

THELMA SHIRLEN SOARES

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA  
EM POVOAMENTOS DE EUCALIPTO NÃO DESBASTADOS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de “*Doctor Scientiae*”.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2006

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e  
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

S676a  
2006

Soares, Thelma Shirlen, 1977-

Avaliação de modelos de distribuição diamétrica em povoamentos de eucalipto não desbastados / Thelma Shirlen Soares. – Viçosa : UFV, 2006.  
xi, 63f. : il. ; 29cm.

Orientador: Antonio Bartolomeu do Vale.  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Inclui bibliografia.

1. Árvores - Medição - Modelos matemáticos.  
2. Eucalipto. 3. Weibull, Funções de. 4. Sistemas não-lineares. I. Universidade Federal de Viçosa. II. Título.

CDD 22.ed. 634.9524

THELMA SHIRLEN SOARES

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA  
EM POVOAMENTOS DE EUCALIPTO NÃO DESBASTADOS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de “*Doctor Scientiae*”.

APROVADA: 28 de março de 2006.

---

Prof. Helio Garcia Leite  
(Conselheiro)

---

Prof. Carlos Pedro Boechat Soares  
(Conselheiro)

---

Prof. Gilson Fernandes da Silva

---

Pesq. Rodrigo Silva do Vale

---

Prof. Antonio Bartolomeu do Vale  
(Orientador)

*Aos meus pais Ademir e Miriam  
pelos exemplos de perseverança.*

*Aos meus irmãos Júnio e Fabrício,  
pelas alegrias partilhadas.*

*E a minha sobrinha Larissa,  
pela candura.*

## **OFEREÇO**

*Ao meu noivo José Hortêncio  
pelo amor, carinho e compreensão.*

## **DEDICO**

*"Por mais árdua que seja a luta,  
por mais distante que um ideal se apresente,  
por mais difícil que seja a caminhada,  
existe sempre uma maneira de vencer: a nossa fé!"*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais uma etapa vencida.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Departamento de Engenharia Florestal, pela oportunidade oferecida.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

Ao professor Antonio Bartolomeu do Vale, pela orientação e amizade.

Aos professores Helio Garcia Leite e Carlos Pedro Boechat Soares, pelas valiosas sugestões e disponibilidade no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Gilson Fernandes da Silva e Márcio Lopes da Silva e ao pesquisador Rodrigo Silva do Vale, pelas sugestões apresentadas durante a defesa deste trabalho.

Aos colegas do curso de pós-graduação, com quem pude compartilhar descobertas, alegrias, questionamentos e ansiedades. Em especial, à Rosa Maria, Rommel, Éder, Nishi, Beth e Juliana, pela agradável convivência e amizade.

Ao engenheiro florestal Robson José, pelo apoio logístico na fase final deste trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Florestal, em especial a secretária da pós-graduação Ritinha, pela atenção constante.

As amigas lavrenses em Viçosa, Vânia, Deise e Cibelle, pelos bons momentos de descontração nas 'idas para casa' e, também, pelo apoio, entusiasmo e incentivo durante a realização deste estudo.

Aos professores e colegas do NEDTEC-UFES, pelo apoio e incentivo nos momentos finais de concretização deste trabalho.

E um agradecimento muito especial ao José Hortêncio, pelo apoio incondicional, incentivo constante e por ter me ensinado que para o amor não existe distâncias nem fronteiras.

Enfim, a todos aqueles que de alguma forma participaram desta etapa da minha vida.

## ÍNDICE

	Página
RESUMO.....	vii
ABSTRACT.....	ix
INTRODUÇÃO.....	1
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	3
<b>AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE PASSO INVARIANTE NA PREDIÇÃO DA ESTRUTURA DE UM POVOAMENTO DE <i>Eucalyptus</i> sp.</b>	
RESUMO.....	4
ABSTRACT.....	4
1. INTRODUÇÃO.....	5
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	6
2.1. Fonte de dados .....	6
2.2. Distribuições diamétricas.....	7
2.3. Modelagem do crescimento.....	9
2.4. Testes de validação e aplicação do modelo.....	11
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	12
3.1. Modelos hipsométrico e volumétrico.....	12
3.2. Modelagem do crescimento.....	13
3.2.1. Projeção das distribuições diamétricas.....	13
3.2.2. Projeção das relações hipsométricas.....	15
3.3. Validação das projeções.....	16
4. CONCLUSÕES.....	18
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	18

## **PROCEDIMENTOS PARA RECUPERAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS**

RESUMO.....	20
ABSTRACT.....	20
1. INTRODUÇÃO.....	20
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	22
2.1. Fonte de dados.....	22
2.2. Estimacão das freqüências diamétricas.....	25
2.3. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe.....	26
2.3.1. Procedimento de passo invariante.....	28
2.4. Avaliação da redistribuição teórica dos diâmetros.....	28
2.5. Projeção do estoque de madeira.....	28
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	30
3.1. Ajuste da função densidade de probabilidade.....	30
3.2. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe.....	31
3.2.1. Procedimento clássico.....	31
3.2.2. Procedimento de passo invariante.....	32
3.2.3. Validação das redistribuições teóricas dos diâmetros.....	33
3.3. Avaliação da prognose da produção volumétrica.....	34
4. CONCLUSÕES.....	37
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

## **EMPREGO DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL TRUNCADA E NÃO TRUNCADA NA MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA**

RESUMO.....	41
ABSTRACT.....	41
1. INTRODUÇÃO.....	41
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	43
2.1. Descrição dos dados.....	43
2.2. Modelo de distribuição diamétrica.....	43
2.3. Projeção da distribuição diamétrica.....	45
2.4. Projeção da produção.....	46
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	47
3.1. Simulação das distribuições diamétricas.....	47
3.2. Avaliação da prognose da produção volumétrica.....	49
4. CONCLUSÕES.....	52
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	52

# **COMPARAÇÃO DE DUAS DIFERENTES ABORDAGENS NA MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA**

RESUMO.....	54
ABSTRACT.....	54
1. INTRODUÇÃO.....	54
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	55
2.1. Descrição dos dados.....	55
2.2. Modelo de distribuição diamétrica.....	55
2.3. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe.....	56
2.4. Predição da produção.....	58
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	59
3.1. Simulação das distribuições diamétricas.....	59
3.2. Redistribuição teórica dos diâmetros e predição volumétrica.....	59
4. CONCLUSÕES.....	63
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63

## RESUMO

SOARES, Thelma Shirlen, D.S., Universidade Federal de Viçosa, março de 2006. **Avaliação de modelos de distribuição diamétrica em povoamentos de eucalipto não desbastados.** Orientador: Antônio Bartolomeu do Vale. Conselheiros: Helio Garcia Leite e Carlos Pedro Boechat Soares.

A utilização de modelos para representar e explicar uma realidade complexa constitui estratégia de grande valia para o desenvolvimento da ciência nos diferentes campos do conhecimento. No caso específico das florestas, modelos de distribuição diamétrica podem ser empregados na projeção da produção florestal, contribuindo com o planejamento florestal. Este estudo foi desenvolvido com o objetivo de aplicar e avaliar diferentes procedimentos para predizer o crescimento e a produção de povoamentos não desbastados de *Eucalyptus* sp. localizados na região nordeste do Estado da Bahia. Foram avaliados um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para projetar as estruturas horizontal e vertical e um modelo envolvendo a distribuição de probabilidade Weibull não truncada (3 parâmetros) e truncada (4 parâmetros). Avaliou-se a aplicabilidade de um modelo de passo invariante para projetar as estruturas horizontais e verticais. Em seguida, o procedimento de passo invariante para a projeção da

distribuição diamétrica foi comparado com o procedimento usual de relacionar parâmetros da função de probabilidade com características do povoamento, empregando a função densidade de probabilidade (f.d.p.) Weibull não truncada e truncada. Os resultados demonstraram que o procedimento de passo invariante apresentou projeções consistentes e compatíveis em todas as simulações realizadas, sendo, portanto, recomendada a sua aplicação devido à simplicidade da metodologia. O truncamento da função Weibull propiciou resultados mais eficientes para estimar a produção presente e futura dos povoamentos quando comparado com a função não truncada.

## ABSTRACT

SOARES, Thelma Shirlen, D.S., Universidade Federal de Viçosa, March 2006. **Evaluation of diametric distribution models in unthinned eucalyptus stand.** Adviser: Antônio Bartolomeu do Vale. Committee members: Helio Garcia Leite e Carlos Pedro Boechat Soares.

The use of models to represent and explain a complex reality is a highly valuable strategy for science development in different fields of knowledge. In the specific case of forests, diametric distribution models can be used for prediction of forest production, aiding forest planning. Thus, the objective of this study was to apply and evaluate different procedures to predict growth and production of unthinned Eucalyptus stands in the northeast region of Bahia. A step-invariant diametric distribution model to predict horizontal and vertical structures and a model involving the distribution of truncated and non-truncated Weibull distribution were evaluated. The applicability of a step-invariant model to predict horizontal and vertical structures was evaluated. Then, the step-invariant procedure for the diametric distribution prediction was compared with the usual procedure to relate parameters of the probability function with stand features, using the truncated and non-truncated Weibull probability density function (pdf). Additionally, the obtained predictions were compared with the truncated and non-truncated

Weibull pdf. The results demonstrated that the step -invariant procedure provided consistent and compatible predictions in all the performed simulations, being therefore its application recommended for the easiness of the methodology. The truncated Weibull function provided more efficient results to evaluate the present and future stand production when compared with the non-truncated function.

## INTRODUÇÃO

O emprego de modelos de crescimento e produção é tradicional na área florestal. O anseio de influenciar e prognosticar o crescimento com a finalidade de dominar a produção de matéria-prima madeireira data do início dos trabalhos de manejo das florestas no século XVIII (SPATHELF e NUTTO, 2000).

Considerando as condições específicas da produção florestal, ou seja, ciclos longos e irreversibilidade de decisões e intervenções uma vez tomadas, métodos e modelos de crescimento e produção foram desenvolvidos nos últimos séculos, principalmente por pesquisadores europeus e americanos. Neste contexto, segundo Peng (2000), a modelagem do crescimento e da produção de povoamentos florestais progrediu rapidamente a partir da segunda metade do século passado.

Durante os últimos anos, foram desenvolvidos vários modelos para predizer o crescimento e produção de povoamentos equiâneos e inequiâneos, sendo que os mesmos não só evoluíram de aproximações empíricas a modelos baseados em mecanismos ecológicos, como também novas técnicas foram incorporadas, como, por exemplo: sistemas de equações, tabelas de projeções não lineares, cadeias de Markov, modelos matriciais e de redes neurais artificiais, entre outros (PENG, 2000).

Um modelo de crescimento e produção é uma abstração da dinâmica do povoamento e deve prever corretamente a produção ao longo do tempo, sob hipóteses de exploração alternativas ou sujeito a agentes físicos e bióticos distintos. Portanto, os modelos de produção têm um importante papel no ordenamento florestal e na definição de políticas florestais, quer a nível regional ou nacional (TOMÉ, 1999).

Sendo assim, o manejador florestal necessita ter uma visão global de planejamento florestal, utilizando-se para tal, modelos matemáticos que possibilitem a previsão da produção, assim como gerenciar toda a gama de informações por meio de planos de manejo em que a otimização seja a tônica do processo (SILVA, 2001).

Conseqüentemente, a aplicação, o aprimoramento e o desenvolvimento de novas metodologias e modelos para prever o crescimento futuro de povoamentos florestais em diferentes cenários constituem elementos chave para o manejo florestal sustentado (KIMMINS, 1990).

Com base no exposto, elaborou-se este estudo cujo objetivo foi aplicar e comparar diferentes procedimentos para prognosticar o crescimento e a produção de povoamentos de *Eucalyptus* sp. localizados nos municípios de Entre Rios e Inhambupe, na Bahia. Os objetivos específicos foram: avaliar a aplicabilidade de um modelo de passo invariante na projeção de distribuições diamétricas e da relação hipsométrica; comparar o procedimento de passo invariante na prognose da distribuição diamétrica com o procedimento usual de relacionar parâmetros da função de probabilidade com características do povoamento, empregando a f.d.p. Weibull não truncada e truncada; e, confrontar as projeções empregando a f.d.p. Weibull não truncada e truncada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KIMMINS, J.P. Modeling the sustainability of forest production and yield for a changing and uncertain future. **The Forest Chronicle**, v. 66, p. 271-280, 1990.

PENG, C. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. **Forest Ecology and Management**, v. 132, n.2/3, p. 259-279, 2000.

SILVA, A.A.L. **Emprego de modelos de crescimento e produção em análise econômica de decisões de manejo florestal**. 2001. 79f. Dissertação (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

SPATHELF, P.; NUTTO, L. **Modelagem aplicada ao crescimento e produção florestal** - com exemplos e exercícios. Santa Maria: CEPEF, 2000. 71p. (Série Técnica)

TOMÉ, M. **Modelação do crescimento e da produção de povoamentos florestais**. Lisboa: ISA, 1999. 98p. (Texto pedagógico do GIMREF, nº TP 1/2006)

**AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE PASSO INVARIANTE NA  
PREDIÇÃO DA ESTRUTURA DE UM POVOAMENTO DE  
*Eucalyptus* sp.**

**RESUMO** – O objetivo deste estudo foi avaliar o modelo de distribuição diamétrica de passo invariante proposto por Guimarães (1994) na projeção da produção de um povoamento de *Eucalyptus* sp., simulando as alterações nas estruturas horizontal e vertical ao longo do tempo. Para realizar as prognoses, foram empregados percentis, tomados a 50 e 75% da distribuição diamétrica e as alturas correspondentes aos diâmetros nestas posições. Verificou-se que o modelo de projeção é factível e pode ser utilizado com eficiência, já que ocorreram tendências semelhantes entre os volumes prognosticados e os observados nas parcelas. Além disso, devido à sua simplicidade e à compatibilidade dos resultados, recomenda-se a sua utilização em estudos de crescimento e produção.

**Palavras chave:** crescimento e produção, distribuição diamétrica, eucalipto.

**EVALUATION OF THE STEP INVARIANT MODEL IN THE  
PREDICTION OF EUCALYPTUS STAND STRUCTURE**

**ABSTRACT** - This study was carried out to evaluate the step-invariant diametric distribution model, proposed by Guimarães (1994), in the prediction of a Eucalyptus stand production, simulating the alterations with time in the horizontal and vertical structures. To perform prognoses, percentiles were taken at 50 and 75% of the diametric distribution, and the heights corresponding to the diameters in these positions. The prediction model was proved to be feasible for efficient use, since there were similar tendencies between the forecasted and the observed volumes in the plots. Besides, its use in growth and production studies is recommended for its simplicity and result compatibility.

