ )

Na Tabela 6 são apresentados os ajustes das equações para estimar o incremento corrente anual em altura.

Tabela 6 - Estimativas dos parâmetros, erros padrão, estatística de Wald e p-valores associados aos dois modelos não lineares para estimar o incremento corrente anual em altura ( $ICA_h$ ) de árvores de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em Monte Dourado – PA

Modelos	Variável Dependente	Variáveis Independentes	Parâmetros	Estimativas	Erro Padrão	Wald	p-valor
III	$ICA_h$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	70,66432	11,99211	5,89	<0,01
		<i>Ht</i>	$\beta_1$	1,040921	0,0422289	24,65	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-1,712624	0,0351725	-48,7	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,1127636	0,0491359	2,29	0,022
		<i>BAL+1</i>	$\beta_4$	-0,4906134	0,0398731	-12,3	<0,01
III	$ICA_h$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	8,750046	1,838782	4,76	<0,01
		<i>Ht</i>	$\beta_1$	-0,3824557	0,0888007	-4,31	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-0,8804531	0,0582707	-15,1	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,9678053	0,0687989	14,07	<0,01
		<i>BAI</i>	$\beta_4$	0,3253078	0,0151049	21,54	<0,01
IV	$ICA_h$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	1,09294	0,0774847	14,11	<0,01
		<i>Ht</i>	$\beta_1$	0,9775294	0,0376685	25,95	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-0,0336064	0,0006514	-51,6	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	0,0058749	0,0016986	3,46	<0,01
		<i>BAL+1</i>	$\beta_4$	-0,4006765	0,0244387	-16,4	<0,01
IV	$ICA_h$	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	0,6429746	0,0393098	16,36	<0,01
		<i>Ht</i>	$\beta_1$	1,123281	0,0411648	27,29	<0,01
		<i>I</i>	$\beta_2$	-0,0377643	0,0005495	-68,7	<0,01
		<i>S</i>	$\beta_3$	-0,0049298	0,0014815	-3,33	<0,01
		<i>BAI</i>	$\beta_4$	0,0447396	0,0054201	8,25	<0,01

Modelo III:  $ICA_h = \beta_0 Ht^{\beta_1} I^{\beta_2} S^{\beta_3} IC^{\beta_4} .\mathcal{E}$  Modelo IV:  $ICA_h = \beta_0 Ht^{\beta_1} \exp^{(\beta_2 I + \beta_3 S + \beta_4 IC)} .\mathcal{E}$

Dois modelos de incremento em altura ( $ICA_h$ ) também foram avaliados, modelos (III) e (IV), considerando os índices de competição *BAL+1* e *BAI* como umas das variáveis explanatórias nesses modelos.

As equações ajustadas referentes aos modelos de incremento corrente anual em altura ( $ICA_h$ ) tiveram todos os coeficientes estatisticamente significativos ( $p < 0,01$ ) (Tabela 6).

Os resíduos distribuídos por classes de porcentagem referentes às equações ajustadas de incremento em altura ( $ICA_h$ ) apresentaram tendência a uma distribuição normal pela análise do histograma e, em geral, os resíduos absolutos apresentaram uma tendência de distribuição uniforme em

torno de zero quando plotados em relação a variável dependente estimada (Figura 2):

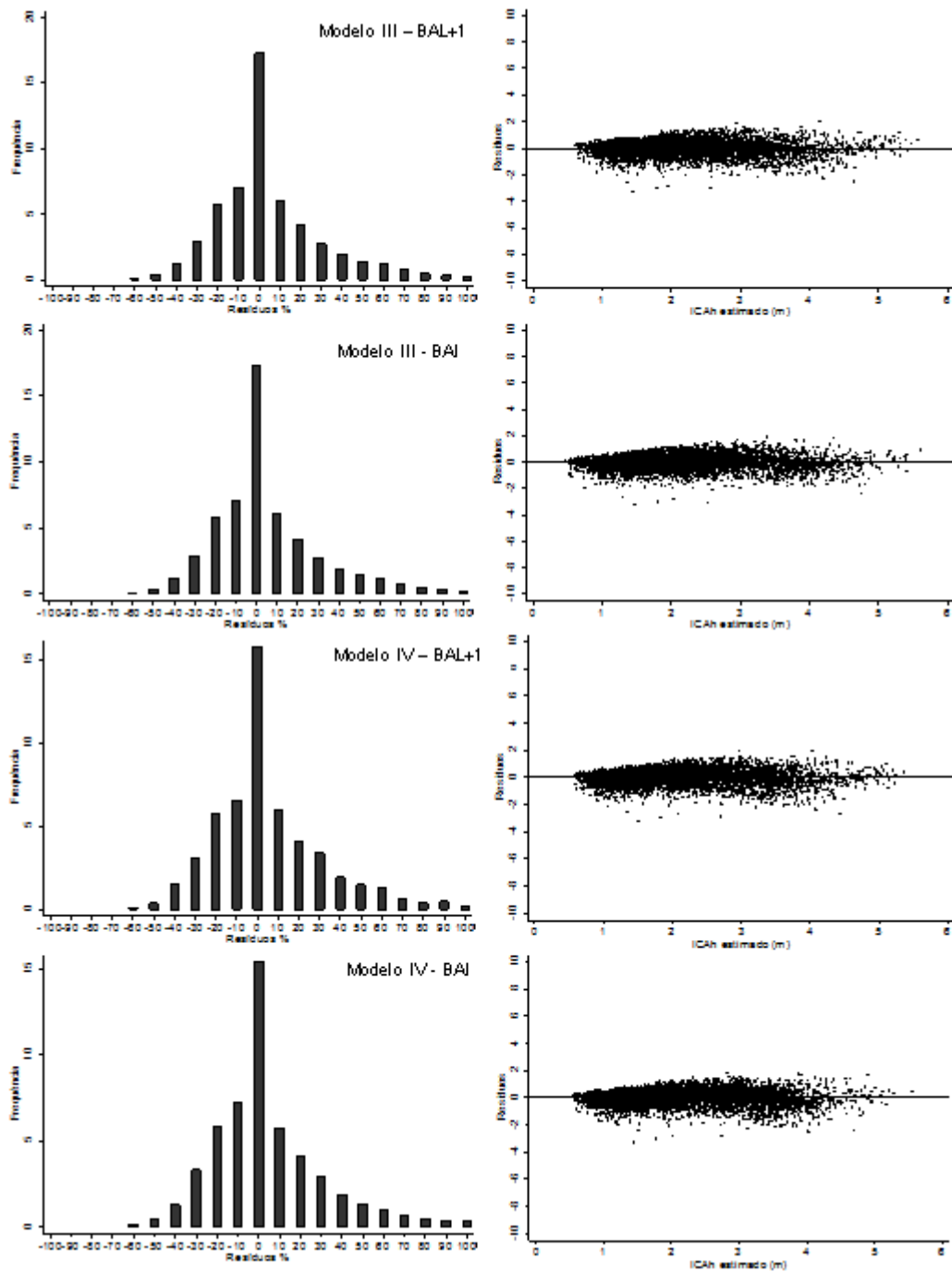


Figura 2 – Histograma de frequência dos erros percentuais e distribuição dos resíduos absolutos em função dos incrementos em altura estimados referentes aos modelos III e IV ajustados com os índices de competição BAL+1 e BAI.

Na equação referente ao modelo (III) o sinal que acompanha a variável competição *BAL+1* foi negativo, assim como o sinal do coeficiente associados à variável idade. Os coeficientes associados às variáveis *Ht* e *Site* (*S*) apresentaram sinais positivos. Assim, todos os sinais foram coerentes com as correlações entre as variáveis (Tabela 3).

Desse modo, este modelo (modelo III) apresentou realismo biológico, onde a competição e a idade comportam-se como variáveis que modificam o incremento em altura e o tamanho da árvore e a capacidade produtiva do local como variáveis que favorecem o crescimento potencial de cada árvore dentro do povoamento.

Na equação referente ao modelo (III), cuja variável de competição utilizada foi o índice *BAI*, o sinal do coeficiente que acompanha essa variável foi positivo, assim como o sinal da variável índice de local (*S*). Árvores com maiores valores de *BAI* apresentam melhores estados competitivos e crescem mais. A capacidade produtiva do local apresentou ter maior magnitude sobre o crescimento em altura nesse modelo. A idade apresentou uma contribuição negativa para o crescimento em altura e o sinal negativo da variável tamanho da árvore (*altura*) não conferiu um realismo biológico ao modelo, uma vez que árvores maiores dentro de um povoamento são dominantes e possuem maior capacidade de obtenção de recursos ambientais disponíveis para o crescimento.

