

PABLO FALCO LOPES

**MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE DIÂMETROS PARA CLONES DE  
EUCALIPTO EM SISTEMA AGROFLORESTAL**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2007

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e  
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

L864m  
2007

Lopes, Pablo Falco, 1978-

Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal / Pablo Falco Lopes. – Viçosa, MG, 2007.  
viii, 32f. : il. ; 29cm.

Inclui apêndice.

Orientador: Helio Garcia Leite.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 27-29.

1. Weibul - Modelos matemáticos. 2. Agrossilvicultura. 3. Eucalipto - Clones - Medição. I. Universidade Federal de Viçosa. II. Título.

CDD adapt. CDO 634.95211

PABLO FALCO LOPES

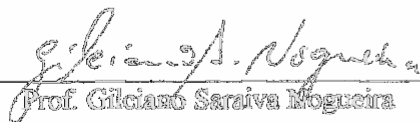
**MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE DIÂMETROS PARA CLONES DE  
EUCALIPTO EM SISTEMA AGROFLORESTAL**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 16 de julho de 2007.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Agostinho Lopes de Souza  
(Co-Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Carlos Pedro Boechat Soares  
(Co-Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Gilciano Saraiva Mogueira

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Márcio Lopes da Silva

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Cláudio Garcia Leite  
(Orientador)

A Deus.  
Ao meu pai, Urbano.  
À minha mãe, Terezinha.  
Ao meu irmão, Rodrigo.  
À minha irmã, Letícia.  
Aos amigos.

“Meu filho, você sabe muito bem que é obrigatório, e além do mais você tem que cumprir o seu dever com orgulho e dedicação.

Hhuuummm!!! Mamãe, eu não queria!!!”

Raul Seixas

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Helio Garcia Leite, pela confiança, pelos valiosos ensinamentos na vida profissional e pessoal.

Aos professores Carlos Pedro Boechat Soares, Agostinho Lopes de Souza e Marcio Leles Romarco de Oliveira, por oferecerem meu primeiro contato com a “grande área” denominada manejo florestal.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Departamento de Engenharia Florestal, pela oportunidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

À empresa Aço Florestal Ltda., pelo fornecimento dos dados para o presente estudo.

À toda minha família, em especial meus pais, Urbano dos Santos Lopes e Terezinha Falco Lopes, ao meu irmão Rodrigo Falco Lopes e à minha irmã Letícia Falco Lopes, pelo constante apoio, pela ajuda e contribuição para minha formação pessoal.

Aos amigos do Programa de Pós-Graduação, Cristhian, Ricardo, Marcio, José Mauro, Fabiano e Rodrigo.

Aos treieiros de Viçosa – MG.

Aos irmãos da República Kelvinator e agregados.

À todos os amigos de Vitória – ES.

À todas as mulheres desse maravilhoso mundo.

## **BIOGRAFIA**

PABLO FALCO LOPES, filho de Urbano dos Santos Lopes e Terezinha Falco Lopes, nasceu na cidade de Vitória, Espírito Santo, em 8 de dezembro de 1978.

Concluiu o Curso Primário na Escola Brasileira de Educação e Ensino e o científico na Escola de 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> Grau Nacional, ambas localizadas na cidade de Vitória, Espírito Santo.

Em 1998, ingressou no curso de Engenharia Florestal na Universidade Federal de Viçosa, graduando-se em janeiro de 2005.

Em agosto de 2006, iniciou o Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, na Universidade Federal de Viçosa, em nível de Mestrado, concluindo-o em janeiro de 2008.

## SUMÁRIO

	<b>Página</b>
RESUMO .....	v
ABSTRACT.....	vii
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. MATERIAL E MÉTODOS .....	3
2.1. Origem dos dados.....	3
2.2. Frequências de diâmetros estimadas .....	4
2.3. Redistribuição diamétrica teórica .....	9
2.4. Avaliação da redistribuição diamétrica.....	10
2.5. Capacidade produtiva .....	11
2.6. Altura total e volume de árvores .....	12
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	13
3.1. Frequências estimadas de diâmetros .....	13
3.2. Redistribuição diamétrica teórica (sistema) .....	14
3.3. Capacidade produtiva .....	18
3.4. Altura total e volume por árvore .....	19
3.5. Distribuição do volume por classe de diâmetro .....	20
4. CONCLUSÕES .....	26
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	27
6. APÊNDICE .....	30

## RESUMO

LOPES, Pablo Falco, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2007. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal.** Orientador: Hélio Garcia Leite. Co-Orientadores: Agostinho Lopes de Sousa e Carlos Pedro Boechat Soares.

O presente estudo teve como objetivo desenvolver e avaliar um modelo de distribuição de diâmetro para clones de eucalipto em sistema agroflorestal (SAF). Os dados foram provenientes de sistemas agroflorestais pertencentes à empresa Aço-Florestal do grupo Votarantim, no município de Paracatu, na região Noroeste do Estado de Minas Gerais. A recuperação das distribuições de diâmetros foi feita a partir de equações de regressão que correlacionam os parâmetros da função Weibull truncada a direita, ajustada pelo método da máxima verossimilhança em uma idade futura ( $\mathbf{b}_2$  e  $\mathbf{g}_2$ ), com parâmetros em uma idade atual ( $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{g}_1$ ) e com características do povoamento em idades atual e futura. Para avaliar a consistência e capacidade de projetar do sistema foram elaborados gráficos da distribuição média de diâmetros: distribuição inicial observada com a projetada para o mesmo momento inicial; distribuição observada em idade futura com a projetada para a mesma idade futura a partir de uma distribuição inicial; e distribuições projetadas para idades futuras a partir de diferentes distribuições iniciais. Perante essas análises pôde-se concluir que a função de densidade probabilidade Weibull completa e truncada à direita descreve de forma precisa a distribuição dos diâmetros por classe diamétrica em sistema agroflorestal. O



sistema de equações para modelagem do crescimento e produção em nível de distribuição diamétrica proposto neste estudo pode ser aplicado em povoamentos de clones de eucalipto sob SAF.

## ABSTRACT

LOPES, Pablo Falco, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2007. **A diameter distribution model for even-aged agroforest stand of eucalyptus clones.** Adviser: Hélio Garcia Leite. Co-Advisers: Agostinho Lopes de Sousa and Carlos Pedro Boechat Soares.

The objective of this study was to develop and evaluate a diameter distribution model of even-aged agroforest stand of eucalyptus clones. The data comes from an agroforest stand, owned by the Aço-Florestal Ltda. company that belongs to the Votorantim group, located in the northwest region of the Minas Gerais State, Brazil. The recovery of the diameter distributions was done starting from regression equations that correlate the parameters of the right hand side truncated Weibull function fitted by the maximum likelihood method in a future age ( $\mathbf{b}_2$  and  $\mathbf{g}_2$ ), with parameters in a current age ( $\mathbf{b}_1$  and  $\mathbf{g}_1$ ) and with characteristics of the stand in current and future ages. Diameter distributions graphs were built to evaluate the consistence and predicting capacity of the system of equations: initial distribution observed and the distribution predicted for the same initial moment; distribution observed in a future age and the distribution predicted for the same future age starting from an initial distribution; and predicted distributions for future ages starting from different initial distribution. Thus, those analyses allow concluding that the complete truncated right hand side Weibull density probability function describes the diameter distribution per diameter class in a precise way for agroforests. The system of equations to predict diameter distribution model can be applied in agroforest stand of eucalyptus clones.

## 1. INTRODUÇÃO

Modelos de distribuição de diâmetros são relativamente antigos. Em 1898, De Liocourt aplicou a função exponencial para estimar distribuições de frequência em povoamentos multiâneos. Em 1951, foi desenvolvida a função Weibull (WEIBULL, 1951). Em 1965, Cohen divulgou os estimadores de máxima verossimilhança para esta função. Contudo, somente em 1973 ela foi utilizada para modelar distribuições de diâmetro (BAILEY e DELL, 1973). Apesar da existência de outras distribuições, a função densidade probabilidade (*f.d.p.*) Weibull tem sido utilizada até os dias atuais para modelar distribuições de diâmetro, tendo como principal concorrente a *f.d.p.* Sb Johnson, em suas formas uni e bivariada (CAMPOS e LEITE, 2006).

Na maioria das vezes a função Weibull é empregada na sua forma padrão ou na forma completa sem truncamento, conforme mencionado por Mc Ewen e Parresol (1991). Os referidos autores apresentaram em 1991 algumas idéias sobre o uso desta função, com truncamento à esquerda e à direita e recomendaram que a função Weibull poderia ser usada com ou sem truncamento à esquerda e à direita. No apêndice são apresentados as funções densidade de probabilidade e os estimadores da média e da variância de todas as formas da função Weibull.

A função Weibull completa sem truncamento foi usada, entre outros, por Clutter e Allison (1974), Matney e Sullivan (1982), Knoebel *et al.* (1986). De 1974 até esta data, esta ainda é a forma mais usada.

Duas contribuições importantes sobre o uso desta função foram desenvolvidas por Silva (2001) e Nogueira (2003). O primeiro autor propôs o uso da função Weibull

completa com truncamento à direita e demonstrou o uso da função resultante de quatro parâmetros (local, forma, escala e truncamento à direita), em um modelo de distribuição de diâmetro ajustado para *Eucalyptus cloeziana* e *Eucalyptus urophylla*. O segundo autor desenvolveu um sistema consistente para estimar, por meio de projeção, distribuições diamétricas futuras, levando em consideração a distribuição atual. O sistema desenvolvido foi ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* L.f. no Estado do Mato Grosso e do híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* na região Noroeste do Estado da Bahia. Uma pesquisa interessante no momento é avaliar a alternativa de uso simultâneo desses dois trabalhos, ou seja, utilizar a função apontada por Silva (2001) no sistema de equações proposto por Nogueira (2003).

Outros estudos sobre modelagem em nível de distribuição diamétrica em povoamentos de eucalipto no Brasil foram desenvolvidos por Leite (1990), Guimarães (1994) e Soares (2006). No primeiro autor, os parâmetros  $b$  e  $g$  da função Weibull foram relacionados com características do povoamento, sem considerar a idade atual e futura. Os outros dois autores utilizaram modelos de passo invariante. Todos esses estudos foram conduzidos com dados de povoamento de eucalipto não-desbastados.

Qualquer uma das formas da função Weibull pode ser facilmente ajustada pelo método dos momentos (SHIFLEY e LENTZ, 1985), pelo método dos percentis (ZANKIS, 1979), ou pelo método da máxima verossimilhança (WINGO, 1988; GOVE e FAIRWEATHER, 1989). Na maioria dos trabalhos este último método tem sido muito eficiente.

Diante dessas considerações e da inexistência de modelagem em nível de distribuição diamétrica para sistemas agroflorestais no Brasil, foi conduzido este estudo visando construir e avaliar um modelo de distribuição de diâmetro de passo invariante.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Origem dos dados

Os dados para esse estudo foram provenientes de sistemas agroflorestais pertencentes à empresa Aço-Florestal Ltda. do Grupo Votorantim, no município de Paracatu, na região Noroeste do Estado de Minas Gerais. De acordo com Golfari (1975), esse município se encontra entre as coordenadas 17°13'00" S e 46°52'00" O.