**Keywords:** growth and yield, diametric distribution, eucalypt.

## 1. INTRODUÇÃO

O rendimento sustentável das florestas requer não somente um conhecimento do estoque de crescimento da floresta, mas também um conhecimento das produções esperadas no futuro (ASSMANN, 1970). Assim, a necessidade de planejamento da produção florestal em ciclos longos levou a um grande número de tentativas de expressar o crescimento das árvores por meio de formulações matemáticas.

A predição de parâmetros é um procedimento amplamente empregado para prever distribuições de variáveis aleatórias por meio de um conjunto de variáveis exógenas relacionadas com a distribuição (TORRES-ROJO et al., 2000).

Segundo Murphy e Farrar Jr. (1988), a técnica de predição do crescimento e da produção de povoamentos florestais que utiliza distribuições diamétricas pode ser utilizada na modelagem de povoamentos equiâneos e inequiâneos. Para gerar esses modelos, funções de distribuição de probabilidade (f.d.p.) têm sido empregadas para caracterizar as distribuições diamétricas de povoamentos florestais. Devido à sua flexibilidade e capacidade para descrever diferentes tipos de distribuições, a função Weibull tem sido a mais empregada na área florestal (BAILEY e DELL, 1973).

A maioria dos estudos de projeção do crescimento e da produção de povoamentos florestais modela os estimadores dos parâmetros de uma função densidade de probabilidade (f.d.p.) de forma explícita, ou seja, a modelagem é feita mediante modelos lineares ou não lineares com variáveis preditoras que utilizam alguns parâmetros do povoamento, como por exemplo, densidade, diâmetro médio, altura dominante, índice de sítio e, ou, idade. Tal procedimento é denominado de predição de parâmetros e, embora as relações lineares dos modelos possam ter fundamentos biológicos, a precisão gerada tem sido baixa em alguns casos (SMALLEY e BAILEY, 1974; CAO e BURKHART, 1984; TORRES-ROJO et al., 2000).

Uma alternativa ao emprego da correlação de características do povoamento com parâmetros da f.d.p. foi desenvolvida por Guimarães (1994),

na qual a dinâmica da estrutura de povoamentos florestais equiâneos se baseia na análise de medidas de posição das distribuições diamétricas. A metodologia proposta pelo autor consiste em estimar os diâmetros e alturas correspondentes aos percentis 50% e a 75% das distribuições e com estes, recuperar e projetar as estruturas horizontais e verticais ao longo do tempo.

O modelo formulado por Guimarães (1994) é do tipo passo invariante, cuja configuração permite a obtenção de resultados compatíveis entre os volumes observados e projetados, além da utilização de dados de qualquer inventário, em qualquer tempo, como base para o estabelecimento de projeções do crescimento de um povoamento.

O objetivo deste estudo foi avaliar alterações nas estruturas horizontal e vertical de um povoamento de *Eucalyptus* sp., utilizando o modelo de distribuição diamétrica de passo invariante, baseado no trabalho de Guimarães (1994).

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Fonte de dados

Este estudo foi desenvolvido com dados de povoamentos de eucalipto híbrido (*Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*), plantados no espaçamento 3,0 x 2,0 m, provenientes da Copener Florestal Ltda., atualmente Bahia Pulp, situados nos municípios de Entre Rios e Inhambupe, na região noroeste do Estado da Bahia.

Os dados são provenientes de parcelas permanentes circulares com raio de 12,25 m. Em cada parcela foram medidos os diâmetros a 1,3 m de altura do solo (*dap*) de todas as árvores e a altura total (*Ht*) de 20 árvores por parcela. No total foram mensuradas 173 parcelas, sendo que em 6 parcelas foram feitas duas medições; em 16 foram feitas 3 medições; em 35 foram feitas 4 medições; em 84 foram feitas 5 medições; em 25 foram feitas 6 medições; e, em 7 parcelas foram feitas 7 medições. A idade de medição variou entre 25 e 89 meses, sendo que as medições foram realizadas durante os anos de 1990 a 1996.

Para o ajuste da equação de volume com casca, procedeu-se à cubagem de 168 árvores-amostra, em diferentes classes de diâmetro. Diâmetros com casca foram medidos nas alturas de 0,1; 0,3; 0,7; 1,0; 1,3; 2,0; 4,0; 6,0 m e assim sucessivamente até cerca de 4 cm de diâmetro do fuste. O volume de cada árvore foi totalizado pela aplicação sucessiva da expressão de Smalian.

A altura total e o volume das árvores das parcelas foram obtidos empregando-se equações referentes aos seguintes modelos:

$$\ln Ht = \theta_0 + \theta_1 dap^{-1} + \theta_2 \ln(Hd) + \ln(\varepsilon_i) \quad [1]$$

$$V = \theta_0 .dap^{\theta_1} .Ht^{\theta_2} .[e^{\theta_3(Tx/dap)}] .[1 - (d \times dap^{-1})^{1+\theta_4.d}] + \varepsilon_i \quad [2]$$

em que:

$Ht$  = altura total (m);

$dap$  = diâmetro com casca medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$Hd$  = altura dominante (m);

$V$  = volume com casca (m<sup>3</sup>);

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$\ln$  = logaritmo neperiano;

$e$  = base dos logaritmos neperianos;

$Tx$  = variável binária (0 para volume ou diâmetro  $d$  com casca e 1 para volume ou diâmetro  $d$  sem casca);

$\theta_i$  = parâmetros dos modelos ( $i = 0, 1, \dots, 4$ );

$\varepsilon_i$  = erro aleatório,  $e \sim N(0, \sigma^2)$ .

## 2.2. Distribuições diamétricas

O procedimento denominado de passo invariante (*step invariant*) baseia-se no princípio de que predições sucessivas, efetuadas da idade  $I_1$  para  $I_2$  e da idade  $I_2$  para  $I_3$ , devem, matematicamente, apresentar as mesmas predições, obtidas por um único passo entre as idades  $I_1$  e  $I_3$  (SOMERS e FARRAR JR., 1991).

Segundo Guimarães (1994), nesse procedimento as medidas de posição, efetuadas na distribuição em determinada idade, constituem a base da estimativa das magnitudes destas mesmas medidas em outras idades.

Para o ajuste de um modelo de passo invariante, os dados relativos ao número de árvores por classe de diâmetro foram ordenados de forma acumulativa. Desta forma, a classe de maior diâmetro inclui o número total de árvores contidas na parcela.

A distribuição dimétrica foi estimada pela função Weibull com apenas dois parâmetros, cuja f.d.p. é dada por:

$$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma\right] \quad [3]$$

em que:

$\beta$  = parâmetro de escala;

$\gamma$  = parâmetro de forma;

$x$  = variável aleatória, no caso centro de classe de *dap*, sendo  $x \geq 0$ ,  
 $\beta > 0, \gamma > 0$ .

Os dados foram agrupados em classes com intervalos regulares de 1 cm de amplitude e a função foi ajustada aos dados de distribuição diamétrica observada de cada parcela em todas as medições. Para a estimação dos parâmetros da f.d.p. foi empregado o método da máxima verossimilhança sendo utilizada a metodologia proposta por Gove e Fairweather (1989).

A partir das estimativas dos parâmetros e da função de distribuição Weibull, obteve-se as frequências estimadas do número de árvores por classe diamétrica. A proporção da distribuição localizada entre dois valores específicos de  $x$ , como  $x_i$  e  $x_s$  ( $x_i \leq x_s$ ), é definida como:

$$p(x_i, x_s) = \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^\gamma\right] - \exp\left[-\left(\frac{x_s}{\beta}\right)^\gamma\right] \quad [4]$$

em que:

$x_i$  = limite inferior da classe de diâmetro;

$x_s$  = limite superior da classe de diâmetro;

$\beta$  e  $\gamma$  = conforme definido anteriormente.

Após obter as estimativas dos parâmetros da função Weibull, efetuou-se a linearização do modelo [3], conforme procedimento adotado por

Krug et al. (1984) e Guimarães (1994), obtendo-se qualquer percentil da distribuição de acordo com McTague e Bailey (1987):

$$\ln \ln [1/(1-\text{percentil})] = \beta + \gamma \ln (X) \quad [5]$$

No presente caso, uma vez que apenas dois parâmetros caracterizam a função Weibull ( $\beta$  e  $\gamma$ ), baseando-se na metodologia proposta por Guimarães (1994), selecionaram-se os percentis correspondentes a 50% e 75% do valor assintótico ( $P_{50}$  e  $P_{75}$ ), cujas estimativas são dadas por:

$$P_{50} = \ln \ln [1/(1-0,5)] = \beta + \gamma \ln (X)$$

$$P_{50} = \exp[(-0,3665 - \ln \beta)/\gamma]$$

$$P_{75} = \ln \ln [1/(1-0,75)] = \beta + \gamma \ln (X)$$

$$P_{75} = \exp[(0,3266 - \ln \beta)/\gamma]$$

### 2.3. Modelagem do crescimento

Tradicionalmente, os modelos de distribuição diamétrica relacionam alterações das variáveis características dos povoamentos para estimar e, ou avaliar as alterações ocorridas ao longo do tempo. Neste caso, as características mensuradas são empregadas como variáveis independentes nos modelos utilizados para prever o estoque de crescimento e a produção do povoamento. De acordo com Gertner (1986, 1991), esse procedimento, usual no manejo de florestas equiâneas, gera erros inconvenientes que ocorrem de diferentes maneiras: erros de medição, erros de amostragem, erros de predição (em sistemas complexos da simulação, as variáveis de um modelo geralmente são preditas utilizando outros modelos fazendo com que haja a propagação dos erros de um modelo para outro).

Considerando que as informações resultantes dos modelos de crescimento são utilizadas para prever o estoque crescente atual e futuro, dos povoamentos para fins de planejamento e na tomada de decisões, torna-se necessário testar novos procedimentos com o intuito de minimizar os inconvenientes citados anteriormente.

Portanto, para efetuar as projeções empregou-se o procedimento proposto por Guimarães (1994) que baseia-se no princípio de que medidas de

posição, efetuadas na distribuição em determinada idade, constituam a base de estimativa das magnitudes destas mesmas medidas também em outras idades, efetuando projeções da distribuição diamétrica e da relação hipsométrica.

As projeções da distribuição diamétrica foram baseadas em um modelo de percentis futuros, uma vez que variações nos percentis determinam curvas de crescimento similares às do crescimento diamétrico.

A partir dos percentis P50 e P75, os percentis em idades futuras foi estimado pelo emprego do seguinte modelo:

$$P_f = (1 - e^{-\beta_0 I_f^{\beta_1} P_a^{\beta_2}}) \cdot P_a / (1 - e^{-\beta_0 I_a^{\beta_1} P_a^{\beta_2}}) + \varepsilon_i \quad [6]$$

em que:

$P_f$  = percentil na idade futura;

$P_a$  = percentil na idade atual;

$I_a$  = idade atual de medição;

$I_f$  = idade futura.

De posse dos estimadores dos parâmetros das equações, obteve-se, mediante regressão linear simples, as estimativas dos parâmetros da função Weibull e, então, efetuou-se a reconstituição das mesmas.

Os parâmetros da função Weibull foram estimados por:

$$\hat{\beta} = \exp(\hat{b}_0) \quad \therefore \quad \hat{\gamma} = \hat{b}_1$$

em que:

$$\hat{b}_0 = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{X};$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}};$$

$X$  = valores estimados para os percentis futuros, sendo representado por  $X_1$  e  $X_2$ ;

$$X_1 = \ln(P_f 50);$$

$$X_2 = \ln(P_f 75);$$

$Y$  = valores de  $Y_1$  e  $Y_2$ ;

$$Y_1 = \ln \ln(1/1-0,50) = -0,3665;$$

$$Y_2 = \ln \ln(1/1-0,75) = 0,3266.$$

Já a projeção das relações hipsométricas foi realizada por meio de estimativas das alturas referentes aos percentis das distribuições diamétricas, obtendo-se as variáveis referentes às alturas relativas aos percentis considerados na projeção da estrutura horizontal, as quais foram definidas por  $HR_{50}$  e  $HR_{75}$ . Assim, as alterações destas variáveis, ao longo do tempo, foram estimadas empregando um modelo de projeção cuja relação funcional é dada por:

$$HR_f = HR_a \cdot \left[ e^{-\beta_0(I_a^{-1} - I_f^{-1}) \cdot HR_a \beta_1} \right]^{-1} + \varepsilon_i \quad [7]$$

em que:

$HR_f$  = altura relativa ao percentil, considerado ( $HR_{50}$  ou  $HR_{75}$ ) na idade futura;

$HR_a$  = altura na idade atual;

$I_a, I_f, \varepsilon_i$  = conforme definidos anteriormente.

Enquanto as projeções dos percentis ( $P_{50}$  e  $P_{75}$ ) fornecem estimativas dos diâmetros correspondentes a estas posições da distribuição na idade futura considerada, as projeções das alturas relativas ( $HR_{50}$  e  $HR_{75}$ ) fornecem estimativas das alturas correspondentes aos percentis  $P_{50}$  e  $P_{75}$ , e, portanto, aos respectivos diâmetros na idade referenciada.

De acordo com Guimarães (1994), com a linearização do modelo pela aplicação do logaritmo dos pares das variáveis  $HR_{50}$  com  $P_{50}$  e  $HR_{75}$  com  $P_{75}$ , a ligação entre estes pontos resulta em uma reta, correspondendo à relação hipsométrica na idade futura, cujos coeficientes corresponderão aos do modelo hipsométrico  $H = \beta_0 \times D^{\beta_1} \times \varepsilon_i$ .

#### 2.4. Testes de validação e de aplicação do modelo

De posse dos parâmetros estimados, curvas teóricas da distribuição foram obtidas para diferentes povoamentos, ao substituí-los na f.d.p. A distribuição diamétrica foi projetada a partir de uma distribuição em uma idade atual para uma idade futura, partindo-se sempre de uma distribuição inicial observada.

O teste de compatibilidade consistiu em analisar se a distribuição diamétrica projetada do início para o final de um período de tempo é compatível com a distribuição diamétrica projetada ano a ano. Para tanto, empregou-se o teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), em nível de 1% de probabilidade, para testar as seguintes hipóteses:

$H_0$  = A distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado da idade inicial  $I_1$  para  $I_2$ ,  $I_2$  para  $I_3$ , ... ,  $I_{n-1}$  para  $I_n$  é igual à distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado de  $I_1$  para  $I_n$

$H_a$  = não  $H_0$ .

em que:

$I_1$  = idade atual (meses);

$I_i$  = idade futura (meses), ( $i = 2, \dots, n$ ).