As equações referentes ao modelo (IV), variando apenas os índices de competição *BAL+1* e *BAI* apresentaram todos os coeficientes estatisticamente significativos ( $p < 0,01$ ) (Tabela 6).

O sinal do coeficiente que acompanha a variável de competição *BAL+1* no modelo IV foi negativo, assim como a variável idade do povoamento. Já as variáveis associadas ao tamanho da árvore (*Ht*) e capacidade produtiva (*S*) foram positivos. Como descrito anteriormente, a correlação entre incremento em altura é negativa em relação aos fatores competição e idade e positiva com o vigor da árvore e locais de melhor capacidade produtiva.

A equação referente ao modelo (IV), ajustada com a variável de competição *BAI*, apresentou o sinal que acompanha o coeficiente dessa variável positivo, assim como foi positivo o sinal que acompanha o coeficiente da variável tamanho da árvore (*Ht*), apresentando, assim,

realismo biológico na relação entre as variáveis. O sinal que acompanha o coeficiente associado à variável índice de local (S) foi negativo. Isso contradiz o realismo biológico, uma vez que a capacidade produtiva possui uma influência positiva no crescimento em altura de cada árvore. De acordo com HUANG (1999) locais com maiores capacidades produtivas suportam árvores com maiores incrementos em altura, refletindo em sinais positivos associados aos coeficientes que acompanham a variável índice de local.

Quando comparados os ajustes das equações referentes aos modelos (III) e (IV), considerando as medidas de precisão (Tabela 7), observou-se que a equação que estima o incremento corrente anual em altura com o índice BAI (modelo III) foi a mais precisa, no entanto, em virtude do sinal negativo associado à variável  $Ht$ , ela não foi selecionada como a melhor equação. Neste caso, a equação referente ao modelo III, considerando o índice de competição  $BAL+1$  foi selecionado como a melhor equação, baseando-se em suas medidas de precisão e coerência de sinais associados às suas variáveis independentes.

Tabela 7 – Medidas de precisão das equações ajustadas para estimar o incremento corrente anual em altura ( $ICA_h$ )

<i>Estatísticas</i>	<i>BAL+1</i>		<i>BAI</i>	
	<i>Modelo III</i>	<i>Modelo IV</i>	<i>Modelo III</i>	<i>Modelo IV</i>
$r_{\hat{y}y}$	0,84	0,84	0,86	0,84
$S_{y.x}$	$\pm 0,2576$	$\pm 0,2605$	$\pm 0,2482$	$\pm 0,2639$
$S_{y.x}(\%)$	25,7640	26,0523	24,8216	26,3868
<i>RQEQM</i>	0,5611	0,5674	0,5406	0,5747
<i>RQEQM(\%)</i>	25,7525	26,0406	24,8105	26,3750
<i>bias</i>	0,0054	0,0091	0,0054	0,0095
<i>bias (\%)</i>	0,2466	0,4168	0,3540	0,4374
<i>MAE</i>	0,4290	0,4371	0,4162	0,4435
<i>AIC</i>	9423,152	9547,660	9006,085	9690,472

#### 5.4. Ajustes dos modelos autorregressivos

As equações que projetam os diâmetros e alturas futuros que não apresentaram problemas de multicolinearidade entre as variáveis



independentes e tiveram melhores performances nos ajustes foram aquelas que consideram o índice de competição BAL+1 (Tabela 8).

Tabela 8 - Estimativa dos parâmetros, erros padrão, estatística do teste de Wald, p-valores, FIV, teste de Durbin-Watson (DW) e AIC associados às melhores equações para estimar o diâmetro e altura futuros de árvores de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em Monte Dourado – PA

Variável Dependente	Variáveis independentes	Parâmetros	Estimativas	Erro Padrão	Wald	p-valor	FIV	DW	AIC
Ln(DAP <sub>t</sub> )	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	0,1697222	0,025765	6,59	<0,01	-	1,62	3222,17
	<i>Ln(dap<sub>t-1</sub>)</i>	$\beta_1$	0,9680322	0,0043616	221,94	<0,01	4,43		
	<i>Ln(I)</i>	$\beta_2$	-0,0595552	0,0035598	-16,73	<0,01	2,37		
	<i>Ln(S)</i>	$\beta_3$	0,0816184	0,0077235	10,57	<0,01	4,31		
	<i>Ln(BAL+1)</i>	$\beta_4$	-0,1449721	0,0075325	-19,25	<0,01	4,04		
Ln(HT <sub>t</sub> )	<i>Intercepto</i>	$\beta_0$	0,5725698	0,0224671	25,48	<0,01	-	1,52	3221,88
	<i>Ln(HT<sub>t-1</sub>)</i>	$\beta_1$	0,9629295	0,0050616	190,24	<0,01	6,82		
	<i>Ln(I)</i>	$\beta_2$	-0,1430754	0,0043014	-33,26	<0,01	5,02		
	<i>Ln(S)</i>	$\beta_3$	0,0757351	0,0065991	11,48	<0,01	5,32		
	<i>Ln(BAL+1)</i>	$\beta_4$	-0,0925954	0,0057048	-16,23	<0,01	3,85		

A equação referente à projeção dos diâmetros futuros apresentou ajuste com todos os coeficientes estatisticamente significativos pelo teste de Wald ( $p < 0,01$ ). A equação ajustou-se bem aos dados observados ( $r_{\hat{y}y} = 0,993$ ;  $S_{y,x} = \pm 0,0367$ ;  $S_{y,x}(\%) = 3,6721$ ;  $RQEQM = 0,5009$ ;  $RQEQM(\%) = 3,6705$ ;  $bias = -0,0075$ ;  $bias(\%) = -0,0550$ ;  $MAE = 0,3823$ ;  $AIC = 3222,17$ ), com alto valor de correlação entre os valores observados e estimados, estatísticas de precisão do erro próximas a zero, correlação temporal ( $\rho$ ) igual a 0,2149 e estatística de Durbin-Watson igual a 1,62. Todas as variáveis apresentaram FIV menores que 10. A equação apresentou uma pequena tendência em subestimar os valores futuros em diâmetro, de acordo com o valor positivo de *bias*.

Em relação a equação para a projeção das alturas futuras, esta apresentou também ajuste em que todos os coeficientes foram estatisticamente significativos pelo teste de Wald ( $p < 0,01$ ), bem como também ajustou-se bem aos dados ( $r_{\hat{y}y} = 0,992$ ;  $S_{y,x} = \pm 0,0298$ ;  $S_{y,x}(\%) = 2,9883$ ;  $RQEQM = 0,6172$ ;  $RQEQM(\%) = 2,7891$ ;  $bias = 0,0088$ ;  $bias(\%) = 0,0424$ ;  $MAE = 0,4798$ ;  $AIC = 3221,87$ ), com correlação entre os valores observados e estimados acima de 99%, estatísticas de precisão do erro

próximas a zero, correlação temporal igual a 0,2658 e estatística de Durbin-Watson igual a 1,52, demonstrando baixa correlação temporal. Todas as variáveis também apresentaram FIV menores que 10. De acordo com o valor negativo de *bias*, o modelo em altura apresentou, em geral, uma tendência a superestimar os valores futuros das alturas.

As duas equações apresentaram altos coeficientes de correlação (valores acima de 0,99). No entanto, de acordo com HUANG e TITUS (1999) os valores elevados de coeficiente de correlação nesses tipos de modelos se devem à alta correlação entre a variável dependente na idade futura e na idade atual, uma vez que essas variáveis são obtidas de medidas repetidas na mesma árvore e em um curto espaço de tempo.

Em ambas equações, os sinais que acompanham os coeficientes das variáveis *Idade* e *BAL+1* foram negativos. Em povoamentos não desbastados a competição aumenta entre as árvores e, com o tempo, tornam-se um dos fatores limitantes para o aumento de suas dimensões. A magnitude do parâmetro da variável competição, em módulo, foi maior no modelo de projeção dos diâmetros, sendo que o aumento em diâmetro em povoamentos equiâneos é mais sensível aos fatores de competição do que em altura.

Os sinais que acompanham os coeficientes das variáveis tamanho (*dap*, *Ht*) foram positivos nos dois modelos. Tais variáveis estão relacionadas ao vigor e refletem o estado competitivo de cada árvore dentro da parcela e, portanto, quanto maior o valor dessas variáveis, maior será a capacidade de competirem e de crescerem em dimensões.