O clima da região é do tipo Aw – tropical úmido de savana, com inverno seco e chuvoso. A temperatura média máxima anual é de 29 °C e a mínima de 17 °C. A precipitação média anual é de 1.438 mm, concentrando-se no semestre mais quente, sendo o mês mais seco inferior a 60 mm. O período mais seco ocorre de abril a outubro. A evaporação potencial anual atinge entre 1.000 e 1.200 mm. A altitude média é de 550 m e o relevo varia de plano a suave-ondulado. O solo é classificado como Latossolo Vermelho-Amarelo distrófico, de textura argilosa (16,25% de areia, 21,50% de silte e 62,25% de argila), fase cerrado, de baixa fertilidade e de alta acidez (GOLFARI, 1975).

A tipologia vegetal original insere-se no domínio do cerrado (IBGE, 2004), tendo várias tipologias desde campos cerrados, cerradão e enclaves de florestas ciliares subperenifólias, principalmente nas margens dos rios (GOLFARI, 1975).

O sistema agroflorestal foi implantado no espaçamento 10 x 4 m. Parcelas permanentes, de 1.200 m<sup>2</sup>, englobando três fileiras de dez árvores, foram estabelecidas, por amostragem casual estratificada, com uma intensidade de 1:10 (uma parcela para cada 10 ha). Não foram lançadas parcelas em talhões com área inferior a 15 ha. Em cada

parcela foram medidos os diâmetros de todas as árvores e a altura total das dez primeiras. Foi medida também a altura de três árvores dominantes por parcela. Outros detalhes sobre o SAF podem ser obtidos em Tsukamoto (1999).

Após a mensuração das parcelas, foram selecionadas as árvores para abate e cubagem, sendo o plantio classificado em estratos, tendo como critério de estratificação o material genético, a fazenda, o projeto e a classe de idade.

Para cada estrato foram cubadas seis árvores-amostra por classe de diâmetro, sendo essas classes com amplitude de 2,0 cm. Eventualmente a maior classe ficou com um número menor de árvores. Em cada classe de diâmetro, as árvores foram selecionadas em diferentes locais, de modo a abranger as diferentes capacidades produtivas: “altas”, “baixas” e “intermediárias” (duas árvores para cada capacidade produtiva). As árvores tiveram o *dap* medido quando ainda em pé e, após o seu abate, foi medida, com uma trena, a sua altura total. Em cada árvore abatida foram medidos os diâmetros com e sem casca nas posições: 0,0, 0,5, 1,0, 2,0 e 4,0 m, e assim, a cada dois metros, até a altura onde o diâmetro comercial com casca fosse de 4,0 cm.

Um total de 158 parcelas permanentes foi mensurado em três ocasiões (2004, 2005 e 2006), abrangendo idades 21 a 90 meses. Um total de 1059 árvores-amostra foram abatidas e cubadas ao longo desses três anos. Todos os dados de inventário florestal e cubagem foram consistidos e processados utilizando o sistema *Sifcub* versão 5.1 (disponível em: <http://www.treesoftware.com.br> >).

## 2.2. Frequências de diâmetros estimadas

Com intuito de estimar o número de árvores por classe de diâmetro, foi ajustada para cada parcela a função densidade de probabilidade (*f.d.p.*) Weibull completa e truncada a direita, da forma:

$$f_T(x) = \frac{(g/b) \left( \frac{x-a}{b} \right)^{g-1} \cdot e^{-\left( \frac{x-a}{b} \right)^g}}{1 - e^{-\left( \frac{T-a}{b} \right)^g}}, \quad a \leq x \leq T, \quad a > 0, \quad b > 0 \text{ e } g > 0,$$

em que

$x$  = centro de classe de diâmetro, em cm;

$\mathbf{a}$  = limite inferior da menor classe de diâmetro ( $d \min$ ), em cm;

$\mathbf{b}$  e  $\mathbf{g}$  = parâmetros de escala e forma, e

$T$  = é o ponto de truncamento, sendo o limite superior da maior classe de diâmetro ( $d \max$ ), em cm.

$$\text{Sendo } \mathbf{m} = \left( \frac{x - \mathbf{a}}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}}, \quad du = \left( \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} \right) \left( \frac{x - \mathbf{a}}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}-1} e \quad x = \mathbf{m}^{1/\mathbf{g}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a},$$

$\mathbf{a}$  o parâmetro de local,  $\mathbf{b}$  o parâmetro de escala e  $\mathbf{g}$  o parâmetro de forma, então, conforme Jonson e Kotz (1970), a relação  $x = \mathbf{a} + \mathbf{b}x'$  é necessária para definir as expressões de momento das funções de três parâmetros e padrão. Estas transformações permitem determinar os estimadores de média e da variância (momentos) para todas as formas da função Weibull. Para a função Weibull truncada à direita utilizada neste estudo,

$$\mathbf{m}'_k = \frac{1}{1 - e^{-\left(\frac{T-\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)^{\mathbf{g}}}} \cdot \sum_{n=0}^k \binom{n}{k} \mathbf{b}^{k-1} \mathbf{a}^n \mathbf{y} \left( (k-1)/c + 1, \left( (T-\mathbf{a})/\mathbf{b} \right)^{\mathbf{g}} \right).$$

Na forma padrão, resulta em:

$$f(x') = \frac{\mathbf{g}x'^{\mathbf{g}-1} \cdot e^{-x'^{\mathbf{g}}}}{1 - e^{-T'^{\mathbf{g}}}}, \quad 0 \leq x' \leq T', \quad \mathbf{g} > 0 \quad e$$

$$\mathbf{m}'_k = \int_0^{T'^{\mathbf{g}}} u^{k/\mathbf{g}} e^{-u} \frac{1}{1 - e^{-T'^{\mathbf{g}}}} = \frac{1}{1 - e^{-T'^{\mathbf{g}}}} \mathbf{y} \left( k/\mathbf{g} + 1, T'^{\mathbf{g}} \right).$$

$\mathbf{y}$  denota a função gama incompleta, sendo que,

$$\mathbf{G}(n) = \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-u} du, \quad n > 0 \quad (\text{função gama});$$

$$\Gamma_{(n,r)} = \int_0^r u^{n-1} e^{-u} du, \quad n > 0 \quad (\text{função gama incompleta e normalizada});$$

$$\mathbf{G}(n,r) = \int_r^{\infty} u^{n-1} e^{-u} du = \mathbf{G}(n) \cdot \mathcal{Y}_{(n,r)} \quad (\text{função gama incompleta}).$$

Com as definições dos momentos não-centrais da função Weibull, as seguintes expressões são utilizadas para obter as estimativas de média, da variância e dos coeficientes de assimetria e curtose, respectivamente:

$$E[X] = \mathbf{m}'_1 \quad (\text{onde } k = 1, \text{ primeiro momento});$$

$$E[X^2] - (E[X])^2 = \mathbf{m}'_2 - \mathbf{m}'_1{}^2;$$

$$\sqrt{\mathbf{b}_1} = \frac{\mathbf{m}'_3 - 3\mathbf{m}'_2\mathbf{m}'_1 + 2\mathbf{m}'_1{}^3}{(\mathbf{m}'_2 - \mathbf{m}'_1{}^2)^{3/2}};$$

$$\mathbf{b}_2 = \frac{\mathbf{m}'_4 - 4\mathbf{m}'_3\mathbf{m}'_1 + 6\mathbf{m}'_2\mathbf{m}'_1{}^2 - 3\mathbf{m}'_1{}^4}{(\mathbf{m}'_2 - \mathbf{m}'_1{}^2)^2};$$

Para as demais formas da função Weibull, os estimadores foram relacionados no apêndice.

Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros da função Weibull truncada à direita podem ser obtidos conforme Wingo (1988) ou Gove e Fairweather (1989).

A idéia do método da máxima verossimilhança consiste em selecionar, entre os valores possíveis dos parâmetros populacionais, aqueles que tornem mais provável a ocorrência de uma amostra idêntica àquela que efetivamente se obteve.

Conhecida uma amostra concreta (nesse estudo, frequência por classe), a distribuição de probabilidade conjunta fica apenas em função dos parâmetros da Weibull. Diferentes valores desses parâmetros originam diferentes valores para a probabilidade de ocorrência de uma determinada amostra. O estimador da máxima verossimilhança será o valor dos parâmetros que torna aquela amostra concreta mais provável.



Seja uma parcela de população X com a função de densidade probabilidade Weibull completa e truncada à direita designada por  $f(z, \mathbf{q})$ , onde  $\mathbf{q}$  são os parâmetros  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{g}$  de que depende a distribuição de probabilidade X e,  $z$  é o número de árvores para classe de diâmetro  $x$ . Então, para este caso, designa-se por função de máxima verossimilhança  $L(\mathbf{q}) = L(\mathbf{q} | z_1, z_2, \dots, z_n)$  a função do parâmetro  $\mathbf{q}$  conhecida na amostra (parcela)  $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , tal que:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{q}) &= L(\mathbf{q} | z_1, z_2, \dots, z_n) \\ &= f(z_1, z_2, \dots, z_n; \mathbf{q}) \\ &= f(z_1; \mathbf{q}) \cdot f(z_2; \mathbf{q}) \dots f(z_n; \mathbf{q}) \\ &= \prod_{i=1}^n f(z_i; \mathbf{q}) \end{aligned}$$

Dado que X é contínua, cada valor de  $\mathbf{q}$  origina um valor de  $L$  coincidente com o da função densidade conjunta de  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  calculada no ponto  $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , para esse  $\mathbf{q}$ .

Uma vez obtida a parcela (frequência por classe de diâmetro), restam calcular os valores de  $(z_1, z_2, \dots, z_n)$  e o valor de  $\mathbf{q}$  que torna aquela amostra concreta mais provável.

Dessa forma, se  $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}(z_1, z_2, \dots, z_n)$  é o valor de  $\hat{\theta} \in \Theta$  que maximiza  $L(\mathbf{q} | z_1, z_2, \dots, z_n)$ , então,  $\hat{\theta}$  é o estimador de máxima verossimilhança para  $\mathbf{q}$ . Assim, a função de verossimilhança fica da forma:

$$L(x; \mathbf{b}, \mathbf{g}) = \prod_{i=1}^n L_n \left( z_i \cdot \frac{\left( \frac{g}{b} \right) \left( \frac{x_i - a_j}{b} \right)^{g-1} \cdot e^{-\left( \frac{x_i - a_j}{b} \right)^g}}{1 - e^{-\left( \frac{T_j - a_j}{b} \right)^g}} \right)$$

em que

$Z_i$  = frequência na i-ésima classe de diâmetro da j-ésima parcela;

$x_i$  = centro da i-ésima classe de diâmetro da j-ésima parcela;

$a_j$  = limite inferior da menor classe de diâmetro da j-ésima parcela;

$T_j$  = limite superior da maior classe de diâmetro da  $j$ -ésima parcela; e

$\mathbf{b}$  e  $\mathbf{g}$  = parâmetros de escala e forma.