A fim de validar a aplicação do modelo, efetuou-se a estimação da produção em volume por hectare que foi obtida a partir da distribuição diamétrica observada e das projeções da distribuição da estrutura horizontal e vertical. A equação de múltiplos volumes foi, então, aplicada para obter as estimativas da produção total e por classe de diâmetro para todas as parcelas e em todas as medições.

Para a comparação dos volumes prognosticados com os volumes observados utilizou-se o teste L&O proposto por Leite e Oliveira (2002).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1. Modelos hipsométrico e volumétrico

Os modelos hipsométrico e volumétrico utilizados para estimar as produções futuras em volume apresentaram os seguintes ajustes:

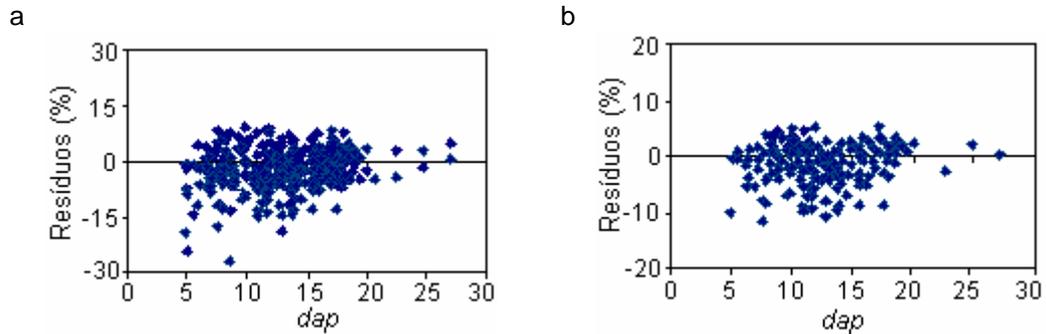
$$\ln Ht = 0,81574 + 0,48837dap^{-1} - 2,53925 \ln(Hd) \quad [8]$$

$$R^2 = 95,4\% \quad \therefore S_{yx} = \pm 0,0845 \ln m$$

$$V = 0,00008.dap^{1,53553} . Ht^{1,44819} . [e^{-2,25669(Tx/dap)}] . [1 - (d.dap^{-1})^{1-0,00077.d}] \quad [9]$$

$$R^2 = 99,9\% \quad \therefore S_{yx} = \pm 0,0357 m^3$$

Na Figura 1, pode-se observar a distribuição de resíduos para ambas as equações, onde se observa que as equações ajustadas geram estimativas precisas e livre de tendências.



**Figura 1.** Distribuição de resíduos percentuais em relação ao *dap*. Em que: a) equação hipsométrica; b) equação volumétrica.

## 3.2. Modelagem do crescimento

### 3.2.1. Projeção das distribuições diamétricas

Após ajustar a f.d.p. Weibull à distribuição diamétrica observada e calcular os percentis ( $P_{50}$  e  $P_{75}$ ) da distribuição, estimou-se os percentis em idades futuras empregando as equações ajustadas para projeção das alterações dos percentis ao longo do tempo:

$$P_{f50} = (1 - e^{-30,36807I_f^{-0,72565} Pa_{50}^{-1,26441}}) \cdot Pa_{50} / (1 - e^{-30,36807I_a^{-0,72565} Pa_{50}^{-1,26441}}) \quad [10]$$

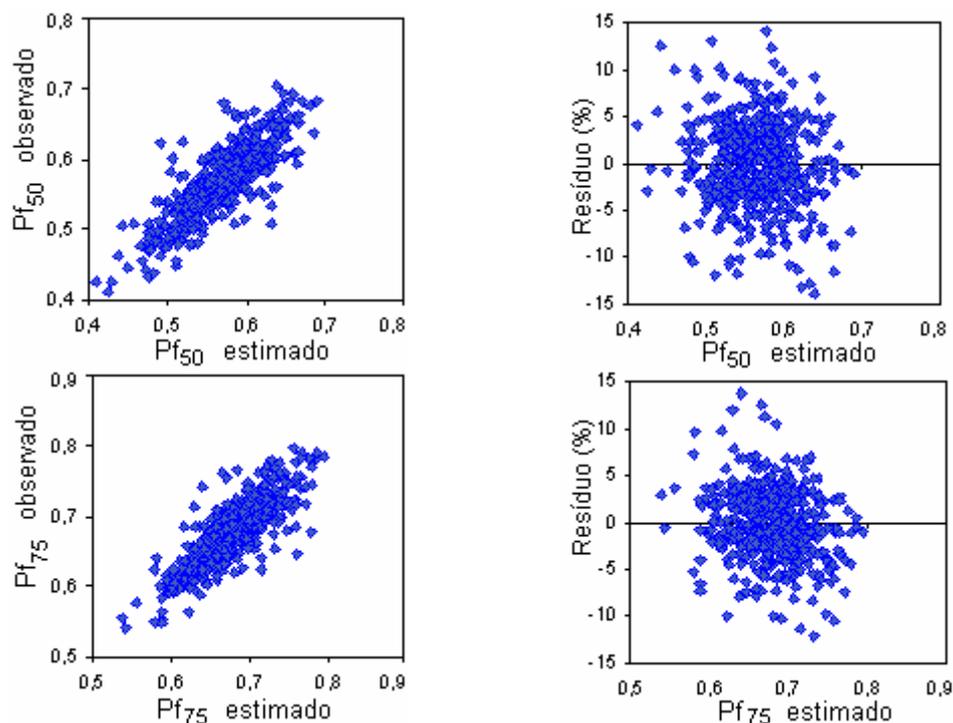
$$R^2 = 82,4\% \quad \therefore \quad CV = 67,89\%$$

$$P_{f75} = (1 - e^{-4,11011I_f^{-0,25093} Pa_{50}^{-0,23489}}) \cdot Pa_{50} / (1 - e^{-4,11011I_a^{-0,25093} Pa_{50}^{-0,23489}}) \quad [11]$$

$$R^2 = 81,3\% \quad \therefore \quad CV = 66,07\%$$

Segundo Guimarães (1994), a aplicação das equações acima, por incluir o próprio percentil como variável independente, garante que diferentes tendências de crescimento das variáveis  $P_{50}$  e  $P_{75}$  estejam relacionadas com a magnitude das mesmas, permitindo, portanto, que a estrutura do povoamento constitua em um importante indicativo da capacidade produtiva do local.

A relação entre os percentis estimados e observados e a distribuição de resíduos é apresentada na Figura 2.



**Figura 2.** Relação entre aos percentis estimados e observados.

Uma peculiaridade importante desse modelo ajustado para a projeção dos percentis, reside no fato de efetuarem a projeção, a partir da idade, em que as medições foram efetuadas no campo. Como se trata de um modelo totalmente compatível, as projeções podem ser realizadas, objetivando definir produções em épocas passadas. Portanto, a partir de uma única medição, torna-se possível estabelecer a provável tendência de crescimento da população, o que caracteriza a propriedade invariante do modelo (GUIMARÃES, 1994).

Neste caso, a projeção da distribuição foi realizada baseada apenas nos percentis na idade de medição e na idade futura de projeção. As projeções realizadas foram comparadas com os valores observados por meio do teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) sendo que 94,9% das projeções efetuadas apresentaram distribuições estatisticamente semelhantes à observada.

### 3.2.2. Projeção das relações hipsométricas

Para projetar as relações hipsométricas ao longo do tempo, foi necessário estimar as alturas correspondentes aos diâmetros relativos aos percentis de 50% e 75% e, em seguida, projetar as alturas relativas (HR) empregando as equações de projeções futuras das alturas cujos ajustes foram:

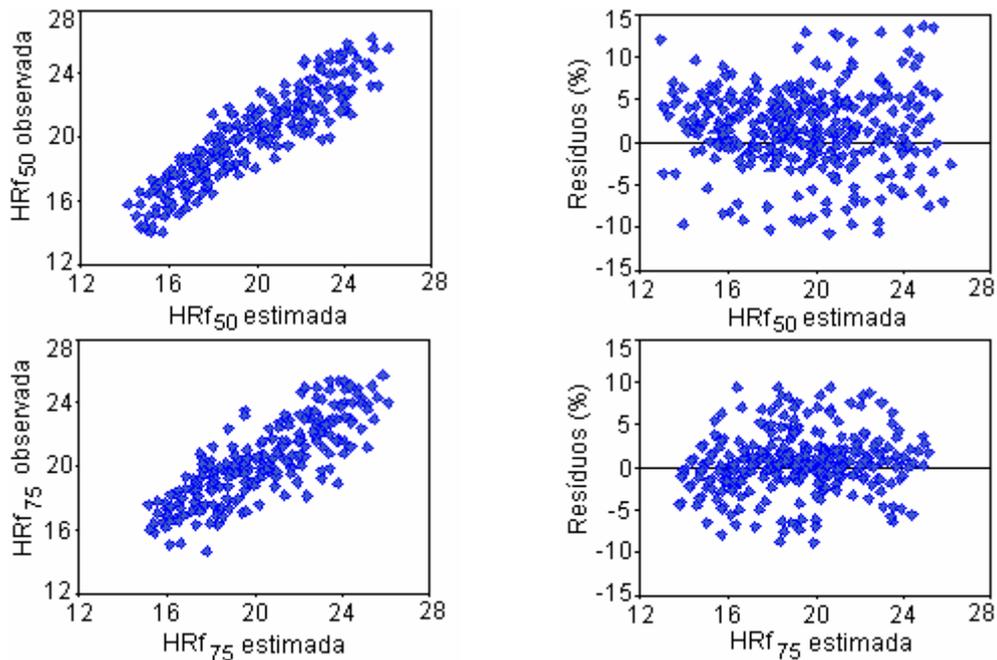
$$HR_{f50} = HR_a \cdot \left[ e^{-312,8691(I_a^{-1} - I_f^{-1}) \cdot HR_a^{-0,5776}} \right]^{-1} \quad [12]$$

$$R^2 = 79,11\% \quad \therefore \quad CV = 62,13\%$$

$$HR_{f75} = HR_a \cdot \left[ e^{-299,3866(I_a^{-1} - I_f^{-1}) \cdot HR_a^{-0,5840}} \right]^{-1} \quad [13]$$

$$R^2 = 78,21\% \quad \therefore \quad CV = 61,47\%$$

Na Figura 3 é apresentada a relação entre as alturas relativas observadas e estimadas.



**Figura 3.** Relação entre as alturas relativas estimadas e observadas.

### 3.3. Validação das projeções

Após obter as distribuições diamétricas e relações hipsométricas em todas as idades, aplicou-se a equação [9] para estimar a produção volumétrica em diferentes idades.

No Quadro 1 é apresentado um exemplo dos resultados de aplicação da equação volumétrica e do modelo de distribuição diamétrica para a estimativa do volume total com casca (VTcc) e do volume comercial com casca (VCcc), neste caso considerado até o diâmetro aproveitável de 6 cm, e para energia com casca (VEcc) para algumas parcelas do povoamento em diferentes idades.

**Quadro 1.** Projeção da produção volumétrica em diferentes idades

Classe diamétrica (cm)	Idade (meses)	Volume estimado (m <sup>3</sup> /ha)		
		VTcc	VCcc	VEcc
8,5	30	6,2650	5,0065	1,2584
9,5		9,7731	6,5085	3,2646
10,5		9,2534	4,9565	4,2969
11,5		9,8857	5,2318	4,6538
12,5		10,6699	4,8563	5,8135
13,5		11,0391	5,5072	5,5320
Total	-	56,8861	32,0668	24,8193
8,5	42	7,0751	5,6400	1,4351
9,5		11,0586	7,3320	3,7266
10,5		10,4905	5,5836	4,9069
11,5		11,2084	5,8938	5,3146
12,5		12,1107	5,4708	6,6399
13,5		12,5218	6,2040	6,3178
14,5		9,2740	4,4556	4,8184
15,5		9,0466	3,9480	5,0986
Total	-	82,7856	44,5277	33,0962
8,5	54	10,9967	8,7589	2,2378
9,5		17,1993	11,3865	5,8128
10,5		16,3262	8,6713	7,6550
11,5		17,4440	9,1530	8,2910
12,5		18,8551	8,4961	10,3590
13,5		19,4910	9,6347	9,8563
14,5		14,4366	6,9195	7,5171
15,5		14,0857	6,1312	7,9545
Total	-	128,8348	69,1512	51,6330

continua...

**Quadro 1. Continuação...**

Classe diamétrica (cm)	Idade (meses)	Volume estimado (m <sup>3</sup> /ha)		
		VTcc	VCcc	VEcc
8,5	66	12,9066	10,2435	2,6631
9,5		20,2433	13,3165	6,9268
10,5		19,2682	10,1410	9,1272
11,5		20,5902	10,7044	9,8858
12,5		22,2901	9,9362	12,3539
13,5		23,0209	11,2678	11,7531
14,5		17,0565	8,0923	8,9641
15,5		16,6571	7,1704	9,4867
16,5		14,8093	7,1704	7,6388
17,5		10,8420	5,1217	5,7203
Total	-	177,6842	93,1644	55,9170
8,5	78	15,9834	12,6705	3,3130
9,5		25,0925	16,4716	8,6209
10,5		23,9053	12,5438	11,3615
11,5		25,5465	13,2406	12,3059
12,5		27,6696	12,2903	15,3792
13,5		28,5682	13,9375	14,6307
14,5		21,1687	10,0097	11,1591
15,5		20,6793	8,8693	11,8100
16,5		18,3785	8,8693	9,5092
17,5		13,4562	6,3352	7,1210
Total	-	226,5210	117,7719	69,6092
8,5	90	20,3358	18,2890	2,0467
9,5		26,4365	23,7757	2,6608
10,5		20,1324	18,1061	2,0263
11,5		21,2509	19,1120	2,1388
12,5		19,7257	17,7404	1,9853
13,5		22,3693	20,1179	2,2514
14,5		16,0653	14,4483	1,6169
15,5		14,2350	12,8023	1,4327
16,5		14,2350	12,8023	1,4327
17,5		10,1679	9,1445	1,0234
18,5		8,1343	7,3156	0,8187
19,5		6,1007	5,4867	0,6140
Total	-	199,1888	179,1410	20,0478

A comparação das projeções volumétricas realizadas foi feita pelo teste L&O, cujo resultado indicou similaridade entre as distribuições volumétricas observadas e estimadas (Quadro 2).