Em povoamento equiâneo, geralmente as árvores menores têm menor crescimento em diâmetro do que as árvores maiores, e as árvores em povoamentos com menor área basal apresentam menor crescimento em relação a povoamentos com maior área basal. O coeficiente associado à variável que representa o diâmetro na idade presente apresentou maior magnitude, sendo esta a variável preditiva mais importante do atual crescimento de uma árvore, que é um reflexo de suas interações competitivas passadas (BEVILACQUA, 2010).

A variável índice de local (*S*) também apresentou estimativa com sinal positivo nas duas equações e confere realismo biológico aos modelos, uma

vez que em locais com maior capacidade produtiva, com maior disponibilidade de recursos há maior tendência em crescimento das árvores.

De acordo com a análise gráfica do histograma de resíduos por classe de porcentagem, a distribuição dos erros seguiu uma tendência à normalidade, tanto no modelo de projeção dos diâmetros das árvores quanto no modelo de projeção das alturas (Figura 3a e 3b). A distribuição dos resíduos do modelo de projeção dos diâmetros apresentou leve tendência de superestimação dos maiores diâmetros, sem nenhum padrão no comportamento da variância. O modelo de projeção das alturas também apresentou uma tendência em superestimar as altura de árvores maiores. Além disso, devido a forma de distribuição dos resíduos absolutos, parece haver algum problema referente à especificação do modelo, pela ausência de um termo quadrático (GUJARATI, 2006), principalmente no modelo de projeção das alturas (Figura 3b).

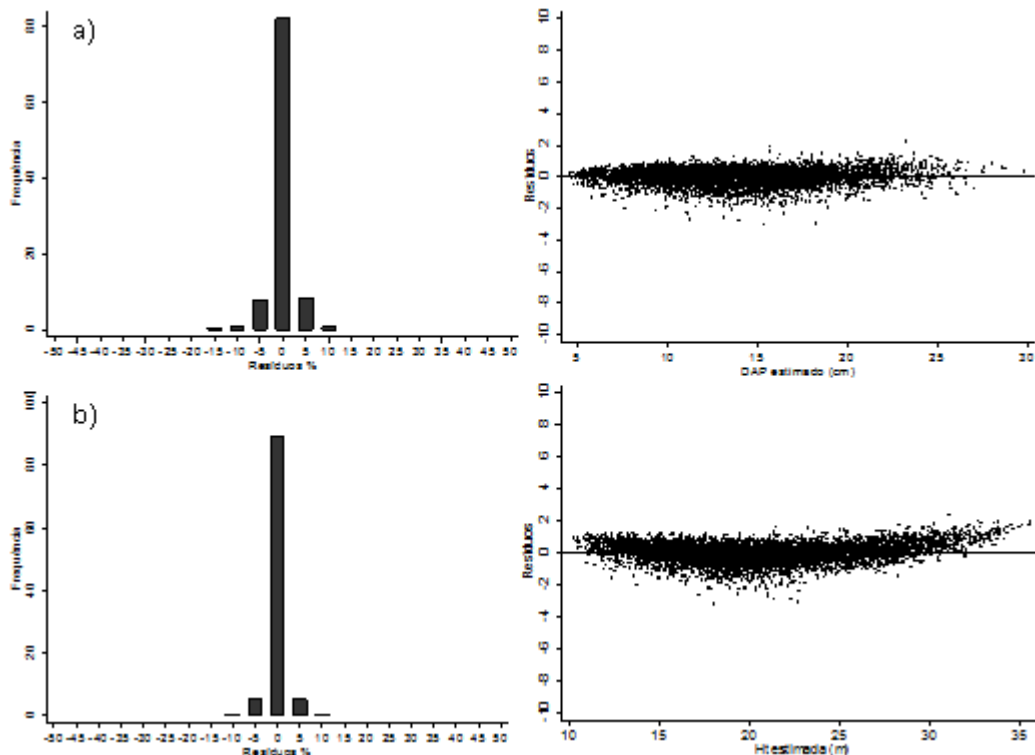


Figura 3 – Histograma da frequência dos erros percentuais e distribuição dos resíduos absolutos em função dos diâmetros (a) e alturas (b) futuros estimados referentes aos modelos autorregressivos selecionados, considerando o índice de competição BAL+1.

## 5.5. Validação dos modelos

O objetivo da avaliação de um modelo de crescimento e produção é analisar as previsões e o potencial do modelo para seu pretendido uso. De acordo com OLIVER et al. (2006) é importante salientar que a validação dos modelos não é feita para provar que um modelo é correto, mas sim para mostrar que as previsões do modelo são suficientemente próximas para dados independentes e que as decisões tomadas com base no modelo são defensáveis.

Assim, as equações de incremento corrente anual em diâmetro e em altura (abordagem 1) e de projeção dos diâmetros e alturas das árvores (abordagem 2), selecionadas como as melhores, foram testadas utilizando-se um conjunto de dados de 33 parcelas independentes dos dados utilizados nos ajustes. Foram feitas previsões anuais dos incrementos e das dimensões futuras em diâmetro e altura, nas idades de 36, 48, 60 e 72 meses e analisadas a precisão das estimativas para cada idade, a magnitude e distribuição dos resíduos, além da existência de padrões sistemáticos dos erros ao longo do tempo considerado para as previsões.

Nas Tabelas 9 e 10 são apresentadas, respectivamente, as medidas de precisão das equações de incremento corrente anual em diâmetro e das equações que projetam os diâmetros e alturas futuros, utilizando o modelo autorregressivo de primeira ordem (AR(1)) em cada idade.

Tabela 9 – Medidas de precisão das equações selecionadas para estimar incremento corrente anual em diâmetro e em altura no processo de validação

Incrementos	Estatísticas	Idade (meses)			
		36	48	60	72
ICA <sub>d</sub>	<i>bias</i>	-0,0694	0,0846	-0,0072	-0,0248
	RQEQM	0,6504	0,4827	0,4881	0,4507
	MAE	0,4657	0,3764	0,3782	0,3400
	RQEQM(%)	43,1032	47,7828	55,4330	61,7070
	<i>bias</i> (%)	-4,6011	8,3708	-0,8198	-3,3991
ICA <sub>h</sub>	<i>bias</i>	-0,0439	-0,0453	-0,0493	-0,0395
	RQEQM	0,7926	0,5484	0,5287	0,4688
	MAE	0,6094	0,4219	0,4174	0,3640
	RQEQM(%)	24,0998	22,6892	28,5259	32,2073
	<i>bias</i> (%)	-1,3334	-1,8750	-2,6610	-2,7142

Tabela 10 – Medidas de precisão da validação das equações que projetam os diâmetros e alturas no processo de validação

Dimensões	Estatísticas	Idade (meses)			
		36	48	60	72
DAP <sub>t</sub>	<i>bias</i>	-0,1719	0,0351	0,0079	-0,0182
	RQEQM	0,6785	0,9618	1,2818	1,5866
	MAE	0,4845	0,7372	0,9943	1,2149
	RQEQM(%)	5,3778	7,0587	8,8362	10,413
	<i>bias</i> (%)	-1,3633	0,2581	0,0548	-0,1197
HT <sub>t</sub>	<i>bias</i>	0,2698	-0,1349	-0,1126	0,1029
	RQEQM	0,8497	0,5718	0,5224	0,5470
	MAE	0,6468	0,4476	0,4138	0,4117
	RQEQM(%)	4,7206	2,8006	2,3456	2,3055
	<i>bias</i> (%)	1,4991	-0,6609	-0,5058	0,4337

As estimativas para a equação de incremento corrente anual em diâmetro (Tabela 9), em geral, apresentaram baixos valores de *bias* nas diferentes idades, sendo que as menores tendências nas estimativas ocorreram nas idades de 60 e 72 meses. Em termos relativos, observou-se um *bias* (%) menor que 10%.

A equação apresentou uma tendência a subestimação na idade inicial e final do período considerado, com exceção nas idades de 48 meses na qual houve uma ligeira tendência a superestimação do incremento em diâmetro, com valor positivo de *bias*. A maior e menor média absoluta dos erros (MAE) e RQEQM ocorreram, respectivamente, nas idades de 36 e 72 meses.

Em termos relativos, os valores de RQEQM(%) aumentaram com o aumento da idade, variando entre 43,1032 a 61,7070, demonstrando o efeito acumulativo dos erros (propagação) nas estimativas do modelo ao longo do tempo.