Porém, como deseja estimar dois parâmetros da *f.d.p.* Weibull completa e truncada à direita, deve-se maximizar a derivada primeira para cada um dos parâmetros  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{g}$ , então, para obter o estimador segue que:

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{q}}{\text{MAX}} L(x; \mathbf{b}, \mathbf{g}) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{b}} \left( \prod_{i=1}^n L_n \left( z_i \frac{\left( \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} \right) \left( \frac{x_i - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}-1} e^{-\left( \frac{x_i - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}}}}{1 - e^{-\left( \frac{T_j - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}}}} \right) \right) + EB = 0 \\ \underset{\mathbf{q}}{\text{MAX}} L(x; \mathbf{b}, \mathbf{g}) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{g}} \left( \prod_{i=1}^n L_n \left( z_i \frac{\left( \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} \right) \left( \frac{x_i - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}-1} e^{-\left( \frac{x_i - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}}}}{1 - e^{-\left( \frac{T_j - \mathbf{a}_j}{\mathbf{b}} \right)^{\mathbf{g}}}} \right) \right) + EG = 0 \end{aligned}$$

Essas duas equações, quando igualadas a zero (0) se tornam função objetivo de um problema de programação não-linear (PPNL). Dessa forma, gerou-se duas funções objetivo para o modelo de (PNL). Visando solucionar esse inconveniente, acrescentou-se uma variável para cada uma das derivadas primeiras (EB e EG). Portanto, as duas equações se tornam restrições e a função objetivo do modelo do PPNL fica então:

$$\text{MIN } EB + EG$$

Porém, visando aumentar a eficiência no tempo de obtenção dos parâmetros, optou-se por utilizar o software *Kyplot* versão 5.0 (disponível em: <<http://www.kyenslab.com/en/>>).

A função Weibull com truncamento à direita foi ajustada aos dados de distribuição de diâmetros observados de cada parcela para cada medição de inventário. Os dados foram agrupados em classes com amplitude de 1,0 cm e os ajustes foram realizados empregando o método da máxima verossimilhança disponível no software *Kyplot*. A avaliação quantitativa do ajuste foi feita através da análise de gráficos que comparam a distribuição de diâmetros média observada com a estimada.

### 2.3. Redistribuição diamétrica teórica

Nogueira (2003) desenvolveu três sistemas de equações que correlacionam parâmetros da função Weibull completa com características do povoamento. Tais sistemas consideram os parâmetros da função como variáveis dependentes em uma idade futura e independentes em uma idade atual. Algumas equações foram desenvolvidas aplicando com base no modelo proposto por Pienaar e Shiver (1981). Devido ao fato de que as equações foram ajustados para florestas convencionais de *Eucalyptus* sp., com base em análises prévias, foram inseridas algumas modificações, sendo utilizado neste estudo o seguinte sistema de equações:

$$d \min_2 = d \min_1 . e^{-c_1(I_2^{c_2} - I_1^{c_2})} + \mathbf{e}$$

$$d \max_2 = d \max_1 . e^{-c_3(I_2^{c_4} - I_1^{c_4})} + \mathbf{e}$$

$$\text{Ln} \mathbf{g}_2 = \text{Ln} \mathbf{g}_1^{c_5} . e^{-c_6(I_2^{c_7} - I_1^{c_7})} + \mathbf{e}$$

$$\text{Ln}(1/\mathbf{b}_2) = \text{Ln}(1/\mathbf{b}_1)^{c_8} . e^{(I_2^{c_9} - I_1^{c_9})} + c_{10} \text{Ln}(N \max_1) + c_{11} \text{Ln}(\mathbf{g}_2) + \mathbf{e}$$

$$N_2 = N_1 . e^{-c_{12}(I_2^{c_{13}} - I_1^{c_{13}})} + \mathbf{e}$$

em que

$I_2$  = idade futura, em meses;

$I_1$  = idade atual, em meses;

$\mathbf{g}_2$  = parâmetro de forma em  $I_2$  ;

$\mathbf{g}_1$  = parâmetro de forma em  $I_1$  ;

$\mathbf{b}_2$  = parâmetro de escala em  $I_2$  ;

$\mathbf{b}_1$  = parâmetro de escala em  $I_1$  ;

$d \max_2$  = diâmetro máximo em  $I_2$  (cm);

$d \max_1$  = diâmetro máximo em  $I_1$  (cm);

$d \min_2$  = diâmetro mínimo em  $I_2$  (cm);

$d \min_1$  = diâmetro mínimo em  $I_1$  (cm);

$N_2$  = número de árvores por ha em  $I_2$  ;

$N_1$  = número de árvores por ha em  $I_1$  ;

$Ln$  = logaritmo neperiano;

$N \max_1$  = número de árvores na classe de diâmetro de maior frequência em  $I_1$ ;

$c_i$  = parâmetros a serem estimados; e

$e$  = erro aleatório independente, com média zero e variância constante.

$$z = \sum_i \left( Y_i - \hat{Y}_i \right)^2.$$

Embora existam variáveis exógenas e endógenas, em um sistema de equações simultâneas do tipo não-linear, optou-se pela solução mais simples, minimizando-se a função  $z = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$  por procedimentos iterativos disponíveis no software *Statistica* versão 7.0 (StatSoft, Inc., 2006). O ajuste foi feito para cada parcela e medição.

#### 2.4. Avaliação da redistribuição diamétrica

Avaliou-se a redistribuição de diâmetros pela capacidade do sistema de equações em recuperar os diâmetros mínimo ( $d \min_2$ ) e máximo ( $d \max_2$ ), o número total de árvores ( $N_2$ ) e os parâmetros Gama ( $g_2$ ) e Beta ( $b_2$ ). Para isso, analisou-se o coeficiente de determinação ajustado ( $\bar{r}_{yy}^2$ ) para modelos lineares, o coeficiente de correlação entre os valores observados e estimados ( $r_{yy}^{\wedge}$ ) para modelos não-lineares e a análise gráfica dos resíduos.

Para avaliar a consistência, capacidade de projetar e realidade biológica do sistema, foram elaborados gráficos da distribuição média de diâmetros: distribuição inicial observada com a projetada para o mesmo momento inicial (Figura 1(a)); distribuição observada em idade futura com a projetada para a mesma idade futura a partir de uma distribuição inicial (Figura 1(b)); e distribuições projetadas para idades futuras a partir de diferentes distribuições iniciais (Figura 1(c)).

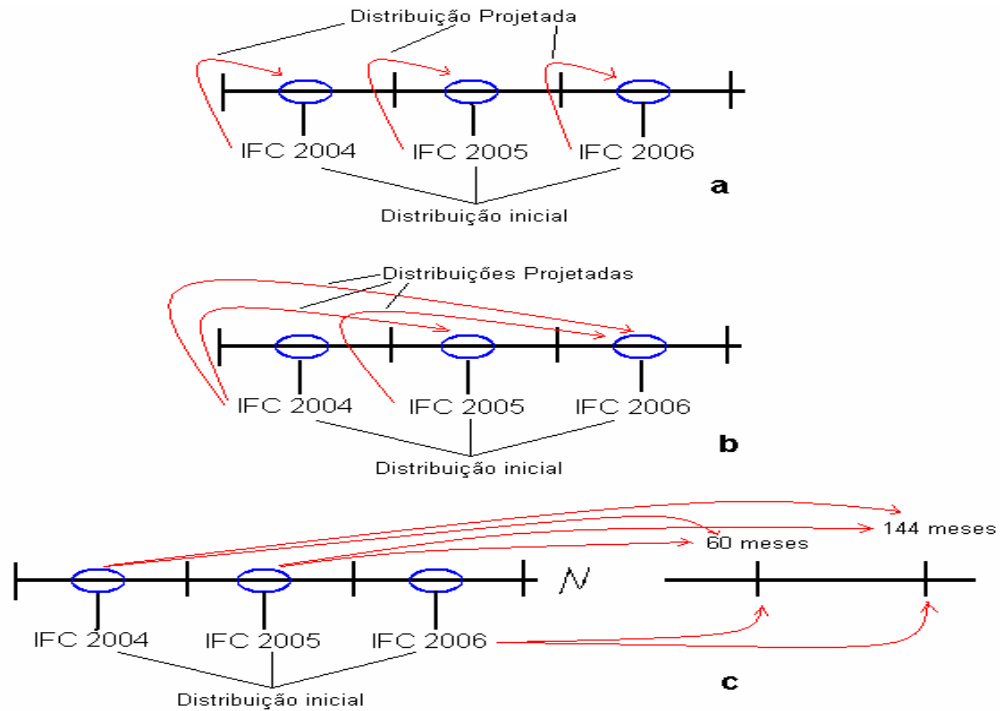


Figura 1 – Esquema para exemplificar simulações da projeção da distribuição de diâmetros.

## 2.5. Capacidade produtiva

A capacidade produtiva foi determinada pelo método da Curva-guia, com idade-índice de 72 meses, através do ajuste dos modelos sigmoidais Richards e Logística, cujas relações funcionais:

$$Hd = \mathbf{b}_0 \cdot \left(1 + e^{(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 \cdot I)}\right)^{-(1/\mathbf{b}_3)} + \mathbf{e} \quad (\text{Richards})$$

$$Hd = \mathbf{b}_0 \cdot \left(I + e^{(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 \cdot I)}\right)^{-1} + \mathbf{e} \quad (\text{Logística})$$

em que

$Hd$  = média das alturas dominantes por parcela, em metros;

$I$  = idade em meses;

$e$  = exponencial;

$\mathbf{b}_0$ ,  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$  e  $\mathbf{b}_3$  = parâmetros a serem estimados; e

$\mathbf{e}$  = erro aleatório,  $\mathbf{e} \sim \text{NID}(0, \mathbf{s}^2)$ .

## 2.6. Altura total e volume de árvores

De posse dos dados de cada árvore individual, das três medições, e das estimativas de índices de local, foi ajustado o modelo:

$$Ht = b_0 + b_1 I + b_2 S + b_3 \ln(I \cdot dap) + e,$$

em que

$Ht$  = altura total, em metros;

$I$  = idade, em meses;

$S$  = índice de local, em metros;

$dap$  = diâmetro a 1,3 m da base, em cm; e

$e$  = erro aleatório,  $e \sim \text{NID}(0, s^2)$ .

De posse dos dados das árvores-amostra, foi ajustado o modelo de Schumacher e Hall (1933) utilizando o software *Sifcub* versão 5.1. Foram geradas equações específicas para cada fazenda, clone, idade e material genético, a partir do modelo:

$$\ln V = b_0 + b_1 \ln(dap) + b_2 \ln(Ht) + e$$

em que,

$V$  = volume real do fuste, em  $\text{m}^3$ ;

$dap$  = diâmetro com casca a 1,3 metros de altura do solo, em cm;

$Ht$  = altura total, em m;

$\ln$  = logaritmo neperiano;

$b_i$  = parâmetros do modelo a serem estimados; e

$e$  = erro aleatório,  $e \sim \text{NID}(0, s^2)$ .

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Frequências estimadas de diâmetros

Na maioria das parcelas e medições a distribuição de diâmetros média estimada para a floresta (SAF) ficou muito próxima da distribuição observada (Figuras 2 e 3). Verifica-se que a função Weibull com truncamento à direita foi eficiente para descrever a dinâmica da distribuição dos diâmetros ao longo do tempo (Figura 3).