**Quadro 2.** Resultado do teste de L&O para validação das projeções volumétricas com redistribuições diamétricas realizadas por pelo procedimento de passo invariante ( $p = 0,05$ )

$F(H_0)$	$t_{\bar{e}}$	$r_{Y_j Y_1}$	Conclusão
0,837ns	1,498ns	sim	Valores observados ( $Y_j$ ) são estatisticamente iguais aos valores estimados ( $Y_1$ ), para o nível de significância de 5%.

Por efetuar projeções a partir da idade de medição, a precisão com que os parâmetros da função Weibull são recuperados é dependente da idade inicial utilizada e do período da projeção para o qual a projeção for efetuada. Essa característica representa uma importante vantagem da utilização do modelo aplicado em relação aos usualmente empregados para a projeção do crescimento e da produção.

Outra vantagem da metodologia aplicada refere-se a simplicidade de aplicação do método e também minimização do número de variáveis envolvidas na recuperação da f.d.p.

#### 4. CONCLUSÕES

Os resultados permitem concluir que a metodologia de passo invariante empregada na estimação e predição da distribuição diamétrica do povoamento em estudo é consistente por apresentar tendência semelhante detectada entre os volumes projetados e os observados. Não houve tendenciosidade em nenhuma das etapas da modelagem da predição das estruturas do povoamento. Devido à simplicidade de ajuste do modelo, o qual é baseado apenas em percentis da distribuição diamétrica, recomenda-se o emprego no manejo de povoamentos florestais não desbastados.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSMANN, B. **The principles of forest yield study**. Oxford: Pergaman Press, 1970. 506p.

BAILEY, R.L.; DELL, T.R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v. 19, n. 2, p. 97-104, 1973.

CAO, Q.V.; BURKHART, H.E. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. **Forest Science**, v. 30, n. 1, p. 129-137, 1984.

GERTNER, G.Z. Postcalibration sensitivity procedure for regressor variable error. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 16, p. 1120-1123, 1986.

GERTNER, G.Z. Prediction bias and response surface curvature. **Forest Science**, v. 37, n. 3, p. 755-765, 1991.

GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 160f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

GOVE, J.H.; FAIRWEATHER, S.E. Maximum-likelihood estimation of Weibull function parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and Management**, v. 28, n. 1, p. 61-69, 1989.

KRUG, A.G.; NORDHEIN, E.V.; GIESE, R.L. Determining initial values for parameters of a Weibull model: a case study. **Forest Science**, v. 30, n. 3, p. 573-81, 1984.

LEITE, H.G.; OLIVEIRA, F.H.T. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in Soil Science Plant Analysis**, v. 33, n.7/8, p. 1105-1118, 2002.

McTAGUE, J.P.; BAILEY, R.L. Compatible basal area and diameter distribution models for thinned loblolly pine plantations in Santa Catarina, Brazil. **Forest Science**, v. 33, n. 1, p. 43-51, 1987.

MURPHY, P.A.; FARRAR, JR., R.M. A framework for stand structure projection of uneven-aged loblolly-shortleaf pine stands. **Forest Science**, v. 34, n.2, p.321-332, 1988.

SMALLEY, G.W.; BAILEY, R.L. **Yield tables and stand structure for loblolly pine plantations in Tennessee, Alabama and Georgia highlands**. [S. l.]: USDA, 1974. 81p. (For. Serv. Res. Pap. SO, 96)

SOMERS, G.L.; FARRAR JR., R.M. Biomathematical growth equations for natural longleaf pine stands. **Forest Science**, v. 37, n. 1, p. 227-244, 1991.

TORRES-ROJO, J.M.; MAGAÑA-TORRES, O.S.; ACOSTA-MIRELES, M. Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones. **Agrociencia**, v. 34, n.5, p. 627-637, 2000.

## **PROCEDIMENTOS PARA RECUPERAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS**

**RESUMO** – Este estudo teve como objetivo avaliar quantitativamente a aplicação de um procedimento denominado de passo invariante para a redistribuição teórica dos diâmetros por classe em um modelo de distribuição diamétrica empregando a função de distribuição de probabilidade de Weibull. O procedimento de passo invariante demonstrou resultados satisfatórios ao ser comparado com a alternativa tradicional de recuperação dos diâmetros sendo, portanto, recomendado para futuras aplicações dada a ausência de tendenciosidade dos resultados e simplicidade de ajuste.

**Palavras chave:** crescimento e produção, eucalipto, distribuição diamétrica.

## **PROCEDURES FOR RECOVERING DIAMETRIC DISTRIBUTION**

**ABSTRACT** - It was quantitatively evaluated the application of a procedure named step invariant for the theoretical redistribution of diameters per class in a diametric distribution model using the Weibull probability density function. The step-invariant procedure provided satisfactory results when compared to the traditional alternative of diameter recovery, being therefore recommended for future applications given the absence of bias in the results and easy adjustment.

**Keywords:** growth and yield, eucalypt, diametric distribution.

### **1. INTRODUÇÃO**

Os povoamentos florestais são sistemas biológicos dinâmicos de ciclos longos que mudam continuamente devido a uma variedade de fatores que influenciam sua produtividade. Frequentemente, é necessário projetar essas mudanças a fim de obter informações relevantes para a tomada de decisões relativas ao gerenciamento da produção (VANCLAY, 1994).

A dinâmica do crescimento de um povoamento pode ser conhecida pelo emprego de métodos diretos e indiretos. Métodos diretos são aqueles que

envolvem as observações obtidas do povoamento. Em outras palavras, as inferências sobre o comportamento futuro são provenientes do crescimento e da mortalidade observados no passado. Já os métodos indiretos são aqueles que utilizam tabelas, equações ou modelos de simulação para se conhecer o comportamento de um povoamento, e são conhecidos como modelos de crescimento e produção (AVERY e BURKHART, 1994).

As decisões de planejamento são feitas baseando-se em informações sobre condições atuais e futuras do recurso, empregando-se, para tanto, modelos que descrevem a dinâmica da floresta (isto é, o crescimento, mortalidade, reprodução e mudanças associadas ao povoamento) no tempo e são utilizadas extensamente no manejo florestal devido à sua habilidade de atualizar inventários, prever o rendimento futuro e de explorar alternativas de manejo e opções silviculturais, auxiliando na tomada de decisões (BURKHART, 1990; VANCLAY, 1994; PENG, 2000).

O crescimento e a produção por classe de diâmetro podem ser estimados por meio dos modelos de distribuição diamétrica, os quais propiciam um maior detalhamento na predição do porte das árvores do povoamento, facilitando o planejamento da produção florestal e a simulação de uma série de tratamentos silviculturais. Pode-se, então, otimizar o rendimento do povoamento utilizando-se estimativas dos multiprodutos por classe de tamanho. Trata-se de um processo que, ao utilizar uma função de distribuição, permite prever a probabilidade de ocorrência do número de árvores por classe de diâmetro e, conseqüentemente, analisar a estrutura dos povoamentos (SCOLFORO, 1998). Assim, permite otimizar o rendimento deste povoamento por meio de estimativas de múltiplos produtos por classe de tamanho (THIERSCH et al., 2003).

Campos (1997) relata que à medida que a pesquisa sobre crescimento e produção leva a uma nova, mais intensa, e específica prescrição silvicultural, há uma constante necessidade de ajustar modelos de predição da produção florestal para refletir a resposta dessas práticas.

Devido à crescente demanda por produtos florestais, a aplicação de práticas de manejo alternativas e seus efeitos na estrutura do povoamento tornou-se essencial para otimizar o planejamento florestal (MALTAMO et al., 2000).

A distribuição da produção futura por classe de diâmetro é essencial para o sucesso da solução de uma ampla ordem de problemas associados com o manejo numa empresa integrada de produtos florestais. A determinação do valor da matéria-prima e dos custos de colheita, a mistura de produtos e o planejamento do manejo florestal são atividades que enfatizam a importância do prognóstico da distribuição da produção (HYINK e MOSER JR., 1983).

Segundo Guimarães (1994), a base matemática dos modelos de distribuição diamétrica é a utilização de uma função densidade de probabilidade que permite descrever as alterações ocorridas na estrutura do povoamento (número de árvores por classe de diâmetro), nas relações hipsométricas e nas taxas de mortalidade, podendo todas estas características ser analisadas, simultaneamente, ao longo do tempo.

Neste caso, a possibilidade de descrever a estrutura diamétrica das populações se faz por meio de distribuições definidas como função de densidade de probabilidade (f.d.p.). Na modelagem do crescimento e da produção de povoamentos florestais, as distribuições comumente empregadas são: Gama (NELSON, 1964), Log-Normal (BLISS e REINKER, 1964), Beta (CLUTTER e BENNETT, 1965; BURKHART e STRUB, 1974),  $S_b$  Johnson (HAFLEY e SCHREUDER, 1977), Weibull (BAILEY e DELL, 1973),  $S_{bb}$  de Johnson (SCHREUDER e HAFLEY, 1977), Exponencial e Normal (BAILEY, 1980). Estas distribuições permitem obter a probabilidade das árvores ocorrerem dentro de intervalos ou classes de diâmetro em que haja um limite superior e outro inferior.

O objetivo deste estudo foi comparar diferentes procedimentos para recuperação da distribuição diamétrica de povoamentos de *Eucalyptus* sp.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Fonte de dados

Os dados para o desenvolvimento deste estudo foram obtidos de povoamentos não desbastados de eucalipto híbrido (*Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*), implantados no espaçamento de 3 x 2 m. Esses povoamentos pertencem à empresa Copener Florestal Ltda., atualmente Bahia Pulp, e estão localizados nos municípios de Entre Rios e Inhambupe, na região nordeste do Estado da Bahia.

Foram utilizadas 173 parcelas permanentes circulares com 12,25 m de raio, com um mínimo de duas e um máximo de sete medições, em povoamentos com idades entre 25 e 89 meses, sendo que as medições foram efetuadas entre os anos de 1990 e 1996. As parcelas foram selecionadas em 48 diferentes projetos, visando obter representar as variações de produtividade das plantações de eucalipto da região.

### 2.2. Estimação das frequências diamétricas

Para a obtenção da proporção de árvores em cada classe de diâmetro optou-se pelo emprego da função densidade de probabilidade Weibull com dois parâmetros:

A forma geral da f.d.p. de Weibull é dada por:

$$f(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma}} \quad [1]$$

em que:

$\beta$  = parâmetro de escala;

$\gamma$  = parâmetro de forma;

$x$  = variável aleatória, no caso centro de classe de *dap*, sendo  $x \geq 0$ ,  
 $\beta > 0, \gamma > 0$ .

A forma acumulativa  $F(x)$  da função Weibull é:

$$F(x) = \int_{\alpha}^{\infty} f(x)dx = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma}} \quad [2]$$

O parâmetro de posição da f.d.p. Weibull ( $\alpha$ ) foi eliminado da função, conforme pressuposto por Rustagi (1977) de que esta eliminação deve apresentar pequeno impacto na precisão das estimativas, uma vez que há uma baixa correlação deste parâmetro com características do povoamento. Guimarães (1994) ressalta ainda que a exclusão desse parâmetro contribui para maior facilidade de recuperação da distribuição.

Assim sendo, os dados foram agrupados em classes com intervalos regulares de 1 cm de amplitude e a função foi ajustada aos dados de distribuição diamétrica observada de cada parcela em todas as medições. Para a estimação dos parâmetros da f.d.p. foi empregado o método da máxima verossimilhança sendo utilizada a metodologia proposta por Gove e Fairweather (1989).

A partir das estimativas dos parâmetros e da função de distribuição Weibull, obteve-se as freqüências por classe diamétrica. A proporção da distribuição localizada entre dois valores específicos de  $x$ , como  $x_i$  e  $x_s$  ( $x_i \leq x_s$ ), é definida como:

$$p(x_i, x_s) = \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{\gamma}\right] - \exp\left[-\left(\frac{x_s}{\beta}\right)^{\gamma}\right] \quad [3]$$

em que:

$x_i$  = limite inferior da classe de diâmetro;

$x_s$  = limite superior da classe de diâmetro;

$\beta$  e  $\gamma$  = conforme definido anteriormente.

Visando testar a aderência dos dados à f.d.p., foi aplicado o teste de Kolmogorov-Smirnov, adotando o nível de significância de 1%.

### 2.3. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe

A redistribuição teórica dos diâmetros por classe dos parâmetros foi realizada a partir da estimação, por regressão, dos coeficientes  $\beta$  e  $\gamma$ , utilizando variáveis relacionadas com os atributos do povoamento, como idade, diâmetro médio, número de árvores, altura dominante. Este procedimento foi denominado de procedimento clássico

A altura dominante foi obtida utilizando a forma linearizada do modelo de Schumacher, ajustado para o povoamento em estudo por Soares (1999), na idade-índice de 60 meses, cuja relação funcional é dada por:

$$\ln \hat{H}d = 3,5700 - 25,7843I^{-1} \quad [4]$$

em que:

$\hat{H}d$  = alturas das árvores dominantes (m);

$I$  = idade (meses);

$\ln$  = logaritmo neperiano.

Para permitir o acompanhamento da dinâmica do povoamento, a variável diâmetro médio ( $\bar{D}$ ) foi estimada empregando-se o seguinte modelo:

$$\bar{D} = \theta_0 + \theta_1 N + \theta_2 Hd + \varepsilon_i \quad [5]$$

em que:

$\bar{D}$  = diâmetro médio (média dos diâmetros) na idade atual (cm);

$N$  = número de árvores;

$\theta_i$  = parâmetros dos modelos;

$\varepsilon_i$  = erro aleatório,  $e \sim N(0, \sigma^2)$ ;

$Hd$  = conforme definido anteriormente.

Os parâmetros de forma ( $\gamma$ ) e escala ( $\beta$ ) foram obtidos em função dos seguintes modelos:

$$\gamma = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 \bar{D} + \theta_3 Hd + \varepsilon_i \quad [6]$$

$$\beta = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 \bar{D} + \varepsilon_i \quad [7]$$

O número de árvores por idade foi estimado utilizando-se o modelo proposto por Piennar e Schiver (1981):

$$N_2 = N_1 e^{-\theta_1(I_2^{\theta_2} - I_1^{\theta_2})} + \varepsilon_i \quad [8]$$

em que:

$I_1$  = idade atual (meses);

$I_2$  = idade futura (meses);

$N_1$  = número de árvores por hectare, na idade atual  $I_1$ ;

$N_2$  = número de árvores por hectare, na idade futura  $I_2$ ;

$\theta_i, \varepsilon_i$  = conforme definido anteriormente.