A equação de incremento corrente anual em altura (Tabela 9) subestimou ligeiramente o crescimento em altura em todas as idades, com valores de *bias* variando entre -0,0395 a -0,0493. FAHLVIK et al. (2014) validando um modelo de incremento em altura em conífera encontrou tendência a subestimação em determinadas parcelas. A maior média absoluta dos erros das estimativas (MAE) ocorreu na idade inicial de 36

meses, com valor igual 0,6094 e o menor valor na idade final de 72 meses. Em termos relativos, os valores absolutos de *bias* (%) tenderam a aumentar com aumento da idade, assim como os valores de RREQM(%), exceto na idade de 48 meses, que houve uma pequena redução do valor, igual a 22,6892.

A equação que projeta os diâmetros futuros (Tabela 10) apresentou tendência a subestimar os valores de *dap* na idade inicial de projeção (36 meses), com valores de *bias* e *bias* (%) iguais a -0,1719 e -1,3633, respectivamente, assim como na idade final de projeção, aos 72 meses, com valores de *bias* e *bias* (%) iguais a -0,0182 e -0,1197. Nas idades intermediárias, houve uma ligeira tendência a superestimação das estimativas de diâmetro, com as estatísticas de *bias* e *bias* (%) apresentando valores positivos. SWIFT et al. (2012) validando modelos de projeção do diâmetro futuro com estrutura de erro AR(1) para espécies de *sugar maple* (*Acer saccharum* Marsh.) obtiveram valores de *bias* entre -0,1655 a 0,1538, MAE entre 0,9945 a 1,2093 e RREQM entre 1,3511 a 1,6220, semelhantes aos encontrados neste estudo.

As médias absolutas dos erros (MAE) de estimativas das projeções de diâmetro apresentaram uma tendência crescente ao longo do período das estimativas, variando entre 0,4845 na idade inicial de 36 meses a 1,2149 aos 72 meses. Os valores de RREQM(%) também apresentaram a mesma tendência crescente ao longo do período de tempo, variando entre 5,3778 a 10,4125, evidenciando a propagação dos erros nas estimativas.

A equação selecionada para projetar a altura das árvores apresentou tendência em superestimar os valores das alturas na idade inicial e final das projeções (Tabela 10), apresentando valores de *bias* e *bias* (%) aos 36 meses iguais a 0,2698 e 1,9992, e aos 72 meses iguais a 0,1029 e 0,4337, respectivamente. Com relação as estatísticas MAE, RREQM e RREQM (%), estas apresentaram valores, em geral, decrescentes ao longo do período de projeção considerado, evidenciando que, com o passar do tempo e o aumento da altura das árvores, as estimativas se tornam mais precisas.

Os resíduos absolutos gerados a partir das estimativas de incremento corrente anual em diâmetro e em altura, bem como os erros nas estimativas das dimensões futuras em diâmetro e altura, gerados com a aplicação das

equações selecionadas aos dados independentes ao ajuste, demonstram uma tendência a normalidade ao longo do tempo e uma maior frequência de valores dos erros na idade inicial de 36 meses (Figura 4).

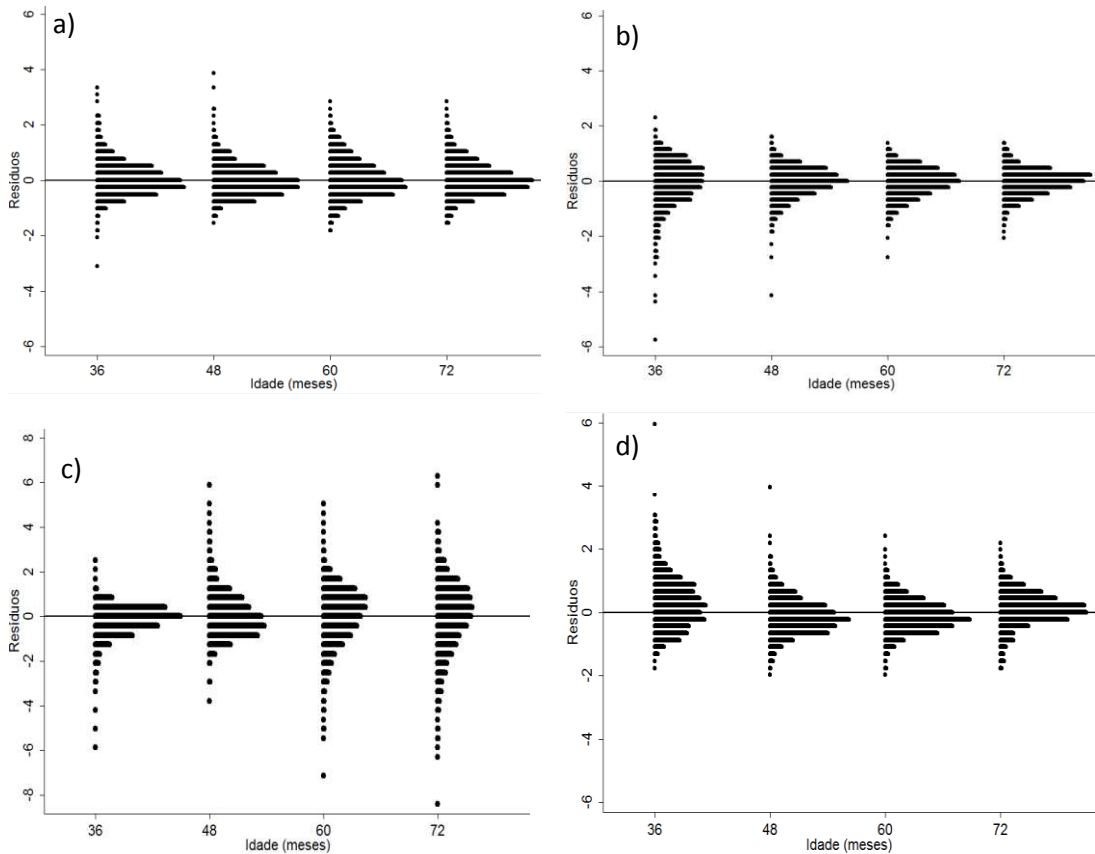


Figura 4 – Histogramas de distribuição dos resíduos absolutos das equações de incremento corrente anual em diâmetro (a) e em altura (b), equações de projeção dos diâmetros futuros (c) e das alturas futuras (d), em diferentes idades, no processo de validação.

Na idade de 36 meses as equações apresentaram uma maior tendência a subestimar o incremento corrente anual em diâmetro e o incremento corrente anual em altura (Figura 4a e 4b). Aos 48 meses houve uma tendência a superestimar o incremento corrente anual em diâmetro. Em espécies exigentes à luz, o ponto culminante da curva de incremento ocorre na sua fase inicial de vida devido ao rápido crescimento (VOSPERNIK et al., 2010), aumentando a tendência do modelo em subestimar o crescimento.

Os diâmetros e as alturas futuras de uma árvore podem ser estimados por meio de equações que projetam o incremento em diâmetro e em altura de cada árvore no povoamento, em dois períodos de tempo consecutivos.

As estimativas de incrementos correntes anuais em diâmetro e em altura somados ao diâmetro ou a altura no início de cada período fornecem as estimativas dos diâmetros e das alturas futuros.

Assim sendo, isto é, utilizando esta metodologia, comparou-se as estimativas das projeções dos diâmetros e das alturas pelas duas abordagens utilizadas neste estudo. Na Tabela 11 são apresentadas as medidas de precisão referente aos diâmetros e alturas projetados a partir das estimativas geradas pelas equações de incremento corrente anual.

Tabela 11 – Medidas de precisão das estimativas de diâmetro e altura anuais projetados a partir das equações de incremento corrente anual em diâmetro e em altura no processo de validação

Variável dependente	Estatísticas	Idade (meses)			
		36	48	60	72
DAP <sub>t</sub>	<i>bias</i>	-0,0694	0,0151	0,0079	-0,0169
	RQEQM	0,6504	0,9576	1,2917	1,5927
	MAE	0,4657	0,7288	0,9912	1,2186
	RQEQM(%)	5,1556	7,0273	8,9038	10,4525
	<i>bias</i> (%)	-0,5503	0,1111	0,0546	-0,1110
HT <sub>t</sub>	<i>bias</i>	-0,0439	-0,0892	-0,1385	-0,1780
	RQEQM	0,7926	1,0887	1,4366	1,6946
	MAE	0,6094	0,8606	1,1390	1,3442
	RQEQM(%)	4,4037	5,3326	6,4510	7,1425
	<i>bias</i> (%)	-0,2436	-0,4368	-0,6219	-0,7502

Observa-se na Tabela 11 uma tendência a subestimar os valores dos diâmetros das árvores nas idades de 36 e 72 meses e superestimar o crescimento em diâmetro nas idades de 48 e 60 meses. Os valores de RQEQM aumentaram ao longo do período de tempo, assim como os valores de MAE, comportamento similar quando se utiliza o modelo autorregressivo de primeira ordem [AR(1)] para estimar somente os diâmetros futuros.