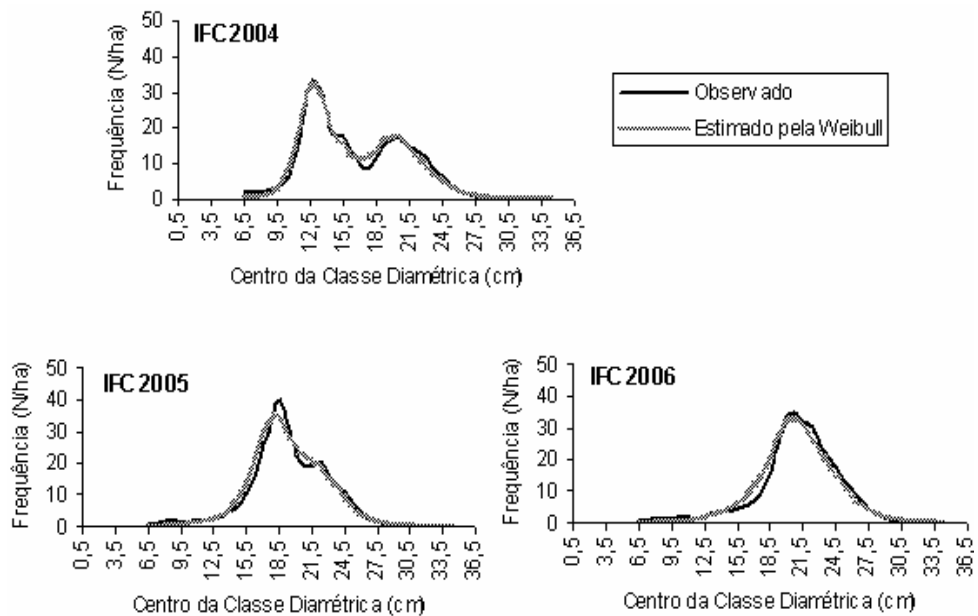


Figura 2 – Distribuição diamétrica média estimada e observada na floresta (SAF) em cada ano de medição das parcelas do inventário florestal contínuo (IFC).

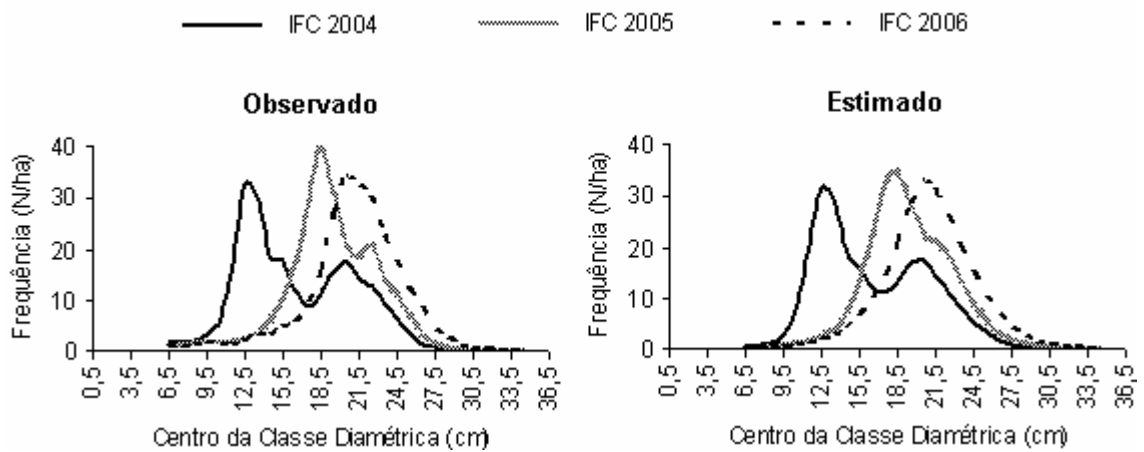


Figura 3 – Dinâmica da distribuição diamétrica média da floresta ao longo do tempo.

### 3.2. Redistribuição diamétrica teórica (sistema)

O sistema de equações ajustado é apresentado na Tabela 1, onde se observam valores relativamente altos de coeficiente de correlação e a Figura 4 mostra os gráficos de resíduo e dos valores observados e recuperados. Um ponto a ser observado na Tabela 1 é que os parâmetros c5 e c8 não atendem ao critério compatibilidade. Porém, esses parâmetros melhoraram a qualidade do ajuste, além disso, modelos do crescimento e produção são aplicados para promover projeções em idades futuras e não para idade atual.

Tabela 1 – Parâmetros estimados e coeficientes de correlação das equações do modelo de distribuição diamétricas

Equações	R " (%)	Coefficiente	Valor
$\hat{d}_{\min 2} = d_{\min 1} \cdot e^{-c_1(I_2^{c_2} - I_1^{c_2})}$	91,07	c1	11,78642
		c2	-0,84043
$\hat{d}_{\max 2} = d_{\max 1} \cdot e^{-c_3(I_2^{c_4} - I_1^{c_4})}$	89,67	c3	9,87589
		c4	-0,70881
$\hat{\ln \gamma_2} = \ln \gamma_1^{c_5} \cdot e^{-c_6(I_2^{c_7} - I_1^{c_7})}$	74,52	c5	0,64462
		c6	1,60771
		c7	-1,30623
$\hat{\ln(\hat{\beta}_2)} = \ln(\hat{\beta}_1)^{c_8} \cdot e^{(I_2^{c_9} - I_1^{c_9})} + c_{10} \ln(N_{\max 1}) + c_{11} \ln(\gamma_2)$	80,23	c8	0,56418
		c9	-0,33785
		c10	-0,73350
		c11	5,70813
$N_2 = N_1 \cdot e^{-c_{12}(I_2^{c_{13}} - I_1^{c_{13}})} + \epsilon$	97,3	c12	0,02698
		c13	0,12599



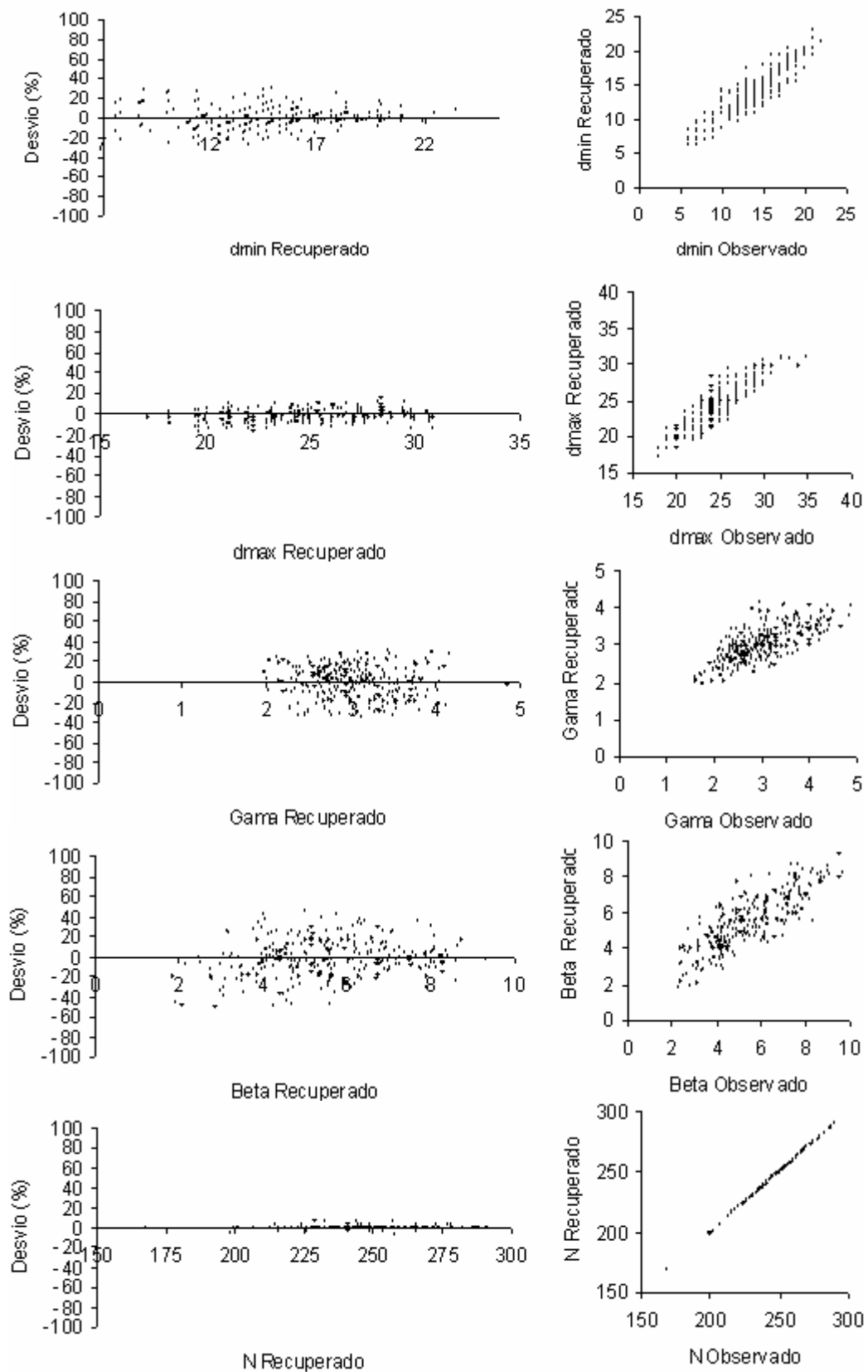


Figura 4 – Gráficos da distribuição de resíduos e dos valores observados e recuperados dos parâmetros do modelo de distribuição de diâmetros.

Em estudos de modelagem e prognose, quanto mais próximas as idades inicial e de projeção, melhor é o comportamento do modelo. Isto pode ser confirmado na Figura 5, onde as idades médias nos IFC's foram de 38, 51 e 59 meses. Na prática, as projeções devem ser feitas a partir da última medição disponível, neste caso, o IFC 2006.

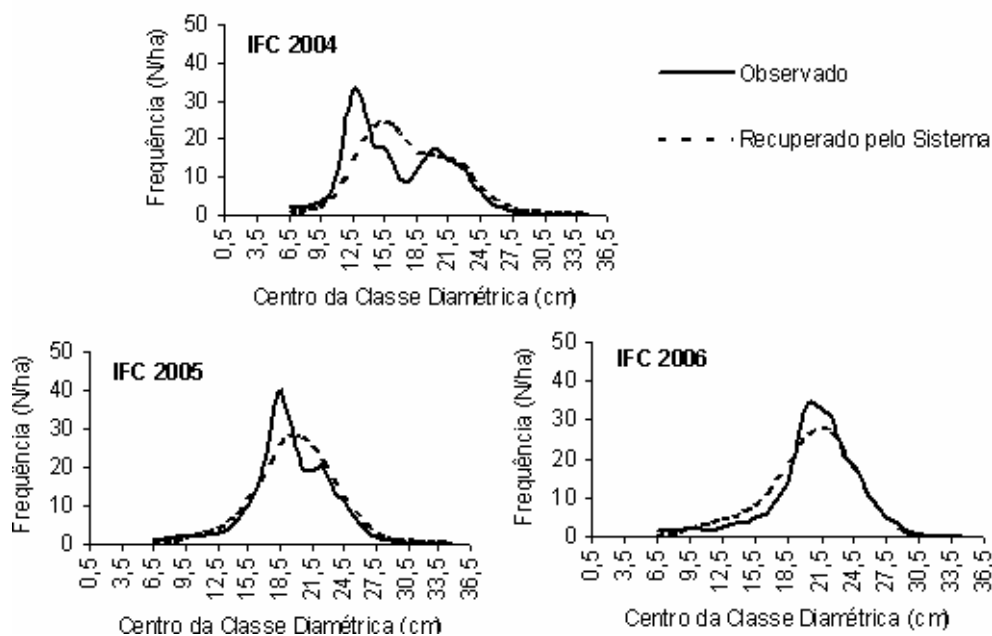


Figura 5 – Redistribuição diamétrica teórica para inventários 2004, 2005 e 2006, a partir do próprio IFC.