Os modelos descritos anteriormente foram ajustados pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários e o Método dos Mínimos Quadrados Não-Lineares no software Statistica 7.1 (STATSOFT, 2006).

A precisão das equações obtidas foi verificada com base no coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e análise gráfica dos resíduos.

### 2.3.1. Procedimento de passo invariante

Além do procedimento clássico, foi utilizado também o procedimento denominado de passo invariante (*step invariant*). Esse processo se baseia no princípio de que predições sucessivas, efetuadas da idade  $I_1$  para  $I_2$  e da idade  $I_2$  para  $I_3$ , devem, matematicamente, apresentar as mesmas predições, obtidas por um único passo entre as idades  $I_1$ , e  $I_3$  (SOMER e FARRAR JR., 1991).

Para o ajuste de um modelo de passo invariante, os dados relativos ao número de árvores por classe de diâmetro foram ordenados, de forma acumulativa.

Após obter as estimativas dos parâmetros da função Weibull, efetuou-se a linearização do modelo, conforme procedimento adotado por Krug et al. (1984) e Guimarães (1994), obtendo-se qualquer percentil da distribuição de acordo com McTague e Bailey (1987):

$$\ln \ln [1/(1-\text{percentil})] = \beta + \gamma \ln (X) \quad [9]$$

No presente caso, uma vez que apenas dois parâmetros são desconhecidos na função Weibull ( $\beta$  e  $\gamma$ ), baseando-se na metodologia proposta por Guimarães (1994), selecionaram-se os percentis correspondentes a 50% e 75% do valor assintótica ( $P_{50}$  e  $P_{75}$ ), cujas estimativas são dadas por:

$$P_{50} = \ln \ln [1/(1-0,5)] = \beta + \gamma \ln (X)$$

$$P_{50} = \exp[(-0,3665 - \ln \beta)/\gamma]$$

$$P_{75} = \ln \ln [1/(1-0,75)] = \beta + \gamma \ln (X)$$

$$P_{75} = \exp[(0,3266 - \ln \beta)/\gamma]$$

A partir dessas medidas de posição foi possível estimar os percentis em idades futuras utilizando o modelo:

$$P_f = (1 - e^{-\beta_0 I_f^{\beta_1} P_a^{\beta_2}}) \cdot P_a / (1 - e^{-\beta_0 I_a^{\beta_1} P_a^{\beta_2}}) + \varepsilon_i \quad [10]$$

em que:

$P_f$  = percentil na idade futura;

$P_a$  = percentil na idade atual;

$I_a$  = idade atual de medição;

$I_f$  = idade futura.

De posse dos parâmetros das equações, obteve-se, mediante regressão linear simples, as estimativas dos parâmetros da função Weibull e, então, efetuou-se a reconstituição das mesmas.

Os parâmetros da função Weibull foram estimados por:

$$\hat{\beta} = \exp(\hat{b}_0) \quad \therefore \quad \hat{\gamma} = \hat{b}_1$$

em que:

$$\hat{b}_0 = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{X};$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}};$$

$X$  = valores estimados para os percentis futuros, sendo representado por  $X_1$  e  $X_2$ ;

$$X_1 = \ln (P_f 50);$$

$$X_2 = \ln (P_f 75);$$

$Y$  = valores de  $Y_1$  e  $Y_2$ ;

$$Y_1 = \ln \ln (1/1-0,50) = -0,3665;$$

$$Y_2 = \ln \ln (1/1-0,75) = 0,3266.$$

O diferencial do método de passo invariante é que a recuperação da distribuição baseia-se apenas nos percentis na idade de medição do povoamento (idade atual) e na idade futura de projeção.

#### **2.4. Avaliação da redistribuição teórica dos diâmetros**

De posse dos parâmetros estimados, curvas teóricas da distribuição foram obtidas para diferentes povoamentos, ao substituí-los na f.d.p. A distribuição diamétrica foi projetada a partir de uma distribuição em uma idade atual para uma idade futura, partindo-se sempre de uma distribuição inicial observada.

Como as parcelas foram mensuradas em, pelo menos, duas medições, utilizou-se a primeira medição como idade inicial e, então, fez-se a projeção para a idade na qual as parcelas tiveram suas remedições. O número de árvores projetado foi então comparado ao número de árvores real, por classe de diâmetro.

O teste de compatibilidade consistiu em analisar se a distribuição diamétrica projetada do início para o final de um período de tempo é compatível com a distribuição diamétrica projetada ano a ano. Para tanto, empregou-se o teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), em nível de 1% de probabilidade, para testar as seguintes hipóteses:

$H_0$  = A distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado da idade inicial  $I_1$  para  $I_2$ ,  $I_2$  para  $I_3$ , ... ,  $I_{n-1}$  para  $I_n$  é igual à distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado de  $I_1$  para  $I_n$

$H_a$  = não  $H_0$ .

em que:

$I_1$  = idade atual (meses);

$I_i$  = idade futura (meses), ( $i = 2, \dots, n$ ).

#### **2.5. Projeção do estoque de madeira**

A estimação da produção em volume foi obtida a partir da distribuição diamétrica observada, da distribuição diamétrica recuperada e das equações de altura total de múltiplos volumes.

A altura total e o volume das árvores das parcelas foram obtidos empregando-se as seguintes equações:

$$\ln Ht = 0,81574 + 0,48837dap^{-1} - 2,53925\ln(Hd) \quad [11]$$

$$R^2 = 95,4\% \quad \therefore S_{yx} = \pm 0,0845 \ln m$$

$$V = 0,00008dap^{1,53553} \cdot Ht^{1,44819} \cdot [e^{-2,25669(Tx/dap)}] \cdot [1 - (d \cdot dap^{-1})^{1-0,00077d}] \quad [12]$$

$$R^2 = 99,9\% \quad \therefore S_{yx} = \pm 0,0357 m^3$$

em que:

$Ht$  = altura total (m);

$dap$  = diâmetro com casca medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$Hd$  = altura dominante (m);

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$Ht$  = altura total (m);

$V$  = volume ( $m^3$ );

$\ln$  = logaritmo neperiano;

$e$  = base dos logaritmos neperianos;

$Tx$  = variável binária (0 para volume ou diâmetro  $d$  com casca e 1 para volume ou diâmetro  $d$  sem casca).

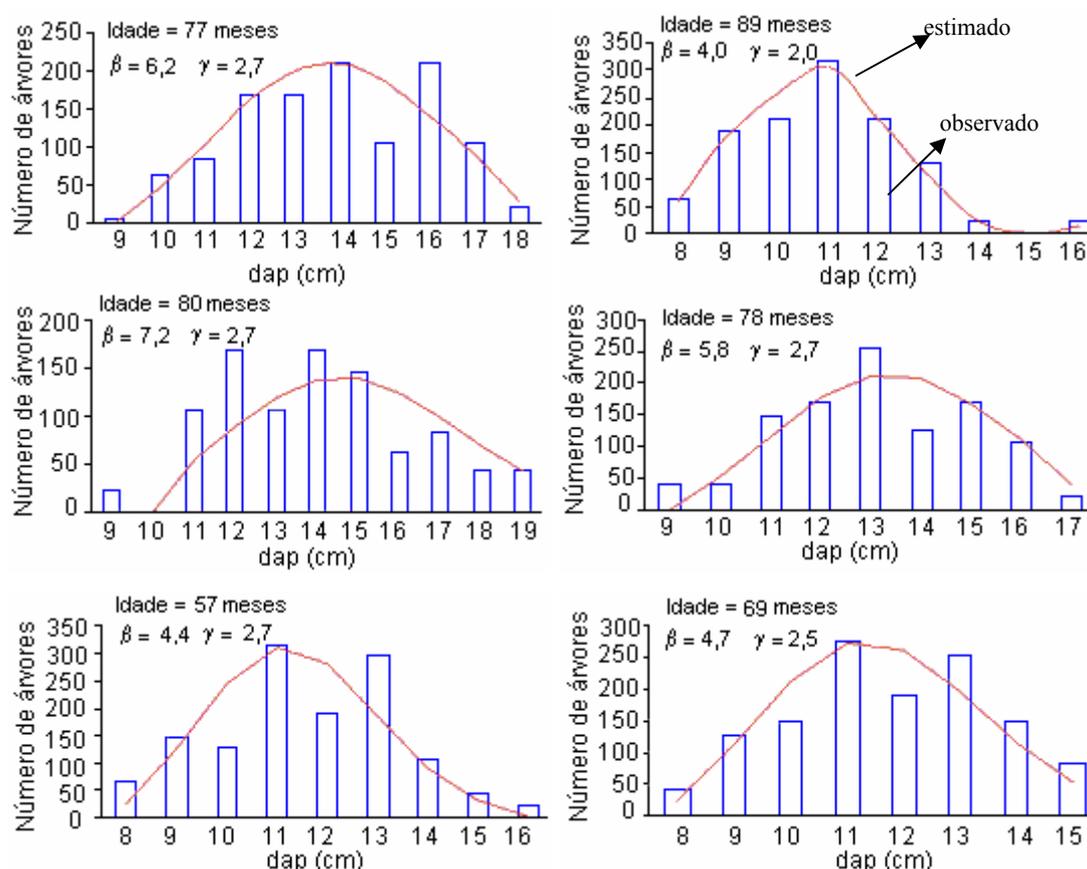
De posse da distribuição diamétrica observada, da distribuição diamétrica recuperada e das equações de altura total e de múltiplos volumes obteve-se as estimativas da produção total e por classe de diâmetro para todas as parcelas e em todas as medições.

O teste L&O, proposto por Leite e Oliveira (2002), foi aplicado para comparar o volume das parcelas com o volume projetado. Este teste resulta da combinação do teste de F ( $F_{H_0}$ ) Graybill, do teste t para erro médio e da análise de correlação linear entre os valores observados ( $Y_j$ ) e os valores estimados ( $\hat{Y}_j$ ). O teste compara o valor observado com o valor estimado. Assim, para situações em que  $F(H_0)$  e  $t_{\bar{e}}$  forem não significativos (ns) e  $r_{Y,\hat{Y}_1} \geq 1 - |\bar{e}|$ , conclui-se que os valores estimados pela regressão não diferem dos valores observados.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Ajuste da função densidade de probabilidade

A f.d.p. Weibull, ajustada a cada parcela, em todas as idades, foi comparada com a respectiva distribuição diamétrica observada. Para interpretação estatística desses ajustes utilizou-se o teste de Qui-quadrado. Os resultados desse teste foram não-significativos ( $p > 0,05$ ) para a maioria dos casos (97,4%), sendo aceito que os diâmetros observados não diferem dos valores estimados. Uma interpretação visual dos ajustes para algumas parcelas selecionadas aleatoriamente é apresentada na Figura 1.



**Figura 1.** Frequência observada e estimada pela função Weibull de seis parcelas selecionadas ao acaso.

## 3.2. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe

### 3.2.1. Procedimento clássico

O sistema de equação ajustado foi:

$$\bar{D} = 6,620468 - 0,052552 N + 0,406683 Hd$$

$$\bar{R}^2 = 92,4\% \therefore S_{yx} = \pm 0,83 \text{ cm}$$

$$\gamma = 1,810831 - 0,016685I + 0,296597\bar{D} - 0,085201Hd$$

$$\bar{R}^2 = 45,8\% \therefore S_{yx} = \pm 0,63$$

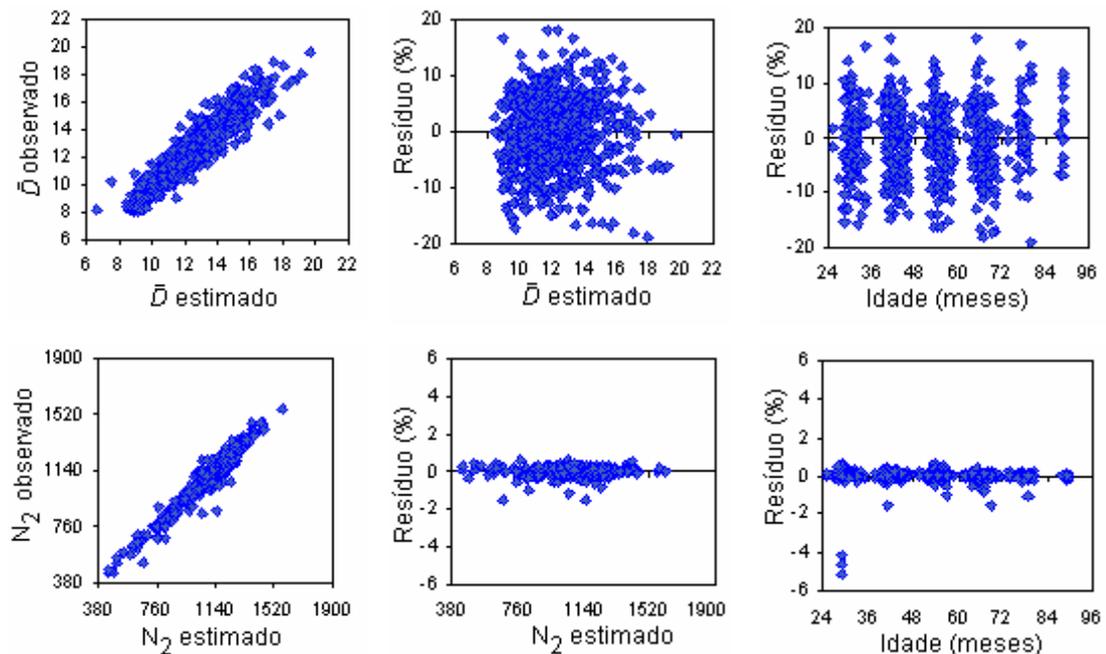
$$\beta = -2,11962 + 0,004404 I + 0,46773 \bar{D}$$