Em termos relativos, os valores de RQEQM (%) aumentaram ao longo de cada período de estimativa, demonstrando efeito acumulativo de erros de estimação. Os valores absolutos de *bias* (%) foram maiores nas idades iniciais de 36 e 48 meses e houve uma tendência em reduzir com o aumento da idade do povoamento. Comportamento semelhante foi obtido por



BEVILACQUA (2010) em estudo com *Pinus occidentalis* na estimativa do crescimento em diâmetro de árvores da espécie, utilizando modelo de projeção de diâmetro para diferentes períodos de tempo.

Também na Tabela 11, observou-se uma tendência a subestimar sistematicamente os valores anuais das alturas em todas as idades. Com relação aos valores de RQEQM e MAE, estes apresentaram uma tendência a aumentarem com o aumento na idade do povoamento, demonstrando efeito acumulativo de erros de estimação, apresentando erro de estimativa superior a um metro a partir da idade de 60 meses. Em termos relativos, os valores de RQEQM(%) e os valores absolutos de *bias*(%) também aumentaram com o aumento da idade de estimação.

Comparando a precisão das estimativas dos diâmetros futuros obtidos a partir da equação de incremento corrente anual em diâmetro ( $ICA_d$ ) com aquelas obtidas utilizando a equação referente ao modelo autorregressivo AR(1) (Tabelas 10 e 11), observou-se que o primeiro modelo apresentou-se mais preciso com relação às estatísticas de *bias* e *bias*(%). Também apresentou-se mais preciso com relação às estatísticas de RQEQM e RQEQM(%) nas idades iniciais de 36 e 48 meses e menos preciso com relação à média absoluta dos erros (MAE) apenas na idade final de 72 meses.

De modo geral, as estimativas de projeção das alturas foram mais precisas quando aplicada a equação referente ao modelo autorregressivo no termo de erro (AR(1)) do que quando projetou-se a altura futura considerando a soma do incremento corrente anual em altura no início de cada período.

A equação de projeção da altura apresentou-se mais precisa considerando as medidas de precisão RQEQM, RQEQM(%), MAE a partir da idade de 48 meses, no período de tempo considerado, e menores valores de *bias* e *bias*(%) a partir da idade de 60 meses.

Assim sendo e baseando-se em resultados encontrados, a precisão das estimativas dos diâmetros obtidas de forma direta pela equação referente ao modelo autorregressivo ou usando a equação referente ao incremento anual em diâmetro foram semelhantes.

Com relação à projeção da altura, utilizando-se a equação referente ao modelo de incremento corrente anual em altura observou-se uma tendência a subestimação sistemática tanto das estimativas de incremento quanto das estimativas das projeções da altura. Já a projeção direta da altura futura das árvores do povoamento utilizando o modelo autorregressivo AR(1) apresentou estimativas mais precisas e ausência de uma subestimação quando comparado com as estimativas de altura obtidas pela equação de incremento corrente anual em altura ( $ICA_h$ ).

## 6. DISCUSSÃO

Observou-se que para a equação ajustada para incremento corrente anual em diâmetro houve uma maior influência das variáveis de tamanho (*dap*) e de competição (*BAL+1*) e menor influência do índice de local (*S*) nas estimativas do incremento corrente anual em diâmetro. TOMÉ et al. (2010), estudando povoamentos equiâneos de *Pinus sylvestris* também encontraram maiores magnitudes dessas variáveis nas estimativas de incremento em área seccional, assim como WYKOFF (1990) e MONSERUD e STERBA (1996).

Analisando a variável competição, nas equações de incremento em diâmetro e em altura, observou-se uma maior influência da competição sobre o crescimento em diâmetro. Neste estudo, as árvores não estão crescendo em povoamentos com espaçamento amplo e não sofreram nenhum tipo de desbaste, por isso a competição teve uma influência significativa sobre o crescimento em diâmetro, na qual todas competem entre si, de acordo com seus tamanhos (competição assimétrica) (HUANG, 1999; WEINER e THOMAS, 1986)

Segundo LINKEVICIUS (2014) e PRETZSCH (2009), a competição geralmente tem um impacto negativo sobre o crescimento em diâmetro, o qual diminui à medida que a competição aumenta. Já uma pequena quantidade de competição estimula o crescimento em altura. Todavia, altos níveis de competição afetam o crescimento em altura, assim como acontece com o crescimento em diâmetro.

De acordo com STAGE (1975) o crescimento em diâmetro responde de forma mais sensível aos efeitos da densidade do povoamento do que o incremento em altura. A medida que a competição entre as árvores aumenta com o desenvolvimento do povoamento, aumenta também as diferenças desse índice entre as árvores.

O sinal negativo do índice de competição *BAL+1* nas equações significou que aumentando as dimensões das árvores vizinhas, aumentou a densidade do povoamento e, conseqüentemente, aumentou a competição e a pressão ambiental sobre cada árvore objeto, diminuindo, então, sua taxa de crescimento. No entanto, como as parcelas não passaram por nenhum

tipo de desbaste, apesar do realismo biológico os resultados devem ser analisados com cautela em relação aos efeitos da competição dentro do povoamento.

MONSERUD e STERBA (1996), utilizando dados de povoamentos mistos de coníferas para estimar incremento em área seccional, encontraram correlação significativa positiva do incremento em área seccional com as variáveis preditivas de tamanho da árvore (*dap*) e índice de local (*S*) e correlação negativa com o índice de competição (*BAL*), considerando os sinais dessas variáveis nos modelos para todas as espécies de coníferas estudadas.

CROOKSTON et al. (2005), modelando o incremento em diâmetro considerando efeitos climáticos sobre o crescimento das espécies Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii*) e Engelmann spruce (*Picea engelmannii*), também obtiveram relação positiva entre o *dap* e o incremento em diâmetro e relação negativa com o índice de competição *BAL*.

Para diferentes espécies de eucalipto na África, DELGADO-MATAS e PUKKALA (2014), usando modelos lineares e não-lineares para estimarem o incremento corrente anual em diâmetro, também encontraram o mesmo resultado desse estudo com relação à variável dependente incremento em diâmetro, isto é, o *dap* e índice local apresentaram sinais positivos e a idade e competição (*BAL*), sinais negativos.

A variável idade na equação de incremento corrente anual em diâmetro teve grande peso com modificadora de crescimento neste estudo. PUKKALA (1989), em estudo sobre crescimento de povoamentos equiâneos de coníferas, demonstrou que essa variável tem grande peso explicativo no crescimento (incremento em diâmetro). O autor também encontrou sinal negativo acompanhando a estimativa dessa variável na equação ajustada.

MENDES et al. (2006) também encontrou relação negativa entre incremento corrente anual em área basal com a idade para povoamentos de *Eucalyptus sp*, corroborando com STAGE (1975) de que o crescimento em diâmetro declina com o aumento da idade.

Apesar da variável *S* ter contribuído com menor peso no crescimento em diâmetro, segundo MONSERUD e STERBA (1996), renunciar às

variáveis índice de local e idade pode reduzir a capacidade de explicar a variação de crescimento em povoamentos equiâneos.

No entanto, para povoamentos inequiâneos com diferentes espécies tropicais, ADAME et al. (2014) não encontrou efeitos significativos dessa variável sobre as estimativas de incremento em diâmetro. LHOTKAA e LOEWENSTEINB (2011) também não encontraram efeitos significativos de variações em S em ganhos de incremento em diâmetro para coníferas. Uma hipótese levantada por HASENAUER (1996) é que a proporção relativa da redução do potencial de crescimento de uma árvore em valores de incremento real é proporcional ao seu mecanismo interno, independentemente da qualidade do sítio.