Um modelo de distribuição de diâmetros deve contemplar a dinâmica da distribuição dos diâmetros ao longo do tempo. Verifica-se na Figura 6 que as estimativas foram relativamente mais precisas ao projetar de 2005 para 2006 e de 2004 para 2005, quando comparado com a projeção feita de 2004 para 2006. Em parte, a perda de precisão se deve às mudanças tecnológicas que vêm ocorrendo no SAF. Isto pode ser confirmado ao analisar a Figura 7, uma vez que os SAF's mais recentes foram implantados em 2004 e, portanto, aparecem como *input* no IFC 2006.

Para analisar o comportamento biológico do modelo ao longo do tempo, projetou-se a distribuição dos diâmetros da floresta ano a ano, a partir do IFC 2006 (Figura 8). A evolução da distribuição diamétrica mostra o comportamento natural de povoamentos equiâneos dado que as curvas se achatam, se deslocam para a direita e as áreas correspondentes aos ingressos diminuem com o tempo. Os ingressos de árvores em novas classes de diâmetro decrescem a cada ano, permitindo identificar, conforme Garcia (1999), idades técnicas de corte ou desbaste.

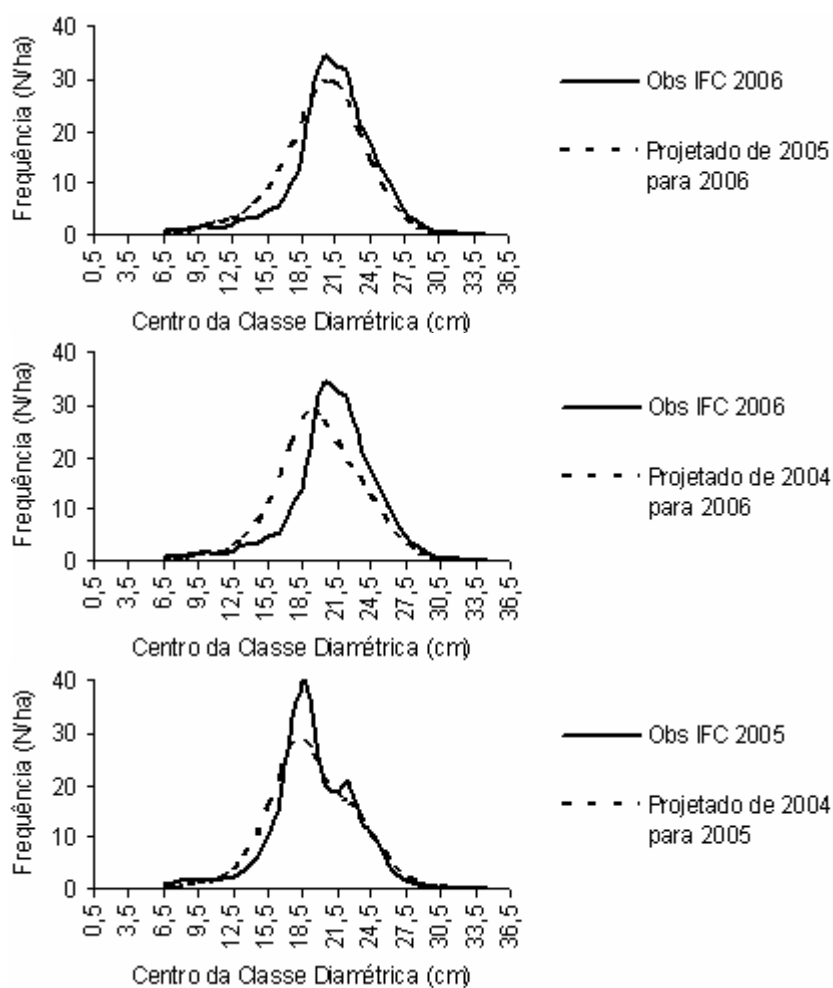


Figura 6 – Distribuições diamétricas observadas e projetadas a partir de diferentes *inputs*.

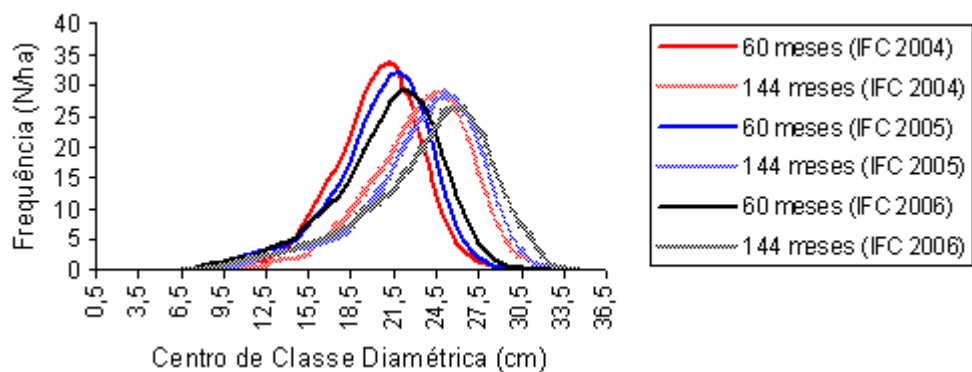


Figura 7 – Distribuição diamétrica projetada a partir de cada IFC para 60 e 144 meses.

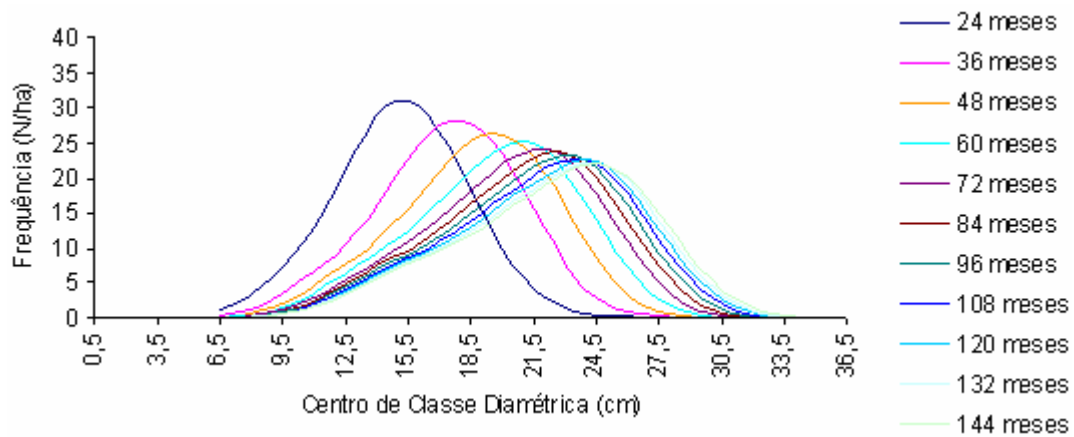


Figura 8 – Distribuições diamétricas projetadas.

### 3.3. Capacidade produtiva

Conforme o item 2, os modelos Richards e Logístico foram ajustados por fazenda e clone. Após consistência dos dados e modelagem pelo *Sifprog*, foram construídos feixes de curvas de índice de local para cada estrato, adotando uma idade-índice de 72 meses. Com base no conceito de índice de local ( $Hd = S \Leftrightarrow I = I_i$ ):

$$S = Hd \left( 1 + e^{(b_1 - b_2 I)} \right)^{(1/b_3)} \left( 1 + e^{(b_1 - b_2 I_i)} \right)^{-(1/b_3)} \quad (\text{Richards})$$

$$S = Hd \left( 1 + e^{(b_1 - b_2 I)} \right) \left( 1 + e^{(b_1 - b_2 I_i)} \right)^{-1} \quad (\text{Logística})$$

Os parâmetros para cada estrato são apresentados na Tabela 2. A curva-guia obtida para cada estrato é apresentada na Figura 9. Esta estratificação foi feita apenas com propósito de tornar a equação de altura total mais eficiente, uma vez que, conforme Campos e Leite (2006), para fins de mapeamento da capacidade produtiva deveria ser gerado uma única curva-guia.

Tabela 2 – Parâmetros estimados e coeficiente de correlação ( $r^2_{yy}$ ) estimado por estrato

Estrato	Modelo	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$r^2_{yy}$ (%)
1	Richards	30,95916	-6,66521	0,04521	0,00047	93,65
2	Richards	40,40780	-6,71525	0,03686	0,00044	98,37
4	Richards	48,25389	-3,86667	0,02276	0,00936	96,88
5	Richards	34,97295	1,91444	0,04102	1,21375	92,71
6	Richards	31,36790	-5,99718	0,04824	0,00087	98,10
7	Richards	43,25395	-3,21451	0,02273	0,02285	96,76
8	Logística	31,87886	2,00845	0,06627	-	97,87
12	Logística	44,23944	2,01621	0,04085	-	97,79

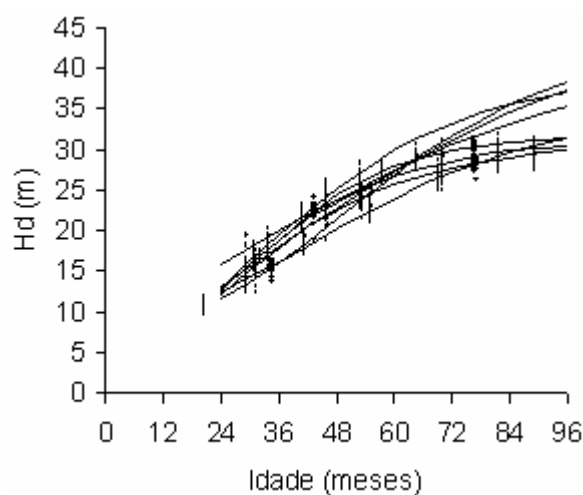


Figura 9 – Alturas dominantes observadas e curvas-guia estimadas para diferentes estratos.

### 3.4. Altura total e volume por árvore

As alturas totais foram estimadas ao aplicar a equação de altura proposta no item 2.6 para cada classe de diâmetro. A partir da equação estimada para a floresta,  $Ht = -48,34692 + 0,03119 (I) + 0,032832 (S) + 8,81049 \cdot \ln(I \cdot dap)$ , com coeficiente de determinação ajustado ( $\overline{R^2}_{yy}$ ) igual a 92,10 %, foi elaborada a Figura 10.