$$\bar{R}^2 = 94,1\% \therefore S_{yx} = \pm 0,39$$

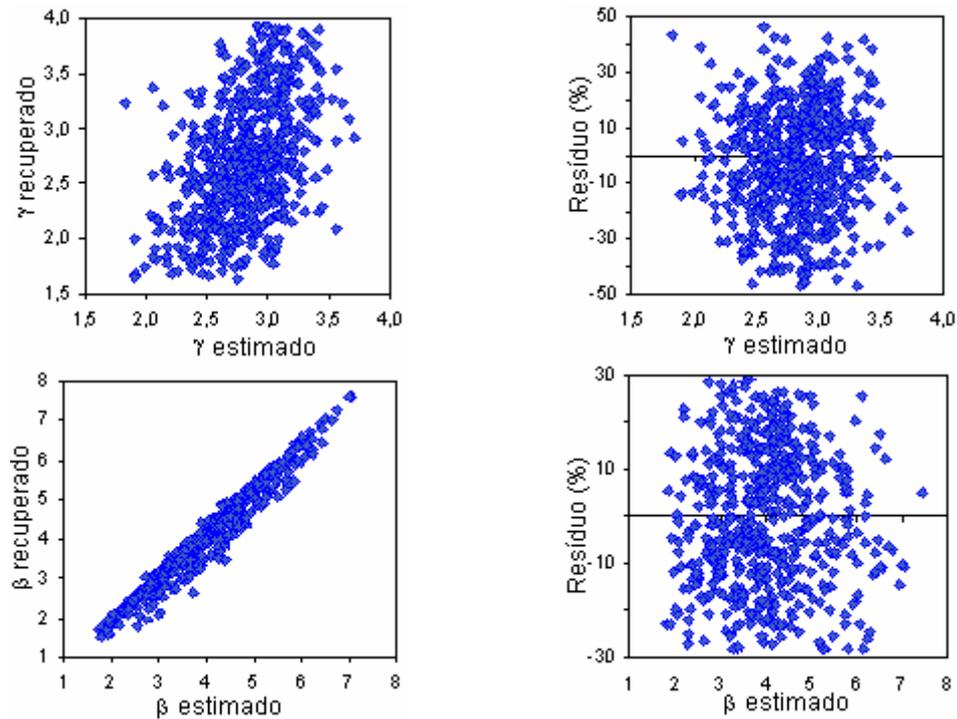
$$N_2 = N_1 e^{-93,72493(I_2^{0,000522} - I_1^{0,000522})}$$

$$\bar{R}^2 = 92,3\% \therefore S_{yx} = \pm 0,45$$

Todas as equações apresentaram valores aceitáveis de coeficientes de determinação, indicando que as variáveis independentes utilizadas nas equações têm grande influência nas variáveis dependentes. De acordo com a análise gráfica dos resíduos (Figuras 2 e 3), pode-se inferir que o sistema apresenta estimativas de  $\beta$  e  $\gamma$  precisas e consistentes.



**Figura 2.** Relação entre as variáveis dependentes e independentes das equações que compõe o sistema de predição por classe de diâmetro.



**Figura 3.** Valores estimados e recuperados do parâmetro  $\beta$  da função Weibull.

Embora o ajuste da equação que estima o parâmetro de forma da f.d.p. de Weibull tenha apresentado um valor de  $\bar{R}^2$  menor que 50%, o valor obtido está perto dos parâmetros aceitáveis na literatura para o mesmo. No geral, os modelos usuais de distribuição de diâmetros têm apresentado resultados satisfatórios, apenas no que concerne à estimativa do parâmetro de expansão do modelo ( $\beta$ ), sendo que nenhum fator do povoamento explica convenientemente as variações do parâmetro de forma da função ( $\gamma$ ) (GREY, 1989; GUIMARÃES, 1994).

### 3.2.2. Procedimento de passo invariante

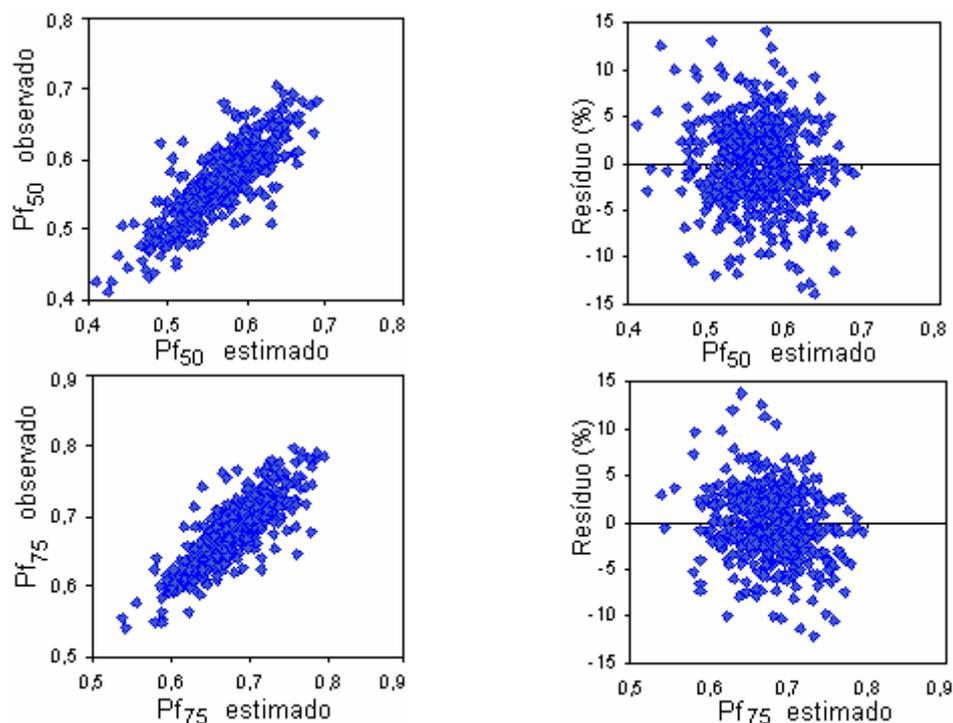
Os modelos ajustados para projeção das alterações dos percentis ao longo do tempo resultaram nas seguintes equações, cujos resíduos são apresentados na Figura 4:

$$P_{f50} = (1 - e^{-30,36807I_f^{-0,72565} Pa_{50}^{-1,26441}}) \cdot Pa_{50} / (1 - e^{-30,36807I_a^{-0,72565} Pa_{50}^{-1,26441}}) \quad [10]$$

$$R^2 = 82,4\% \quad \therefore \quad CV = 67,89\%$$

$$P_{f75} = (1 - e^{-4,11011I_f^{-0,25093} Pa_{50}^{-0,23489}}) \cdot Pa_{50} / (1 - e^{-4,11011I_a^{-0,25093} Pa_{50}^{-0,23489}}) \quad [11]$$

$$R^2 = 81,3\% \quad \therefore \quad CV = 66,07\%$$



**Figura 4.** Relação entre aos percentis estimados e observados.

### 3.2.3. Validação das redistribuições teóricas dos diâmetros

As redistribuições realizadas pelo procedimento clássico e pelo procedimento de passo invariante foram avaliadas aplicando-se o teste Qui-quadrado cujo resultado é apresentado no Quadro 2.

**Quadro 2.** Resultado do teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), aplicado para analisar as redistribuições teóricas dos diâmetros

Procedimento	$\chi^2$	
	**	ns
Clássico	6,18%	93,82%
Passo invariante	5,10%	94,90%

Em que: \*\* = significativo; ns = não-significativo ( $p < 0,01$ ).

O resultado do teste Qui-quadrado indicou um grande predomínio de redistribuições não significativas (+ de 90% para ambos os procedimentos) indicando, para a maioria dos casos, a inexistência de diferenças entre as projeções do número de árvores observadas e estimadas por classe de diâmetro. Tal resultado confirma, ainda, a consistência do procedimento de passo invariante o qual não diferiu do procedimento clássico usualmente empregado para predições diamétricas pelo setor florestal.

O fato da maioria das distribuições terem sido estatisticamente iguais permite inferir que os procedimentos empregados podem ser testados em outras análises.

### 3.3. Avaliação da projeção da produção volumétrica

Os resultados referentes as prognoses das distribuições diamétricas para os povoamentos em estudo são apresentados no Quadro 3.

**Quadro 3.** Projeção da produção volumétrica baseada na redistribuição diamétrica realizada pelos procedimentos clássico e de passo invariante, em diferentes idades.

Classe diamétrica (cm)	Volume estimado (m <sup>3</sup> /ha)								Diferença* (%)
	Clássico				Passo Invariante				
	VT <sub>cc</sub>	VC <sub>cc</sub>	VC <sub>sc</sub>	Ve <sub>cc</sub>	VT <sub>cc</sub>	VC <sub>cc</sub>	VC <sub>sc</sub>	Ve <sub>cc</sub>	
Idade de 30 meses									
8,5	7,7258	5,6526	3,7396	2,0733	7,3743	5,8405	3,8713	1,9338	-4,5
9,5	9,7765	7,1529	4,7322	2,6236	10,1866	7,1927	4,7433	2,9939	4,2
10,5	10,8978	7,9733	5,275	2,9245	11,2805	7,7621	5,1353	2,5184	3,5
11,5	11,1309	8,1438	5,3878	2,987	10,7961	8,1934	5,4206	2,6028	-3,0
12,5	10,6575	7,7975	5,1586	2,8600	10,0931	7,6053	5,0315	2,4877	-5,3
13,5	9,7053	7,1008	4,6978	2,6045	10,3117	7,1246	4,7058	2,6871	6,2
Total	59,8938	43,8209	28,991	16,0728	60,0423	43,7186	28,9077	15,2237	0,2
Idade de 42 meses									
8,5	8,1619	6,0294	4,1551	2,1325	8,0743	5,8405	4,2071	2,2338	-1,1
9,5	10,3284	7,6298	5,258	2,6985	9,7111	7,1927	5,3238	2,5184	-6,0
10,5	11,5129	8,5049	5,8611	3,0080	10,756	7,7621	5,9343	2,9939	-6,6
11,5	11,7591	8,6868	5,9864	3,0724	10,7961	8,1934	6,0613	2,6028	-8,2
12,5	11,259	8,3173	5,7318	2,9417	10,4827	7,6053	5,8035	2,8774	-6,9
13,5	10,2531	7,5742	5,2197	2,6789	10,3117	7,6246	5,285	2,6871	0,6
14,5	8,8762	6,5570	4,5188	2,3191	8,4057	6,1940	4,5752	2,2117	-5,3
15,5	7,7354	5,7143	3,9380	2,0211	7,2246	5,4884	3,9872	1,7363	-6,6
Total	79,886	59,0137	40,669	20,8723	75,7622	55,901	41,1774	19,8612	-5,2
Idade de 54 meses									
8,5	9,2188	6,957	4,6745	2,2618	9,1743	5,8405	4,1871	2,3375	-0,5
9,5	9,7765	7,1529	4,7322	2,6236	10,1866	7,1927	4,7433	2,9939	4,2
10,5	10,8978	7,9733	5,2750	2,9245	11,0805	7,7621	5,1353	2,5184	1,7
11,5	11,1309	8,1438	5,3878	2,987	10,7961	8,1934	5,4206	2,6028	-3,0
12,5	10,6575	7,7975	5,1586	2,8600	11,0931	7,6053	5,0315	2,4877	4,1
13,5	9,7053	7,1008	4,6978	2,6045	10,1117	7,0246	4,7058	2,6871	4,2
14,5	8,4019	6,1472	4,0669	2,2547	8,4057	6,1940	4,0978	2,2117	0,0
15,5	7,3221	5,3572	3,5442	1,9649	7,2620	5,4884	3,6310	1,9363	-0,8
16,5	5,9150	4,3276	2,8631	1,5873	6,3620	4,8370	2,6310	1,7363	7,6
17,5	4,8510	3,5492	2,3481	1,3018	4,6871	3,6203	2,5936	1,1669	-3,4
18,5	3,6337	2,6586	1,7589	0,9751	3,5497	2,7362	1,7485	0,8135	-2,3
Total	91,5104	67,1652	44,507	24,3452	92,7088	66,4945	43,9255	23,492	1,3

continua...

**Quadro 3. Continuação...**

Classe diamétrica (cm)	Volume estimado (m <sup>3</sup> /ha)								Diferença* (%)
	Clássico				Passo Invariante				
	VT <sub>cc</sub>	VC <sub>cc</sub>	VC <sub>sc</sub>	Ve <sub>cc</sub>	VT <sub>cc</sub>	VC <sub>cc</sub>	VC <sub>sc</sub>	Ve <sub>cc</sub>	
Idade de 66 meses									
8,5	12,8960	11,0562	9,3343	1,8398	12,3743	11,2405	9,1871	1,9375	-4,0
9,5	16,3190	13,9908	11,8119	2,3281	16,2599	13,3636	11,7962	2,1848	-0,4
10,5	18,1906	15,5954	13,1666	2,5951	18,1183	15,5377	13,5806	2,4254	-0,4
11,5	18,5796	15,929	13,4482	2,6507	18,7058	16,0342	13,4716	2,5601	0,7
12,5	17,7894	15,2515	12,8762	2,5379	18,0631	15,2844	13,0787	2,7636	1,5
13,5	16,2001	13,8889	11,7258	2,3112	16,6299	13,9308	11,6991	2,1948	2,7
14,5	14,0245	12,0237	10,1511	2,0008	14,4741	11,8048	10,1692	1,9354	3,2
15,5	12,2221	10,4784	8,8465	1,7437	12,0025	9,9650	9,1375	2,049	-1,8
16,5	9,8732	8,4647	7,1464	1,4086	9,7750	8,8650	6,9100	1,4149	-1,0
17,5	8,0972	6,9420	5,8609	1,1552	8,0147	7,3322	5,6825	1,2249	-1,0
18,5	6,0654	5,2001	4,3902	0,8653	6,1345	5,0657	4,5687	0,7994	1,1
Total	150,257	128,8207	108,7581	21,4363	150,552	128,424	109,2813	21,4899	0,2
Idade de 78 meses									
8,5	17,8361	14,1271	9,9525	3,709	17,3674	14,0187	9,6941	3,3486	-2,6
9,5	22,5704	17,8769	12,5942	4,6935	22,1776	17,4244	12,5023	4,7532	-1,7
10,5	25,159	19,9272	14,0386	5,2317	25,3737	19,8386	14,5672	5,3352	0,9
11,5	25,6971	20,3534	14,3389	5,3436	26,2389	20,8296	14,2653	5,4093	2,1
12,5	24,6042	19,4878	13,729	5,1164	24,7864	19,4782	13,3133	5,3082	0,7
13,5	22,4059	17,7467	12,5024	4,6593	21,9041	17,8206	12,9635	4,4835	-2,2
14,5	19,3970	15,3634	10,8234	4,0336	19,3002	16,2348	11,0283	4,0654	-0,5
15,5	16,9041	13,3889	9,4324	3,5152	16,5572	12,6131	8,8859	3,9441	-2,1
16,5	13,6555	10,8158	7,6197	2,8396	13,5572	10,6131	7,8859	2,9441	-0,7
17,5	11,1991	8,8703	6,2490	2,3288	11,2837	9,0094	6,347	2,6743	0,8
18,5	8,3889	6,6445	4,6810	1,7445	7,7470	6,2075	5,0776	1,5395	-7,7
19,5	6,9730	5,5230	3,8909	1,4500	6,8102	5,6056	3,8082	1,4046	-2,3
Total	214,7902	170,1251	119,8521	44,6652	213,1036	169,6936	120,3387	45,21	-0,8
Idade de 90 meses									
8,5	17,7380	13,0059	9,2613	4,7321	17,9365	13,2158	9,5470	4,7207	1,1
9,5	22,4463	16,4581	11,7195	5,9882	22,3175	16,0806	12,0112	6,2369	-0,6
10,5	25,0206	18,3456	13,0636	6,6750	25,7572	18,0537	13,4316	6,7035	2,9
11,5	25,5557	18,738	13,343	6,8178	26,7437	18,9455	13,0667	6,7981	4,6
12,5	24,4688	17,941	12,7755	6,5278	25,3984	17,7294	13,2006	6,6691	3,8
13,5	22,2827	16,3381	11,6341	5,9446	21,7302	17,8374	11,7017	5,8928	-2,5
14,5	19,2903	14,144	10,0718	5,1463	19,1699	13,8105	9,1222	5,3593	-0,6
15,5	16,8111	12,3262	8,7773	4,4849	16,5556	12,3511	8,8293	4,2045	-1,5
16,5	13,5804	9,9574	7,0905	3,6230	12,98556	10,3511	8,0829	3,2045	-4,4
17,5	11,1375	8,1662	5,8150	2,9713	10,9683	8,1079	5,7735	2,8603	-1,5
18,5	8,3428	6,1171	4,3559	2,2257	8,1746	6,1863	4,4188	2,3883	-2,0
19,5	6,9347	5,0846	3,6207	1,8500	7,3810	4,8648	3,4641	1,5162	6,4
20,5	4,8049	3,5230	2,5087	1,2818	4,5873	3,2432	2,3094	1,3441	-4,5
Total	218,4138	160,1454	114,037	58,2684	219,7058	160,7773	114,959	57,8983	0,6