A equação de incremento corrente anual em diâmetro selecionada apresentou coeficiente de correlação entre os valores observados e estimados igual a 0,76. Nota-se que tal modelo superestimou ligeiramente a variável estimada, com valor de *bias* igual 0,0023, no entanto esse valor ainda é próximo de zero. De acordo com MABIVURIRA e MIINA (2002), esse viés em povoamentos jovens com menos de 4 anos ou com diâmetros abaixo de 5 centímetros reflete a normal dificuldade de fazer previsões nesses povoamentos. Valores absolutos de *bias* entre 0,002 a 0,270 foram encontrados em estudos de incremento em diâmetro por VOSPERNIK et. al (2010) e PRETZSCH (2002).

O modelo também apresentou valores próximos a zero para as estatísticas RREQM e Média Absoluta dos Erros (MAE), com valores iguais a 0,4783 e 0,3666, respectivamente. Em termos relativos, os valores de RREQM(%) e *bias* (%) foram de 48,5718 e 0,2373.

Modelando o incremento em diâmetro para *Eucalyptus globulus* em Portugal, usando equações de crescimento potencial “versus” modificadora do crescimento com diferentes índices de competição dependentes e independentes da distância, SOARES e TOMÉ (2003) obtiveram estatísticas de RREQM variando entre 0,285 a 0,802, *bias* entre -0,217 a 0,362 e MAE variando de 0,400 a 0,726, semelhantes as obtidas nesse estudo para *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis*.

Já DELGADO-MATAS et al. (2014) ajustando equações de incremento corrente anual em diâmetro para diferentes espécies de

*Eucalyptus sp.* em função das variáveis *dap*, idade, índice de local e do índice de competição *BAL* obtiveram valores de RQEQM relativamente maiores aos das equações selecionadas nesse estudo, variando entre 0,6562 a 1,0299 no modelo não linear, e nos modelos lineares com transformação logarítmica, valores entre 0,6978 a 0,8160, também maiores aos encontrados nesse estudo.

Para povoamento de *Eucalyptus grandis*, MABVURIRA e MIINA (2001) ajustaram equações de incremento corrente anual em diâmetro com índices de competição independentes e dependentes da distância e encontraram valores absolutos e relativos de *bias* semelhantes a este estudo e próximos a zero. Os valores de RQEQM (%) e RQEQM foram superiores ao desse estudo e iguais a (85,6 e 90,1%) e (1,34 e 1,52), respectivamente, nas equações com índices de competição dependente e independente da distância. Os sinais que acompanharam as variáveis *dap* e índice de local foram positivos e os das variáveis idade e competição negativos, em concordância aos encontrados nesse estudo para a equação de incremento corrente anual em diâmetro.

Ajustando modelo de efeitos mistos e com estrutura AR(1) no termo de erro para o incremento em diâmetro, para diferentes espécies de coníferas com diferentes idades, e considerando o *BAL* como índice de competição, MALEKI (2015) encontrou valores de RQEQM ligeiramente menores aos encontrados nesse estudo, variando de 0,416 a 0,461 e sinais associados às variáveis dos modelos semelhantes. Em modelos de efeitos mistos, LHOTKAA e LOEWENSTEINB (2011) encontram valores relativamente menores de RQEQM para diferentes espécies de coníferas, com estimativas entre 0,2740 a 0,3681.

SCHLIEP (2014) encontrou tendência em superestimar as estimativas de incremento em diâmetro em povoamentos de Oak-pine, com valores de *bias* variando de 0,62 a 0,67 quando se utilizou medidas de anéis de crescimento e valores de *bias* entre 0,55 a 0,57 quando foram utilizadas medidas anuais de diâmetros no cálculo do incremento em diâmetro. Para a espécie *Pinus occidentalis*, BEVILACQUA (2010) ajustou equação de incremento em diâmetro por Mínimos Quadrados Ordinários e obteve valores de RQEQM igual 0,6409, *bias* igual a -0,0610, *bias* (%) igual a

0,2959 e de MAE igual a 0,4489, superiores à equação de incremento corrente anual em diâmetro selecionada nesse estudo.

Em modelo de incremento em diâmetro ajustado para povoamentos de rebollo-oak (*Quercus pyrenaica*) na Espanha, ADAME et al. (2007) encontrou valores de *bias* negativos e próximos a zero (-2,1164E-15), de *bias* (%) igual a 0,025, RQEQM igual a 1,1396. Com modelo de efeitos aleatórios os valores de *bias* e *bias* (%) também foram próximos a zero e iguais 6,7419E-16 e -0,0049, respectivamente, e de RQEQM igual a 0,9355, maior ao encontrado nesse estudo.

Com relação a altura, apesar da dificuldade da obtenção de dados em campo devido a possíveis erros de medição e também pela quebra de parte superior da copa devido a ventos ao longo do tempo, o modelo de incremento corrente anual ajustou-se bem aos dados observados, com uma ligeira tendência a subestimação, com *bias* igual a 0,0054.

VOSPERNIK et al. (2010) também encontraram valores de *bias* próximos a zero para espécies de coníferas. Valores positivos de *bias*, entre 0,007 a 0,291 também foram encontrados por RUSSEL et al. (2014) utilizando equações máximo-modificadoras do incremento em altura para coníferas. FAHLVIK e NYSTRÖM (2006) estimaram o incremento em altura para as espécies *Pinus sylvestris*, *Picea abies* e *Betula pendula* na Suécia e obtiveram modelo com valores de *bias* iguais a 0,003 e -0,028, semelhantes aos encontrados nesse estudo.

O valor do coeficiente de correlação foi igual a 0,84 para a altura e foi superior ao encontrado para o incremento corrente anual em diâmetro. Maiores valores de coeficiente de correlação são obtidos em equações de incremento em altura uma vez que algumas alturas totais de árvores no povoamento foram obtidas por meio de equação altura-diâmetro ajustada com dados dos diâmetros na altura do peito (*dap*) das árvores do povoamento, aumentando essa correlação (HASENAUER, 2006)

O sinal que acompanha o parâmetro da variável *BAL+1* na equação de incremento em altura selecionada foi negativo. Isso sugere que a densidade do povoamento tem significativo efeito negativo sobre o incremento em altura. O incremento em altura é bastante influenciado nas

idades iniciais pelas variáveis site e da competição que sempre reduz esse incremento potencial (NACHTMANN, 2006).

NACHTMANN (2006), ajustando equações não lineares de incremento em altura para coníferas, encontrou parâmetros com sinais negativos para a variável competição *BAL*. Segundo o autor a competição teve maior efeito no incremento em área basal do que no incremento em altura. Quando comparado às equações finais selecionadas para incremento corrente anual em diâmetro com de incremento corrente anual em altura, observou-se maior magnitude da competição na redução do incremento em diâmetro.

Em relação à precisão, menores valores de RQEQM foram obtidos por RUSSEL (2014), iguais a 0,1890 a 0,2910 m/ano e menores valores de MAE 0,136 a 0,215, quando comparados aos desse estudo. CRECENTE-CAMPO et al. (2012) também encontrou menor valor de RQEQM, igual a 0,3123, modelando incremento em altura para *Pinus radiata* na Espanha.

Modelando incremento em altura em função de variáveis de tamanho, capacidade produtiva e competição em povoamentos de *Ponderosa pine*, UZOH e OLIVER (2006) encontraram valores RQEQM e MAE iguais 0,4955 e 0,4061, próximos aos encontrados nesse estudo, e valores de *bias*, em modulo, igual a 0,2495, superior ao encontrado nesse estudo.

Em estudo feito com diferentes espécies de coníferas, STAGE (1975), usando equações logarítmicas modelou incremento em altura em função de variáveis de tamanho das árvores obtendo valores de RQEQM variando de 0,4305 a 0,4522, inferiores ao encontrado nesse estudo.

HUANG e TITUS (1999) ajustando equações não lineares para estimar incremento em altura para *Picea glauca* e *Populus tremuloides* obtiveram valores de RQEQM iguais a 0,1921 e 0,2354, respectivamente. Levando em em consideração a autocorrelação na estrutura dos dados e ajustando as equações considerado uma estrutura autorregressiva no termo de erros, os valores de RQEQM foram ligeiramente menores e iguais a 0,18911 e 0,22906 para cada espécie, respectivamente, menores do que o obtido neste estudo.



Os modelos autorregressivos AR(1) foram melhores em termos de precisão em *bias*(%), RQEQM(%), menores valores de critério de informação (AIC) e maiores valores de coeficientes de correlação quando comparados aos modelos de incremento em diâmetro e em altura.