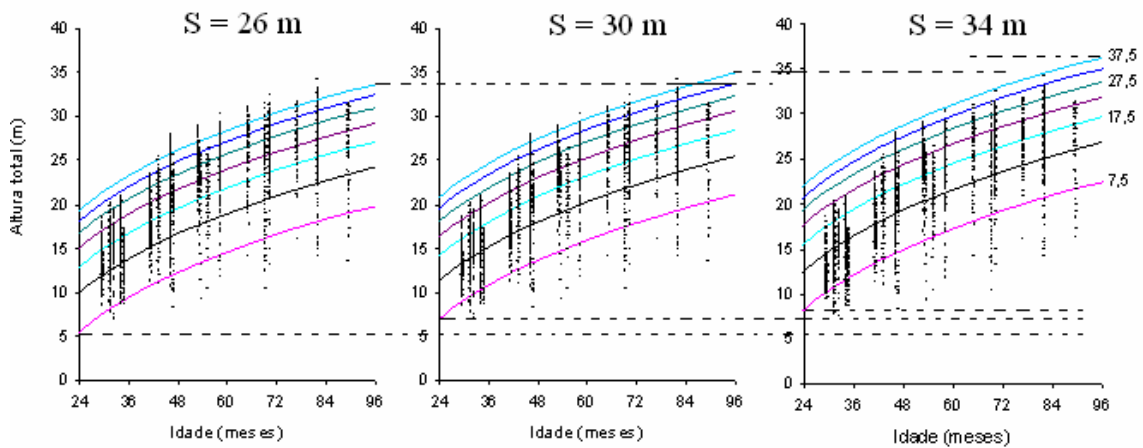


Figura 10 – Alturas totais observadas e estimadas para os índices de local 26, 30 e 34 m, e classes de *dap* variando de 7,5 a 37,5.

Analisando os feixes que representam a altura estimada ao longo do tempo para cada classe de diâmetro (Figura 10), verifica-se que quanto maior o porte da árvore menor é a distância entre os feixes, indicando o comportamento biológico coerente da correlação do crescimento da altura em função do diâmetro. Verifica-se, ainda, que quanto maior a capacidade produtiva, para uma mesma classe de diâmetro, maior a altura.

As equações de volume estimadas a partir do modelo de Shumacher e Hall (item 2.6) para cada estrato de cubagem, são apresentadas na Tabela 3. Essas equações foram utilizadas para quantificação das distribuições volumétricas.

### 3.5. Distribuição do volume por classe de diâmetro

As distribuições médias de volume por classe de diâmetro, observadas e estimadas, em 2004, 2005 e 2006, são apresentadas na Figura 11. Os volumes projetados de 2005 para 2006, de 2004 para 2005 e de 2004 para 2006 seguiram os mesmos padrões das distribuições de frequência, com menor precisão à medida em que aumenta o intervalo usado na projeção (Figura 12).

A distribuição do volume por classe de diâmetro, para toda a floresta sob SAF, projetada para diferentes idades, é apresentada na Figura 13. Embora o modelo de distribuição diamétrica tenha sido ajustado para toda a floresta, ele é flexível para projetar as distribuições para qualquer compartimento da floresta (Figura 14). Isto é possível devido a natureza invariante do sistema de equações e da recorrência implícita nas relações funcionais.

Tabela 3 – Estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher e Hall por estrato

FAZENDA	PROJETO	ANO	CLONE	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$r^2$ (%)
FBS	MALHADA	2003	1	-10,34641	1,85837	1,5420	99,45
FBS	MALHADA	2003	2	-9,85010	1,94133	0,85523	98,70
FBS	MALHADA	2003	3	-10,54389	1,93463	1,16472	99,68
FBS	MALHADA	2003	4	-9,47401	2,07830	0,54045	98,27
FBS	MALHADA	2003	5	-9,83115	2,71240	0,06299	97,78
FBS	MALHADA	2003	6	-9,99179	2,54849	0,33898	97,87
FBS	MALHADA	2003	7	-10,71712	2,83987	0,30636	98,70
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	8	-9,37804	1,88049	0,75334	98,24
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	9	-10,09671	1,96146	0,93183	98,95
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	10	-9,87172	1,95675	0,85765	99,67
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	11	-10,33890	1,56767	1,42225	99,23
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	12	-9,76205	2,12089	0,67264	99,71
FBS	SETENTA_E_QUATRO	2003	13	-9,56211	1,93292	0,75123	97,41
FRI	MANGALEIRO	1998	14	-9,72841	2,21048	0,61005	97,45
FRI	MANGALEIRO	1999	15	-10,77700	1,65442	1,45734	99,20
FRI	MANGALEIRO	1999	16	-10,01393	1,97046	0,91885	98,92
FRI	MANGALEIRO	1999	17	-10,14650	1,55725	1,34941	98,86
FRI	MANGALEIRO	1999	18	-10,14650	1,55725	1,34941	98,86
FRI	MANGALEIRO	2000	19	-9,90483	1,21818	1,60535	98,99
FRI	MANGALEIRO	2000	20	-10,45790	2,15645	0,85834	97,06
FRI	MANGALEIRO	2000	21	-9,90483	1,21818	1,60535	98,99
FRI	MANGALEIRO	2001	22	-10,26321	1,75510	1,23363	99,49
FRI	MANGALEIRO	2001	23	-9,87246	1,35909	1,46417	99,15
FRI	MANGALEIRO	2001	24	-9,72523	1,46245	1,34970	99,11
FRI	MANGALEIRO	2001	25	-10,45124	1,51279	1,50035	98,96
FRI	MANGALEIRO	2001	26	-10,28526	1,68945	1,29611	99,08
FRI	MANGALEIRO	2001	27	-10,15322	1,78603	1,14510	99,19
FRI	MANGALEIRO	2002	28	-10,00640	1,95447	0,91318	98,91
FRI	MANGALEIRO	2002	29	-10,26127	1,76182	1,20750	99,52
FRI	MANGALEIRO	2002	30	-10,21443	1,71253	1,23466	99,49
FRI	MANGALEIRO	2003	31	-9,26381	1,98028	0,61866	99,33
FRI	MANGALEIRO	2003	32	-9,85169	1,82535	0,93836	98,79
FSC	CANTINHO	2001	33	-10,36392	1,85637	1,14225	97,63
FSC	CANTINHO	2001	34	-10,59388	1,92262	1,16776	99,34
FSC	CANTINHO	2001	35	-9,32232	2,04536	0,62182	98,74
FSC	CANTINHO	2002	36	-10,59388	1,92262	1,16776	99,34
FSC	CANTINHO	2002	37	-10,22771	1,61860	1,33695	98,99
FSC	CANTINHO	2003	38	-10,07832	2,03792	0,86890	97,46
FSC	CANTINHO	2003	39	-10,06628	1,99743	0,90746	99,25
FSC	TESTA	2003	40	-9,63505	2,03640	0,70144	98,33
FSC	TESTA	2003	41	-9,10369	1,81356	0,68646	91,00
FSC	TESTA	2003	42	-8,55834	2,52351	0,28937	96,70
FSR	DOISMIL_E_DOIS	2002	43	-9,65267	2,01894	0,71513	97,10
FSR	DOISMIL_E_DOIS	2002	44	-10,20548	1,80571	1,14752	98,47
FSR	DOISMIL_E_TRES	2003	45	-11,27659	1,23180	2,11297	97,29
FSR	DOISMIL_E_TRES	2003	46	-9,12777	2,01757	0,50540	98,40
FSR	DOISMIL_E_TRES	2003	47	-10,38454	1,72077	1,30154	98,70
FSR	DOISMIL_E_TRES	2003	48	-11,48072	1,12651	2,34759	98,73
FSR	DOISMIL_E_TRES	2003	49	-9,50674	2,20400	0,43727	98,49
FSR	DOISMIL_E_UM	2001	50	-10,28186	1,98659	0,99918	99,33
FSR	DOISMIL_E_UM	2001	51	-10,28898	2,02016	0,97814	97,17
FSR	DOISMIL_E_UM	2001	52	-9,32232	2,04536	0,62182	98,74

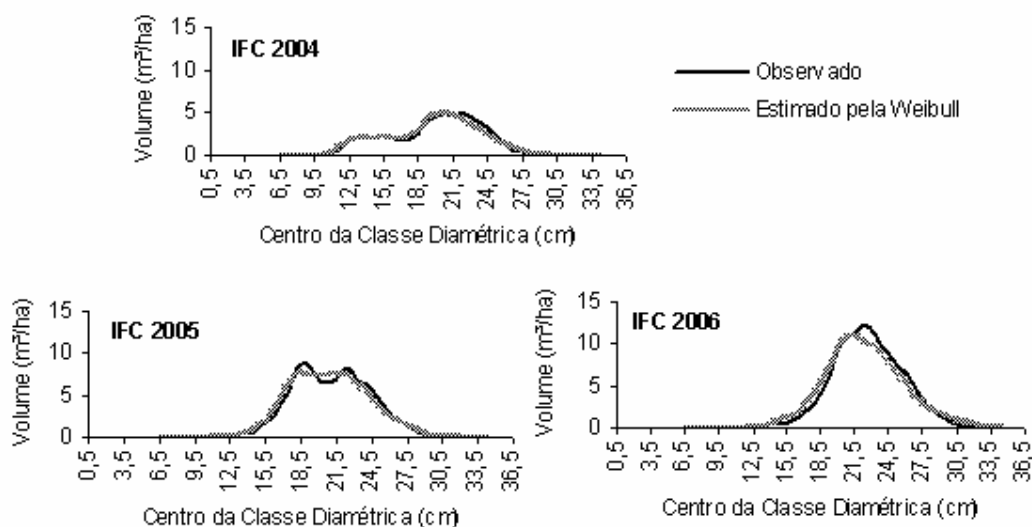


Figura 11 – Distribuição volumétrica média estimada pela função Weibull e observada para cada IFC.

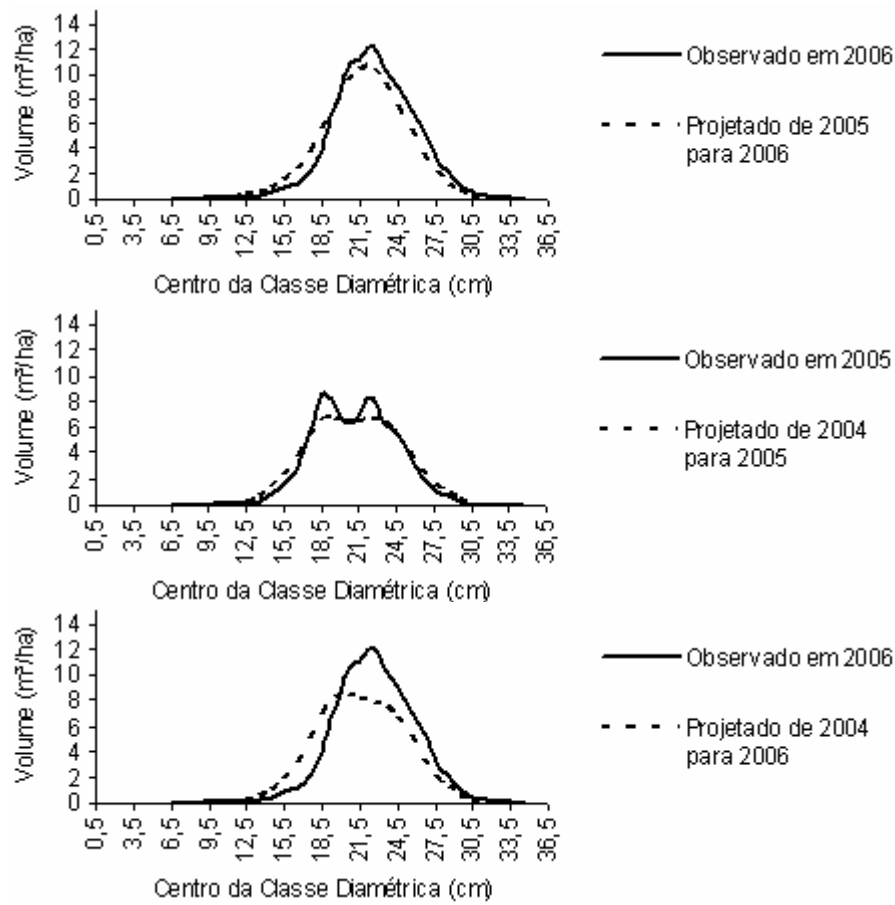


Figura 12 – Distribuições diamétricas observadas e projetadas a partir de diferentes intervalos de projeção.