\* Representa a diferença percentual entre o volume total estimado pelo procedimento de passo invariante e o procedimento clássico.

Comparando os volumes totais com casca obtidos por ambos os procedimentos, observa-se que os valores encontrados para o procedimento de passo invariante variaram de -8,2% a 7,6% quando comparados com os volumes totais do procedimento clássico. Verificou-se também que essa variação foi para os volumes totalizados em relação aos volumes por classe diamétrica.

A comparação das projeções realizadas empregando as redistribuições de cada procedimento foi feita pelo teste L&O. Os resultados da validação são apresentados no Quadro 5, onde é possível verificar que todas as projeções obtidas apresentaram estimativas precisas na predição da variável volumétrica.

**Quadro 5.** Resultado do teste de L&O para validação das projeções volumétricas com redistribuições diamétricas realizadas por diferentes procedimento, para um nível de significância de 5%.

Procedimento	F(H <sub>0</sub> )	t $\bar{e}$	r <sub>Y<sub>j</sub>Y<sub>1</sub></sub>	Conclusão
Clássico	0,065ns	1,060ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.
Passo invariante	0,090ns	1,806ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.

Verificou-se que o modelo de múltiplos volumes produz estimativas consistentes da produção, em volume total e do volume aproveitável para energia e celulose, em nível de classes de diâmetro. A não ocorrência de tendenciosidade das estimativas indica a igualdade das distribuições projetadas pelos dois procedimentos empregados.

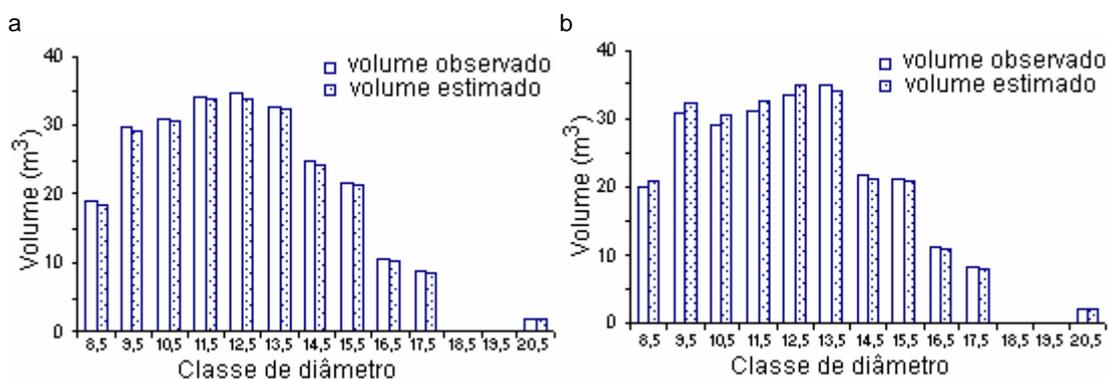
A comparação entre os volumes totais observados e preditos (Quadro 6) também indicou a similaridade entre as distribuições volumétricas.

**Quadro 6.** Resultado do teste de L&O para comparação das distribuições volumétricas dos volumes observados e preditos por diferentes procedimento, para um nível de significância de 5%.

Procedimento	F(H <sub>0</sub> )	t $\bar{e}$	r <sub>Y<sub>j</sub>Y<sub>1</sub></sub>	Conclusão
Clássico	0,622ns	1,870ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.
Passo	0,868ns	1,522ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente

invariante				iguais aos valores estimados ( $Y_1$ ), para o nível de significância de 5%.
------------	--	--	--	--

A Figura 5 exemplifica os resultados do Quadro 6 ilustrando a comparação das distribuições dos volumes totais, observados e preditos, na idade de 60 meses, para os povoamentos de Entre Rios e Inhambupe, tendo como base as redistribuições diamétricas realizadas pelos procedimentos clássico e de passo invariante.



**Figura 5.** Comparação entre as distribuições dos volumes observados e preditos por classe diamétrica. Em que: a) procedimento clássico; b) procedimento de passo invariante.

#### 4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, para as condições em que foram desenvolvidas este estudo, ou seja, povoamentos não desbastados, conclui-se que os métodos utilizados proporcionaram estimativas consistentes entre volumes totais e de volumes para diferentes usos.

A redistribuição dos diâmetros utilizando o procedimento de passo invariante apresentou resultados estatisticamente iguais àqueles obtidos pelo procedimento clássico.

Devido à simplicidade de ajuste em relação ao procedimento clássico e a consistência dos resultados obtidos, o procedimento de passo invariante para a redistribuição teórica dos diâmetros é indicado para o uso em manejo de povoamentos de eucalipto.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AVERY, T.E.; BURKHART, H.E. **Forest measurements**. 4. ed. New York: McGraw-Hill Book Co, 1994. 408p.

BAILEY, R.L. Individual tree growth derived from diameter distribution models. **Forest Science**, v. 26, n. 4, p. 626-632, 1980.

BAILEY, R.L., DELL, T.R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v.19, n.2, p.97-104, 1973.

BLISS, D.M.; REINKER, K. A lognormal approach to diameter distribution in even age stands. **Forest Science**, v. 10, n. 3, p. 350-360, 1964.

BURKHART, H.E.; STRUB, M.R. A model for simulation of planted loblolly pine stands. In: FRIES, J. (Ed.) **Growth models for tree and stand simulation**. Stockholm: Royal College of Forestry, 1974. p. 128-135.

BURKHART, H.E. Status and future of growth and yield models. In: IUFRO Symposium on "State of the Art Methodology of Forest Inventory", Syracuse, 1990. **Proceedings...** [S.l.]: USDA Forest Service, 1990. p. 409-414.

CAMPOS, L.J.D. **Prognose por classe de diâmetro a partir de modelos do tipo povoamento total**. 1997. 57f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

CLUTTER, J.L.; BENNETT, F. A. **Diameter distributions in old-field slash pine plantations**. Georg. For. Res. Council., 1965. 9p. (Report, 13).

GREY, D.C. Environmental factors and diameter distributions in *Pinus radiata* stands. **South African Forest Journal**, v. 149, p. 36-43, 1989.

GOVE, J.H.; FAIRWEATHER, S.E. Maximum-likelihood estimation of Weibull function parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and Management**, v. 28, p. 61-69, 1989.

GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 160f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

HAFLEY, W.L.; SCHREUDER, H.T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 7, p. 481-487, 1977.

HYINK, D.M.; MOSER JR., J.W. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. **Forest Science**, v. 29, n. 1, p. 85-95, 1983

KRUG, A.G.; NORDHEIN, E.V.; GIESE, R.L. Determining initial values for parameters of a Weibull model: a case study. **Forest Science**, v. 30, n. 3, p. 573-81, 1984.

LEITE, H.G.; OLIVEIRA, F.H.T. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in Soil Science Plant Analysis**, v. 33, n. 7/8, p. 1105-1118, 2002.

MALTAMO, M.; KANGAS, A.; UUTTERA, J.; TORNIAINEN, T.; SARAMÄKI, J. Comparison of percentile based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogeneous scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, v. 133, n.3, p. 263 -274, 2000.

McTAGUE, J.P.; BAILEY, R.L. Compatible basal area and diameter distribution models for thinned loblolly pine plantations in Santa Catarina, Brazil. **Forest Science**, v. 33, n. 1, p. 43-51, 1987.

NELSON, T.C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, v.10, n.1, p.139-153, 1964.

PENG, C. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. **Forest Ecology and Management**, v. 132, p. 259- 279, 2000.

PIENAAR, L.V.; SHIVER, B.D. Survival functions for site prepared slash pine plantations in the flat woods of Georgia Northern Florida. **Southern Journal Forestry**, v. 5, n. 2, p. 59-62, 1981.

RUSTAGI, K.P. Predicting stand structure in evenaged stands. In: GROWTH MODELS FOR LONG TERM FORECASTING OF TIMBER YIELDS, 1977, Blacksburg. **Proceedings...** [S.l.]: IUFRO, [1977]. p.1-16.

STATSOFT, Inc. **STATISTICA (data analysis software system)**, version 7.1. 2006. (Software estatístico)

SCHREUDER, H.T.; HAFLEY, W.L. A useful bivariate distribution for describing stand structure of tree heights and diameters. **Biometrics**, v. 33, n. 3, p. 471-488, 1977.

SCOLFORO, J.R.S **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras. UFLA/FAEPE, 1998. 441p.

SOARES, C.P.B. **Um modelo para o gerenciamento da produção de madeira em plantios comerciais de eucalipto.** 1999. 71f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

SOMERS, G.L.; FARRAR JR., R.M. Biomathematical growth equations for natural longleaf pine stands. **Forest Science**, v. 37, n. 1, p. 227-244, 1991.

THIERSCH, A.; THIERSCH, C.R.; CRUZ, E.S.; SCOLFORO, J.R.S. Modelos de prognose da produção utilizando as distribuições beta e sb, para *Eucalyptus camaldulensis* Dehn. In: Reunião da RBRAS, 48., SEAGRO, 10. **Anais...** Lavras: DEX/UFLA, 2003. (Cd Rom)

VANCLAY, J.K. **Modeling forest growth and yield:** applications to mixed tropical forests. Copenhagen: CAB International, 1994. 312p.

## **EMPREGO DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL TRUNCADA E NÃO TRUNCADA NA MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA**

**RESUMO** - Este trabalho objetivou a aplicação de um modelo de distribuição diamétrica na projeção de distribuição e produção de um povoamento florestal. Empregou-se a f.d.p. Weibull para obter informações sobre crescimento e produção, utilizando diferentes procedimentos para a recuperação da mesma. Verificou-se que as metodologias utilizadas foram eficientes para estimar a distribuição diamétrica e a produção presente e futura, sendo que a utilização da Weibull truncada proporcionou estimativas ligeiramente superiores à Weibull sem o truncamento à direita.

**Palavras chave:** função Weibull, eucalipto, distribuição diamétrica.

## **USE OF TRUNCATED AND NON-TRUNCATED WEIBULL DISTRIBUTION IN DIAMETRIC DISTRIBUTION MODELING**

**ABSTRACT** - The aim of this work was to apply a diametric distribution model in the prediction of distribution and production of a forest stand. The Weibull pdf was used to obtain information on growth and production, using different procedures for its recovery. The used methodologies were efficient to estimate the diametric distribution and the present and future production, seeing that the truncated Weibull function provided slightly better estimates than the non-truncated function to the right.

**Keywords:** Weibull function, eucalypt, diameter distribution.

### **1. INTRODUÇÃO**

Estudos referentes a distribuição dos diâmetros de povoamentos florestais datam de 1898 quando De Liocourt propôs um modelo simples baseado na progressão geométrica de ocorrência dos diâmetros. E, até os dias atuais, a distribuição diamétrica tem sido a mais simples e eficiente maneira de descrever as propriedades de um povoamento.

Neste contexto, o ajuste de distribuições de probabilidades às estruturas diamétricas se tornou uma ferramenta clássica no manejo florestal

(NÁVAR-CHÁIDEZ e CONTRERAS-AVINÃ, 2000). Entre as diversas funções de densidade de probabilidade (f.d.p.) existentes, a função Weibull tem sido a mais utilizada na modelagem de povoamentos florestais.

Segundo Campos e Turnbull (1981), a função Weibull apresenta superioridade em relação às demais para os propósitos florestais devido a sua flexibilidade e à facilidade de relacionar, de forma significativa, seus parâmetros com características importantes do povoamento.

A explicação está no fato de florestas equiâneas tenderem a apresentar distribuições assimétricas à direita, em razão das árvores maiores apresentarem maiores taxas de crescimento que as menores (efeito de competição), gerando uma configuração que coincide com as condições ideais para ajuste da função Weibull. Além do mais, a característica dessa função de descrever curvas com diferentes pontos de inflexão proporciona maior capacidade de ajuste em comparação às demais funções que, em sua maioria, apresentam curvatura rígida (GUIMARÃES, 1994).

Para o ajuste da distribuição Weibull existem vários procedimentos sendo comum na literatura florestal estudos comparando o ajuste dos mesmos (SHIVER, 1988).