O modelo de incremento em diâmetro apresentou valores ligeiramente menores de RQEQM, MAE e em termos absolutos de *bias* quando comparado ao modelo de projeção do diâmetro futuro. O modelo de incremento em altura apresentou valores ligeiramente menores de RQEQM, MAE e valor absoluto de *bias*.

Com uma maior série de dados de povoamentos florestais BIGING e GILL (2002) utilizaram estrutura autorregressiva e de média móvel de primeira ordem no termo de erro AR(1) e de média móvel de primeira ordem MA(1) e determinaram que é possível relacionar esses tipos de modelo com características de tamanho de cada árvore com características do povoamento com estimativas de precisão aceitável.

## 7. CONCLUSÕES

As variáveis dap, Ht, idade, índice de local e IC possuem influência direta na determinação do crescimento de *Eucalyptus Urophylla* x *Eucalyptus grandis*, sendo que os modelos de incrementos corrente anual e de projeção de dimensões futuras das árvores utilizando a variável BAL como a competição foram os que obtiveram melhores estimativas nos ajustes.

A equação de incremento em diâmetro e de incremento em altura selecionada estimou os incrementos correntes anuais, nas diferentes idades do período de tempo considerado, com *bias* próximos a zero e estimativas de RQEQM e de MAE menores que 1 cm, quando aplicados aos dados de validação.

A equação de incremento anual, em altura apesar de apresentar valores de RQEQM e de MAE menores que 1 m, apresenta tendência sistemática a subestimar os incrementos anuais em altura em todas as idades do período de tempo considerado.

As equações referentes aos modelos autorregressivos no termo de erro AR(1) resultaram em maior precisão das estimativas de diâmetro e altura das árvores até 72 meses, com valores de *bias* próximos a zero.

As equações referentes aos modelos testados neste estudo, com exceção à equação de incremento corrente anual em altura (ICA<sub>h</sub>), podem ser utilizadas para prever o crescimento de árvores de eucalipto em diferentes condições.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAME, P. Individual-tree diameter growth model for rebollo oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) coppices. **Forest Ecology and Management**, v. 255, n. 3-4, p. 1011-1022, 2008.
- ADAME, P.; BRANDEIS, T. J.; URIARTE, M. Diameter growth performance of tree functional groups in Puerto Rican secondary tropical forests. **Forest Systems**, v. 23, n. 1, p. 52-63, 2014.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-19, p. 716-723, 1974.
- ANDREASSEN, K.; TOMTER, S.M. Basal area growth models for individual trees of Norway spruce, Scots pine, birch and other broadleaves in Norway. **Forest Ecology Management**, v. 180, p. 11–24, 2003.
- BELCHER, D.M., HOLDAWAY, M.R., BRAND, G.J. A description of STEMS-the stands and tree evaluation and modeling system. **USDA Forest Service General Technical**, Rep. NC-79, 1982.
- BEVILACQUA, E. **Growth responses in individual eastern white pine (*Pinus strobus* L.) trees following partial cutting treatments**. Ph D. University of Toronto, Toronto, 137p, 1999.
- BEVILACQUA, E.; BUENO, S. Modeling stem increment in individual *Pinus occidentalis* Sw. trees in La Sierra, Dominican Republic. **Forest Systems**, v. 19, p. 170-183, 2010.
- BIGING, G. S.; DOBBERTIN, M. A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees. **Forest Science**, v. 38, p. 695-720, 1992.
- BOTKIN, D. B.; JAMAK, J. F.; WALLIS, J. R. Some ecological consequences of a computer model of forest growth. **Journal of Ecology**, v. 60, p. 849-873, 1972.
- BURKHART, H.E.; AMARO, A., REED, D., SOARES, P. Suggestion for choosing an appropriate level for modeling forest stands. **Modelling Forest Systems**, CAB International, Wallingford, p. 3–10, 2003.

BURKHART, H. E.; CAO, Q. V.; WARE, Z. D. **A comparison of growth and yield prediction models for loblolly pine**. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, School of Forestry and Wildlife Resources, 59p, 1981.

CAMPOS, J. C. C., LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: perguntas e respostas**. 4. ed. Viçosa: Editora UFV, 605p, 2013.

CHASSOT, T.; FLEIG, F.D.; FINGER, C.A.G.; LONGHI, S.J. **Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de Araucaria angustifolia (Bertol.) Kuntze na Floresta Ombrófila Mista**. *Ciência Florestal*, v. 21, p. 303-313, 2011.

CRECENTE-CAMPO, F.; TOMÉ, M.; SOARES, P.; DIEGUÉZ-ARANDA, U. Modelling annual individual-tree growth and mortality of Scots pine with data obtained at irregular measurement intervals and containing missing observations. **Forest Ecology and Management**, v. 259, p. 943–952, 2010.

CROOKSTON, N. L.; REHFELDT, G. E.; WARWELL, V. Using forest inventory and analysis data to model plant-climate relationships. **Proceedings of the Seventh Annual Forest Inventory and Analysis Symposium**, 2005.

CUNIA, T.; LANDFORD, B.L. Stand projection by simulation using CFI data. In Inventories on successive occasions. **Swiss Federal Institute of Forest Research**, Birmensdorf, v. 7. p. 29-52, 1977.

DANIELS, R.F.; BURKHART, H.E.; CLASON, T. R. A comparison of competition measures for predicting growth of loblolly pine trees. **Canadian Journal of Forest**, v. 16, p. 1230-1237, 1986.

DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N. **Forest management**. New York: Mc Graw-Hill, 790 p, 1987.

DELGADO-MATAS, C.; PUKKALA, T. Growth models for six Eucalyptus species in Angola. **Southern Forests: a Journal of Forest Science**, p. 1-12; 2014.

DEMOLINARI, R. A. de. **Crescimento de povoamentos de eucalipto não desbastado**. Viçosa, 2006, 72f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 2006.

DURBIN, J., WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression. **Biometrika**, v. 37, p. 409-428, 1950.

EK, A. R., MONSERUD, R. A. FOREST: a computer model for simulating the growth and reproduction of mixed species forest stands. **Research Papers University of Wisconsin**, 13p, 1974.

FAHLVIK, N., ELFVING, B., WIKSTRÖM, P. Evaluation of growth functions used in the Swedish Forest Planning System Heureka. **Silva Fennica**, v. 48, n. 2, p. 17, 2014.

FAHLVIK, N.; NYSTRÖM, K. Models for predicting individual tree height increment and tree diameter in young stands in southern Sweden. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 21, n. 7, p. 16-28, 2006.

FOX, J. C.; BI, H.; ADES, P. K. Spatial dependence and individual-tree growth models. **Forest Ecology and Management**, v. 245, p. 10-19, 2007.

GLOVER, G. R., HOOL, J. N. A basal area ratio predictor of loblolly pine plantation mortality. **Forest Science**, Washington, v. 25, n. 2, p. 275-282, 1979.

GILL, S. J.; BIGING, G. S. Autoregressive Moving Average Models of Conifer Crown Profiles. **Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics**, v. 7, n. 4, p. 16, 2002.

GUJARATI, D.N. **Econometria básica**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 812p, 2006.

GYAWALI, N.; BURKHAT, H. E. General response functions to silvicultural treatments in loblolly pine plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, 2015, v. 45, n. 3, p. 252-265, 2015.

HAO, X.; YUJUN, S.; XINJIE, W.; JIN, W.; YAO, F. Linear Mixed-Effects Models to Describe Individual Tree Crown Width for China-Fir in Fujian Province, Southeast China. **PLoS ONE**, v. 10, n. 4, p. 1-14, 2015.

HASENAUER, H. **Eineinzelbaumwachstums-Simulator fürungleichaltrige Fichten-KiefernundBuchen-Fichtenmischbestände.** Forstliche Schriftenreihe. Forstliche Schriftenreihe Universität für Bodenkultur Wien, 152p, 1994.

HASENAUER, H. **Sustainable Forest Management. Growth Models for Europe.** Springer-Verlag, Berlin, pp. 3–17, 2006.

HASENAUER, H.; MONSERUD, R. A. Biased predictions for tree height increment models developed from smoothed 'data'. **Ecological Modelling**, v. 98, p. 13-22, 1997.

HEGYI, F. A simulation model for managing jack-pine stands. Growth models for tree and stand simulation. **Royal College of Forestry.** Stockholm, v. 30, p. 74-90, 1974.

HUANG, S., TITUS, S.J., WIENS, D.P. Comparison of nonlinear height diameter functions for major Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 22, n. 9, p. 1297–1304, 1992.