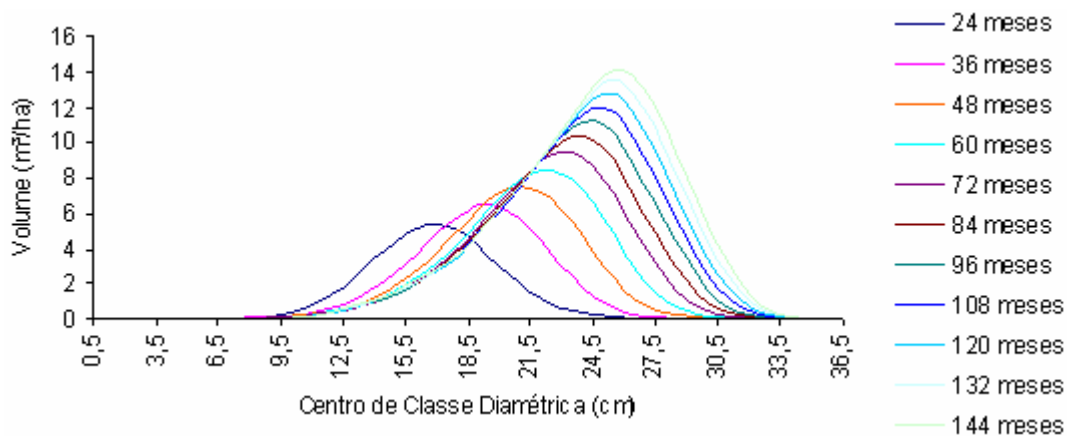


Figura 13 – Distribuições volumétricas projetadas para idades futuras a partir do IFC 2006.



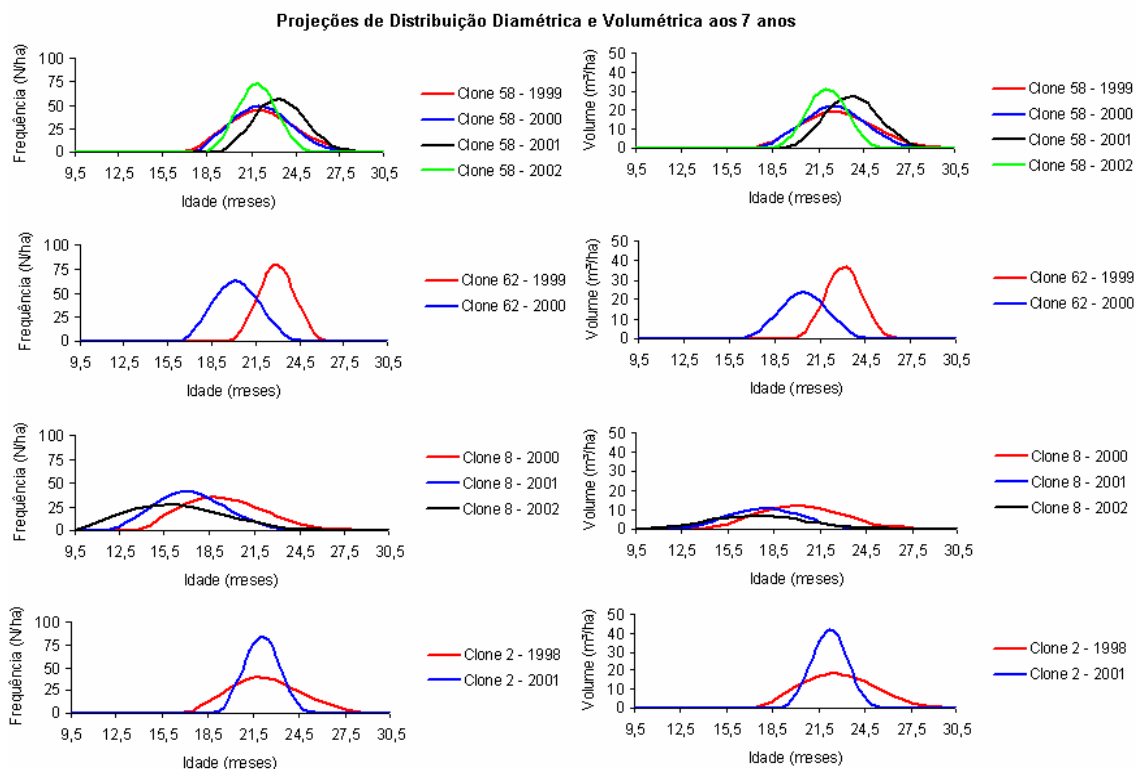


Figura 14 – Gráficos da distribuição diamétrica projetada para idade de 7 anos por ano de plantio para os clones mais representativos.

É importante observar, na Figura 14, que as diferentes estruturas estimadas aos sete anos ocorreram em função das estruturas correspondentes observadas no IFC 2006. Os anos indicados na Figura 14 correspondem ao ano de instalação do SAF e, portanto, de plantio das árvores. As diferenças nas distribuições, em termos de assimetria e curtose, se devem aos “pacotes tecnológicos” adotados em cada ocasião e, principalmente, às variações de capacidade produtiva entre os compartimentos (projetos). Assim, a Figura 14 demonstra a flexibilidade do modelo de distribuição de diâmetros ajustado para a floresta. Essa flexibilidade pode ser confirmada na Figura 15. A partir dessas Figuras foram computados os volumes em cada idade resultando nas Figuras 16 e 17.

As idades técnicas de corte indicadas na Figura 17 são compatíveis com a rotação média de plantios convencionais de clones de eucalipto (entre 4 e 6 anos). Porém, cabe lembrar que a rotação para produzir postes (um dos objetivos do SAF), ou produtos sólidos, requer madeira com idades mais avançadas, ou seja, com maior relação massa/volume. Outro fato interessante é que a competição realmente está ocorrendo em cada fileira, daí a semelhança com os plantios convencionais.

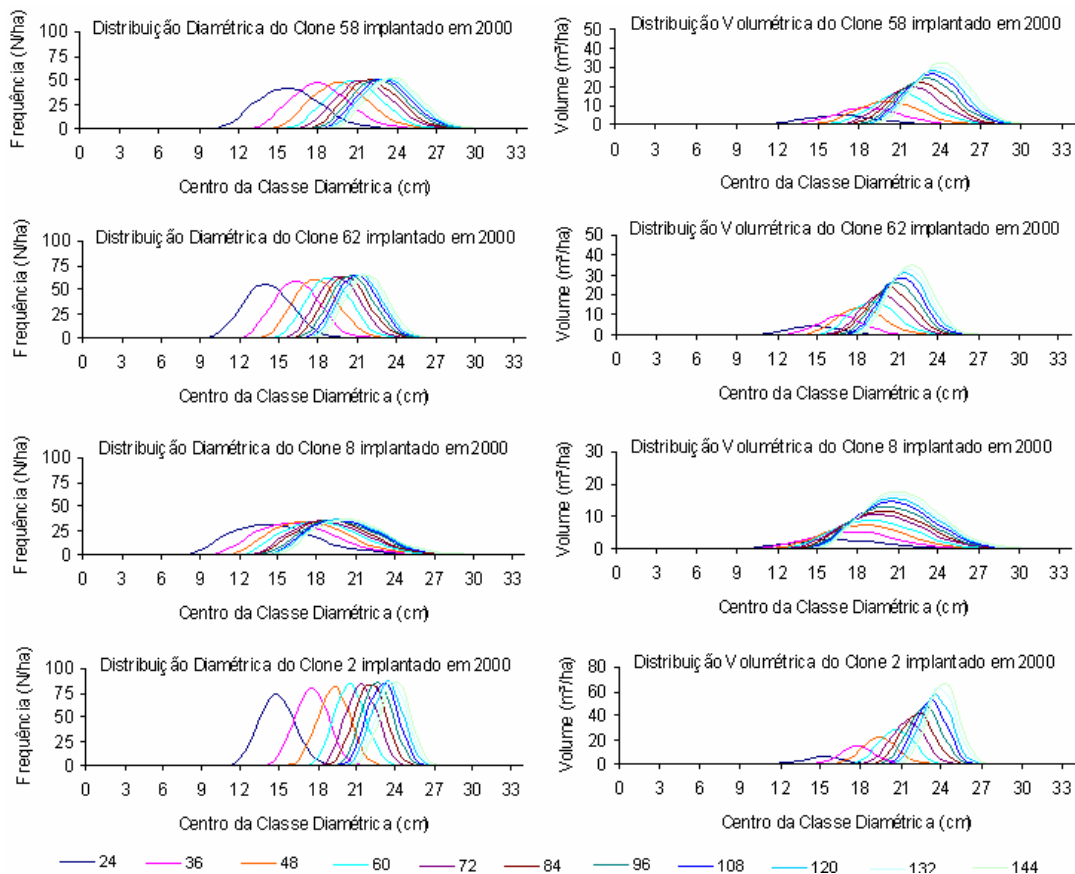


Figura 15 – Projeções por ano da distribuição diamétrica e volumétrica para os clones 58, 62, 8 e 2 implantados no ano de 2000.

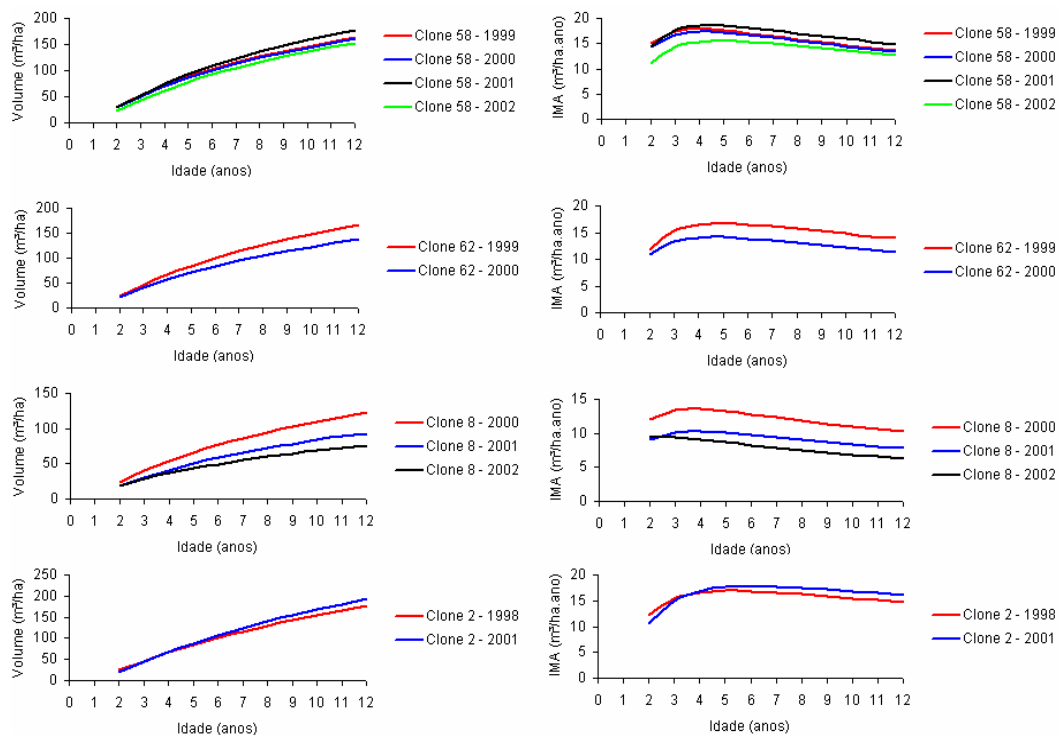


Figura 16 – Gráficos da curva média de produção e do incremento médio anual (IMA) por ano de plantio para os clones mais representativos.