HUANG, S; PRICE, D., TITUS, S.J. Development of ecoregion based height–diameter models for white spruce in boreal forests. **Forest Ecology and Management**, v. 129, p. 125–14, 2000.

LESSARD, V.C., McROBERTS, R.E., HOLDAWAY, M.R. Diameter growth models using Minnesota Forest Inventory and analysis data. **Forest Science**, v. 47, p. 301–310, 2001.

LHOTKA, J. M.; LOEWENSTEINB, E. F. An individual-tree diameter growth model for managed uneven-aged oak-shortleaf pine stands in the Ozark Highlands of Missouri, USA. **Forest Ecology and Management**, v. 261, p. 770-778, 2011.

MABVURIRA, D.; MIINA, J. Individual-tree growth and mortality models for *Eucalyptus grandis* (Hill) Maiden plantations in Zimbabwe. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 161, p. 231 – 245, 2001.

MALEKI, K.; KIVISTE, A.; KORJUS, H. Analysis of Individual Tree Competition Effect on Diameter Growth of Silver Birch in Estonia. **Forest Systems**, v. 24, n. 2, 13p, 2015.

MARTINS, F. B. **Modelagem de crescimento em nível de árvore individual para plantios comerciais de eucalipto**. Viçosa, 2011, 143f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 2011.

MENDES, B. R., CALEGARIO, N., VOLPATO, C. E. S., MELLO, A. A. de. Desenvolvimento de modelos de crescimento de árvores individuais fundamentado em equações diferenciais. **Cerne**, v. 12, n. 3, p. 254-263, 2006.

MINER, C. L.; WALTERS, N. R.; BELLI, M. L. A Guide to the TWIGS Program for the North Central United States. **USDA Forest Service General Technical**. Rep. NC-125, p. 1-111, 1988.

MOHD, W. R. Modelling the growth in Mixed Tropical Forest I. use of diameter and basal area increments. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 1, n. 2, p. 114–121, 1988.

MOORE, J. A.; BUDELSKI, C. A.; SCHLESINGER, R. C. A new index representing individual tree competitive status. **Canadian Journal of Forest Research**, Vancouver, v. 3, p. 495-500, 1973.

MONSERUD, R. A.; STERBA, H. A basal area increment model for individual trees growing in even-and uneven-aged forest stands in Austria. **Forest Ecology and Management**, v. 80, p. 57-80, 1996.

MONSERUD, R.A.; STERBA, H. Modeling individual tree mortality for Austrian forest species. **Forest Ecology and Management**, v.113, p.109-123, 1999.

OLIVER, W. W.; UZOH, F. C. C. Individual tree height increment model for managed even-aged stands of ponderosa pine throughout the western United States using linear mixed effects models. **Forest Ecology and Management**, v. 221, p. 147–154, 2006.

OPIE, J. E. Predictability of individual tree growth using various definitions of competition basal area. **Forest Science**, Washington, v. 14, n. 3, p. 314-323, 1968.

- NACHTMANN, G. Height increment models for individual trees in Austria depending on site and competition. **Austrian Journal of Forest Science**, v. 123, n. 4, p. 199-222, 2006.
- NEWHMAN, R. M. The **development of a stand model for Douglas-fir**. Ph.D. Thesis (University of British Columbia), Vancouver, 1964.
- PENG, S. Understanding the role of forest simulation models in sustainable forest management. **Environmental Impact Assessment Review**. v. 20, n. 4, p. 481-501, 2000.
- PRETZSCH, H. Application and evaluation of the growth simulator Silva 2.2 for forest stands, forest estates and large regions. **Forstw. Cbl**, v. 121, n. 1, p. 28-51, 2002.
- PRETZSCH, H. **Konzeption und Konstruktion von Wachstmodellen fur Rein- und Mischbestide**. Forstl. Forsch. ber. Munchen, v. 115, 332 p, 1992.
- PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and yield. From measurement to model**. Heidelberg, Springer, Berlin, p. 664, 2009.
- PUKKALA, T. MIINA, J. Tree-selection algorithms for optimizing thinning using a distance-dependent growth model. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 28, p. 693-702, 1998.
- RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**., v. 10, p. 290-300, 1959.
- SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. **Introdução ao manejo florestal**. Santa Maria: FACOS/UFSM, 2. Ed, 566p, 2008.
- SILVEIRA, B. D. da.; FLORIANO, E. P.; NAKAJIMA, N. Y.; HOSOKAWA, R. T.; ROSOT, N. C.; GRACIOLI, C.R. Relação da Morfometria e competição com o crescimento de *Trichilia clausenii* em um fragmento de floresta semidecidual. **Floresta**, Curitiba, PR, v. 45, n. 2, p. 373 - 382, 2015.
- SCHLIEP, E. M.; DONG, T. Q.; GELFAND, A. E.; LI, F. Modeling individual tree growth by fusing diameter tape and increment core data. **Environmetrics**, v. 25, p. 610–620, 2014.



SOARES, C. P. B.; GEZAN, S. A.; SILVA, G. F. D.; CASTRO, R. V. O. Individual-tree growth and mortality models for a semideciduous Atlantic forest in Brazil. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, v. 9, n. 11, p. 542-552, 2015.

SOARES, P.; TOMÉ, M. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. **Forest Ecology and Management**, v. 166, p. 99-109, 2002.

SOARES, P.; TOMÉ, M.; AMARO, A. A distance dependent diameter growth model for first rotation eucalyptus plantation in Portugal. Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation. **Lisbon: Edicoes Salamandra**. p 267–270, 1997.

SPURR, S. H. **Forestry inventory**. Ronald Press, New York. 476p, 1952.

STAGE, A. R. Prognosis model for stand development. **USDA Forest Service Research Paper**, INT-137. Washington, DC, 32p, 1973.

STAGE, A. R. Prediction of Height Increment for Models of Forest Growth. **USDA Forest Service Research Paper**, INT-164, Ogden, Utah, 32p, 1975.

STERBA, H.; MONSERUD, R.A. Applicability of the forest stand growth simulator PROGNAUS for the Austrian part of the Bohemian Massif. **Ecological Modelling**, v.98, p.23-34, 1997.

SWIFT, D. E.; KIERNAN, D. H.; BEVILACQUA, E.; NYLAND, R. D. Predicting future diameter of sugar maple in uneven-aged stands of west-central New Brunswick and New York. **The Forestry Chronicle**, vol. 88, n. 4, p. 420-425, 2012.

TOMW, M.; BURKHART, H. E. Distance-dependent competition measures for predicting growth of individual tree. **Forest Science**, Washington, v. 35, n. 3, p. 816-831, 1989.

VANCLAY, J. K. **Modeling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forest**. CAB International, Wallingford, UK, 1994.

VOSPERNIK, S.; MONSERUD, R. A.; STERBA, H. Do individual-tree growth models correctly represent height:diameter ratios of Norway spruce and

- Scots pine. **Forest Ecology and Management**, v. 260, n. 10, p. 1735–1753, 2010.
- ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest Science**, v. 39, n. 4, p. 594–616, 1993.
- ZHANG, L.J.; PENG, C.H.; DANG, Q.L. Individual-tree basal area growth models for jack pine and black spruce in Northern Ontario. **The Forestry Chronicle**, v.80, p.366-374, 2004.
- WALD, A. Sequential Tests of Statistical Hypotheses. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 16, n. 2, p. 117–186, 1945.
- WEINER, J.; THOMAS, S.C. Size variability and competition in plant monocultures. **Oikos**, v. 47, p. 211-222, 1986.
- WEISKITTEL, A. R.; RUSSELL, M. B.; KERSHAW Jr., J. A. Comparing strategies for modeling individual-tree height and height-to-crown base increment in mixed-species Acadian forests of northeastern North America. **European Journal Forest Research**, v. 133, p. 1121–1135, 2014.
- WEST, P. W. Use of diameter increment and basal area increment in tree growth studies. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 10, p. 71-77, 1980.
- WEST, P.W.; RATKOWSKY, D.A.; DAVIS, A.W. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. **Forest Ecology and Management**, v. 7, n. 3, p. 207-224, 1984.
- WHITE, H. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. **Econometrica**, v. 48, p. 817-838, 1980.
- WYKOFF, W. R. A basal area increment model for individual conifers in the, Northern Rocky Mountains. **Forest Science**, v. 36, n. 4, p. 1077–1104, 1990.
- WYKOFF, W. R.; CROOKSTON, N. L.; STAGE, A. R. A user's guide to the stand prognosis model. **USDA Forest Service**, GTR INT-133, 112p, 1982.