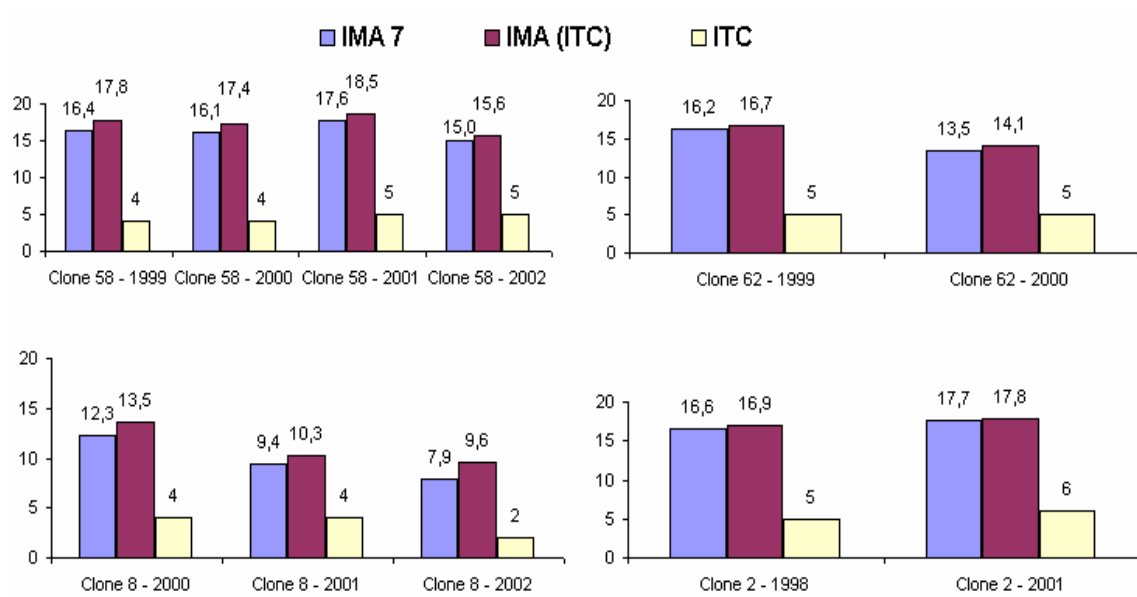


Figura 17 – Produtividade média (m³/ha.ano) aos sete anos (IMA 7) e na idade técnica de corte, em anos (ITC), por clone e ano de plantio.

#### **4. CONCLUSÕES**

Com base nos resultados obtidos as seguintes conclusões podem ser escritas:

A função de densidade probabilidade Weibull completa e truncada a direita ajustada pelo método da máxima verossimilhança, capta de forma precisa a distribuição dos diâmetros em sistema agroflorestal.

O sistema de equações para modelagem do crescimento e produção em nível de distribuição diamétrica proposto neste estudo pode ser aplicado em povoamentos de clones de eucalipto sob SAF.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COHEN, A.A. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and on censored samples. **Technometrics**, Washington, v. 7, p. 579-88, 1965.

BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibullfunction. **Forest Science**, v. 19, n. 2, p. 97-104, 1973.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal**: perguntas e respostas. Viçosa, MG: Editora UFV, 2006. 470 p.

CLUTTER, J. L.; ALLISON, B. J. A Growth and Yield Model for *Pinus radiata* in New Zealand. In: FRIES, J. (Ed.) **Growth models for tree and stand simulation**. Stockholm: Royal Coll. For., 1974. p. 136-160 (Research Notes 30).

De LIOCOURT, F. **De l'aménagement des sapinieres**. Bull. Soc. Franche-Comté et Belfort, 1898.

GARCIA, S. L. R. **Ingresso percentual**: teoria e aplicações em ciência florestal. Viçosa-MG, 1999. 20 p. [Trabalho não-publicado].

GOLFARI, L. **Zoneamento ecológico do Estado de Minas Gerais para reflorestamento**. Belo Horizonte: PNUD/FAO/IBDF, CPFRC, 1975. 65 p. (Série Técnica, 3).

GOVE, J. H.; FAIRWEATHER, S. E. Maximum likelihood estimation of Weibull parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and Management**, v. 28, p. 61-69, 1989.

GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto.** 1994. 178 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

JONSON, N. L.; KOTZ, S. *Distributions in Statistics. Continuous Univariate Distributions-1.* Boston: Houghton Mifflin Company, 1970. p. 250-271.

KNOEBELL, B. R.; BURKHART, H. E.; BECK, D. E. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. **Forest Science** (monograph, 27), v. 32, n. 2, 62 p, 1986.

LEITE, H. G. **Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro para povoamentos de *E. saligna* Smith.** 1990. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

MATNEY, T. G.; SULLIVAN, A. D. Variable top volume and height predictions for slash pine trees. **Forest Science**, Washington, v. 28, n. 2, p. 274-82, 1982.

McEWEN, R. P., PARRESOL, B. R. Moment expressions and summary statistics for the complete and truncated weibull distribution. **Communication in Statistics – Theory and Methods**, v, 20, n. 4, p. 1361-1372, 1991.

NOGUEIRA, G. S. **Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de *Eucalyptus sp.* e de *Tectona grandis* submetidos a desbaste.** 2003. 132 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

PIENAAR, L. V.; SHIVER, B. D. An analysis and models of basal area growth in 45-year-old unthinned and thinned slash pine plantation plots. **Forest Science**, v. 30, n.4, p. 933-942, 1984.

PIENAAR, L. V.; TURNBULL, K. V. The Chapman-Richard generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and in even-aged stands. **Forest Science**, v. 19, p. 2-22, 1973.

SHIFLEY, S. R.; LENTZ, E. L. Quick estimation of the three-parameter Weibull to describe tree size distributions. **Forest Ecology and Management**, v. 13, p. 195-203, 1985.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.

SILVA, A. A. L. **Emprego de modelos de crescimento e produção em análise econômica de decisão de manejo florestal.** 2001. 79 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

SOARES, T. S. **Avaliação de modelos de distribuição diamétrica em povoamentos de eucalipto não desbastados**. 2006. 69 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

StatSoft, Inc. Statistica (data analysis software system), version 7. Disponível em: <<http://www.statsoft.com>>, 2006.

TSUKAMOTO FILHO, A. A. **Fixação de carbono em um sistema agroflorestal com eucalipto na região do cerrado de Minas Gerais**. 2003. 88 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. **Journal of Applied Mechanics**, Fairfield, v. 18, n. 3, p. 293-297, 1951.

WINGO, D. R. Methods for fitting the right-truncated weibull distribution to lifetest and survival data. **Biometrical Journal**, v. 30, p. 545-551, 1988.

ZANKIS, S. H. A simulation study of some simple estimation for the threeparameter Weibull distribution. **J. Stat. Comp. Simul.**, v. 9, p. 260-116, 1979.

## 6. APÊNDICE

Tabela 1A – Formas da função densidade de probabilidade Weibull

Tipo de função	função densidade probabilidade
Completa sem truncamento	$f(x) = \left(\frac{g}{b}\right) \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^{g-1} e^{-\left(\frac{(x-a)}{b}\right)^g},$ $x \geq a, a > 0, b > 0, g > 0.$
Forma Padrão sem truncamento	$f(x') = g x'^{g-1} e^{-x'^g},$ $x' > 0, g > 0 \text{ e } x = a + b x'$
Completa truncada à esquerda	$f_t(x) = \left(\frac{g}{b}\right) \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^{g-1} e^{-\left[\left(\frac{(t-a)}{b}\right)^g - \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^g\right]},$ $x \geq t, 0 < a < t, b > 0, g > 0.$
Forma Padrão truncada à esquerda	$f(x') = g x'^{g-1} e^{-(t'^g - x'^g)},$ $x' \geq t > 0, g > 0.$
Completa truncada à direita	$f_T(x) = \frac{(g/b) \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^{g-1} e^{-\left(\frac{(x-a)}{b}\right)^g}}{1 - e^{-\left(\frac{(T-a)}{b}\right)^g}},$ $a \leq x \leq T, a > 0, b > 0, g > 0.$
Forma Padrão truncada à direita	$f(x') = \frac{g x'^{g-1} e^{-x'^g}}{1 - e^{-T'^g}},$ $0 \leq x' \leq T', g > 0.$
Completa truncada à esquerda e à direita	$f_{t,T}(x) = \frac{(g/b) \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^{g-1} e^{-\left[\left(\frac{(t-a)}{b}\right)^g - \left(\frac{(x-a)}{b}\right)^g\right]}}{1 - e^{-\left(\frac{(T-a)}{b}\right)^g}},$ $t \leq x \leq T, 0 < a > t, b > 0, g > 0.$
Forma Padrão truncada à esquerda e à direita	$f(x') = \frac{g x'^{g-1} e^{-(t'^g - x'^g)}}{1 - e^{-T'^g}},$ $t' \leq x' \leq T', T' > 0, g > 0.$

Fonte: McEwen e Parresol (1991).



Tabela 2A – Estimadores da média e da variância correspondentes às formas da função densidade probabilidade Weibull da Tabela 1A

Tipo de função	Média
Completa sem truncamento	$b \Gamma(1/g + 1) + 1$
Forma Padrão sem truncamento	
Completa truncada à esquerda	$e^{((t-a)/b)^g} \left( b \Gamma(1/g + 1, ((t-a)/b)^g \right) + a$
Forma Padrão truncada à esquerda	
Completa truncada à direita	$\frac{1}{1 - e^{-((T-a)/b)^g}} \left( b \gamma(1/g + 1, ((T-a)/b)^g \right) + a$
Forma padrão truncada à direita	
Completa truncada à esquerda e à direita	$\frac{e^{((t-a)/b)^g}}{1 - e^{-((T-a)/b)^g}} \left( b \left( \gamma(1/g + 1, ((T-a)/b)^g \right) - \gamma(1/g + 1, ((t-a)/b)^g \right) + a \left( \gamma(1, ((T-a)/b)^g \right) - \gamma(1, ((t-a)/b)^g \right) \right) +$
Forma padrão truncada à esquerda e à direita	

Fonte: McEven e Parresol (1991).

Em que,  $\mathbf{a}$  é o parâmetro de local,  $\mathbf{b}$  o parâmetro de escala e  $\mathbf{g}$  o parâmetro de forma,  $T$  o ponto de truncamento à direita,  $t$  o ponto de truncamento a esquerda e  $\mathbf{y}$  denota a função gama incompleta.