Uma distribuição de diâmetros pode ser caracterizada como a distribuição Weibull, usando dados de parcelas para estimar os parâmetros da função (ZUTTER et al., 1986). De acordo com Silva (2001), os dados de mensuração dos diâmetros são ditos completos quando os diâmetros de todas as árvores de uma parcela são mensurados. Nesse caso, as medidas de diâmetros maiores que um diâmetro mínimo, ou ponto de truncamento, resultam em dados truncados à esquerda. Os dados que ficam restritos à esquerda são obtidos quando árvores de diâmetro maiores que um mínimo são medidos e é feita uma contagem de todas as árvores menores do que o diâmetro mínimo.

Uma das maneiras de aprimorar as estimativas é utilizar a distribuição truncada que é definida em um subintervalo da distribuição completa sendo que a função de densidade probabilidade (f.d.p.) não é a mesma da f.d.p.

completa e, conseqüentemente, os momentos e os resumos estatísticos não são os mesmos (SILVA, 2001).

Assim, este estudo foi desenvolvido com o objetivo de avaliar um sistema de predição, presente e futura da produção por classe diamétrica, empregando a distribuição Weibull sob duas formas; completa e truncada.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Descrição dos dados

Foram utilizados dados provenientes de povoamentos do híbrido *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden x *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake, em espaçamento 3 x 2 m, pertencentes à empresa Copener Florestal Ltda., atualmente Bahia Pulp, localizados na região nordeste do Estado da Bahia. Os dados utilizados são advindos de 173 parcelas e compreendem plantios com idades entre 25 e 89 meses.

### 2.2. Modelo de distribuição diamétrica

O modelo de distribuição diamétrica utilizado neste estudo é composto pelo seguinte sistema de equações:

$$\ln \hat{H}d = 3,5700 - 25,7843I^{-1} \quad [1]$$

$$\bar{D} = 6,620468 - 0,052552 N + 0,406683 Hd \therefore R^2 = 92,4\% \therefore S_{yx} = \pm 0,83 \text{ cm} \quad [2]$$

$$\gamma = 1,810831 - 0,016685I + 0,296597\bar{D} - 0,085201Hd \therefore R^2 = 45,8\% \therefore S_{yx} = \pm 0,63 \quad [3]$$

$$\beta = -2,11962 + 0,004404I + 0,46773\bar{D} \therefore R^2 = 94,1\% \therefore S_{yx} = \pm 0,39 \quad [4]$$

$$N_2 = N_1 e^{-93,72493(I_2^{0,000522} - I_1^{0,000522})} \therefore R^2 = 92,3\% \therefore S_{yx} = \pm 0,45 \quad [5]$$

em que:

$Hd$  = alturas das árvores dominantes (m);

$I$  = idade (meses);

$\bar{D}$  = diâmetro médio na idade atual (cm);

$\gamma$  = parâmetro de forma da função Weibull;

$\beta$  = parâmetro de escala da função Weibull;

$N_1$  = número de árvores por hectare, na idade atual  $I_1$ ;

$N_2$  = número de árvores por hectare, na idade futura  $I_2$ ;

$\ln$  = logaritmo neperiano.

A função densidade de probabilidade Weibull com dois parâmetros foi empregada para a obtenção da proporção de árvores em cada classe de diâmetro. A f.d.p. de Weibull é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma}, & \text{para } x \geq 0, \gamma > 0, \beta > 0 \\ 0, & \text{para outros valores de } x \end{cases} \quad [6]$$

A forma acumulativa  $F(x)$  da função Weibull é:

$$F(x) = \int_{\alpha}^{\infty} f(x) dx = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma} \quad [7]$$

em que:

$\beta$  = parâmetro de escala;

$\gamma$  = parâmetro de forma;

$x$  = variável aleatória, no caso centro de classe de *dap*, sendo  $x \geq 0$ ,  
 $\beta > 0, \gamma > 0$ .

A distribuição completa foi comparada com a distribuição truncada à direita com o objetivo de avaliar os resultados da truncagem.

Foi, então, ajustada a função Weibull de dois parâmetros truncada à direita a qual permite estimar uma distribuição truncada no ponto de diâmetro máximo do povoamento, uma vez que não ocorrem frequências estimadas em classes superiores a este ponto.

A f.d.p. e a distribuição Weibull truncada à direita são dadas, respectivamente, por:

$$f(x; \beta, \gamma) = \frac{\beta\gamma x^{\gamma-1} e^{-\beta x^\gamma}}{1 - e^{-\beta T^\gamma}}; \beta > 0, \gamma > 0, (0 < x < T) \quad [8]$$

$$F(X) = \frac{1 - e^{-\beta x^\gamma}}{1 - e^{-\beta T^\gamma}}; (0 < x < T) \quad [9]$$

em que:

$\beta$  = parâmetro de escala;

$\gamma$  = parâmetro de forma;

$T$  = ponto de truncamento (diâmetro máximo).

Em ambos os casos, distribuição sem o truncamento e truncada, os dados foram agrupados em classes com intervalos regulares de 1 cm de amplitude e a função foi ajustada aos dados de distribuição diamétrica observada de cada parcela em todas as medições. Para a estimação dos parâmetros da f.d.p. foi empregado o método da máxima verossimilhança, sendo utilizada a metodologia proposta por Gove e Fairweather (1989).

Ajustadas as f.d.p. completa e truncada para cada parcela e em todas as idades, as estimativas dos parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  tornaram-se disponíveis e foram utilizadas para ajustar equações que permitiram suas previsões com o uso das variáveis relativas às características dos povoamentos.

A aderência dos dados à f.d.p. foi verificada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov em nível de significância de 1%.

### **2.3. Projeção da distribuição diamétrica**

A projeção da distribuição diamétrica foi realizada a partir de uma distribuição em uma idade atual ( $I_1$ ) para uma idade futura ( $I_2$ ), partindo-se de uma distribuição inicial observada.

Utilizou-se a primeira medição como base ou idade inicial e, então, fez-se a projeção para a idade na qual as parcelas tiveram suas remedições. O número de árvores projetado foi então comparado ao número de árvores real, por classe de diâmetro.

O teste de compatibilidade consistiu em analisar se a distribuição diamétrica projetada do início para o final de um período de tempo é compatível com a distribuição diamétrica projetada ano a ano. Para tanto, empregou-se o teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), em nível de 1% de probabilidade, para testar as seguintes hipóteses:

$H_0$  = A distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado da idade inicial  $I_1$  para  $I_2$ ,  $I_2$  para  $I_3$ , ... ,  $I_{n-1}$  para  $I_n$  é igual à distribuição do número de árvores por classe de diâmetro no final do período projetado de  $I_1$  para  $I_n$

$H_a$  = não  $H_0$ .

em que:

$I_l$  = idade atual (meses);

$I_i$  = idade futura (meses), ( $i = 2, \dots, n$ ).

## 2.4. Projeção da produção

A estimação da produção em volume foi obtida a partir da distribuição diamétrica observada, da distribuição diamétrica recuperada pelo sistema selecionado, das equações de altura total selecionadas e das equações de múltiplos volumes estimadas para cada projeto. A estimação foi realizada para todas as parcelas e em todas as medições.

A altura total e os volumes foram obtidos por meio das seguintes equações:

$$\ln Ht = 0,81574 + 0,48837dap^{-1} - 2,53925 \ln(Hd) \quad [10]$$
$$R^2 = 95,4\% \quad \therefore S_{y,x} = \pm 0,0845 \ln m$$

$$V = 0,00008dap^{1,53553} \cdot Ht^{1,44819} \cdot [e^{-2,25669(Tx/dap)}] \cdot [1 - (d \cdot dap^{-1})^{1-0,00077d}] \quad [11]$$
$$R^2 = 99,9\% \quad \therefore S_{y,x} = \pm 0,0357 m^3$$

em que:

$Ht$  = altura total (m);

$dap$  = diâmetro medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$Hd$  = altura dominante (m);

$\ln$  = logaritmo neperiano;

$dap$  = diâmetro medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$V$  = volume ( $m^3$ );

$e$  = base dos logaritmos neperianos;

$Tx$  = variável binária (0 para volume ou diâmetro  $d$  com casca e 1 para volume ou diâmetro  $d$  sem casca).

As estimativas volumétricas foram avaliadas por meio da aplicação do teste L&O (LEITE e OLIVEIRA, 2002), o qual foi utilizado para comparar os volumes observados com os volumes estimados.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Simulação das distribuições diamétricas

Após ajustar a f.d.p. Weibull para cada parcela e em todas as idades, as mesmas foram comparadas com os valores observados e testadas pelo teste Qui-quadrado. Os resultados desse teste foram não-significativos para a maioria (98,2%) das medições e remedições das parcelas, rejeitando-se assim, a hipótese de nulidade não foi rejeitada ( $p=0,05$ ), sendo aceito que os diâmetros observados seguem a distribuição Weibull. No caso em que o teste foi significativo, a função Weibull foi ajustada pelo método de aproximação linear.

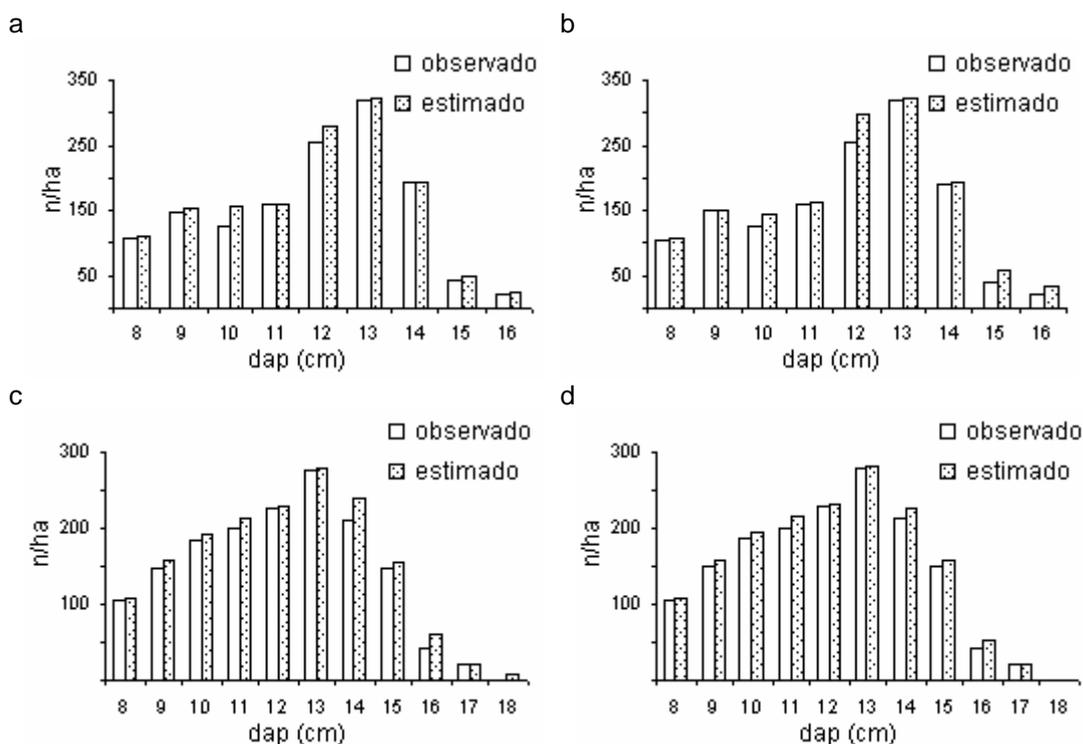
No Quadro 1 é apresentado um exemplo de projeção das estimativas de  $\bar{D}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $N$  para diferentes idades utilizando a f.d.p. sem o truncamento e a f.d.p. truncada.

**Quadro 1.** Exemplo de estimativas obtidas com o modelo de distribuição diamétrica

Idade (meses)	$\bar{D}$	$\gamma$	$\beta$	$N_1$ (n/ha)	$N_2$ (n/ha)
Distribuição não truncada					
29	9,0	2,8	2,2	1145	1145
41	11,1	3,2	3,2	1145	1145
53	13,9	3,1	4,6	827	848
65	14,5	3,3	5,0	848	848
77	15,7	3,0	5,6	848	848
89	16,3	3,1	5,9	806	827
Distribuição truncada					
29	9,0	3,4	2,7	1145	1145
41	11,1	3,6	4,0	1145	1145
53	13,9	3,4	5,4	827	848
65	14,5	3,1	6,3	848	848
77	15,7	3,2	6,3	848	848
89	16,3	2,8	7,5	806	806

Em que:  $\bar{D}$  = diâmetro médio (cm);  $\gamma$  = parâmetro de forma;  $\beta$  = parâmetro de escala;  $N_1$  = densidade observada;  $N_2$  = densidade estimada.

O comportamento apresentado no Quadro 1 foi encontrado para a maioria das projeções das distribuições diamétricas efetuadas, ou seja, no geral, as projeções com a distribuição truncada apresentaram estimativas mais próximas dos valores observados principalmente na última classe para a qual a distribuição completa apresentou superestimação do número de árvore (Figura 1).



**Figura 1.** Frequência observada e estimada pela função Weibull de duas parcelas selecionadas ao acaso.

O teste de Kolmogorov-Smirnov mostrou que os diâmetros observados seguem a distribuição Weibull em nível de 5% de probabilidade.

As redistribuições realizadas empregando os ajustes obtidos com a função Weibull nos modos completa e truncada foram avaliadas por meio do teste Qui-quadrado cujo resultado é apresentado no Quadro 2.

**Quadro 2.** Resultado do teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), aplicado para analisar as redistribuições teóricas dos diâmetros

Procedimento	$\chi^2$	
	**	ns
Distribuição completa	4,14%	95,82%
Distribuição truncada	0,96%	99,14%

Em que: \*\* = significativo e ns = não-significativo a 1 % de probabilidade, pelo teste  $\chi^2$ .

O resultado do teste Qui-quadrado demonstrou para a maioria dos casos a inexistência de diferenças significativas entre as projeções observadas e estimadas tanto pelo emprego da distribuição Weibull sem o truncamento quanto pela Weibull truncada. Entretanto, observa-se uma maior proporção de

redistribuições não significativas, ou seja, valores estimados iguais aos observados, para as projeções realizadas com a f.d.p. truncada quando a mesma é comparada com a f.d.p. Weibull sem o truncamento.

Verifica-se, então, que o truncamento da função Weibull aumenta a eficiência do modelo uma vez que corrige as probabilidades totais cujo valor é menor que um.

### 3.2. Avaliação da projeção da produção volumétrica

O teste L&O aplicado para comparar as projeções da produção volumétrica realizadas indicou não haver diferenças estatísticas entre os volumes observados e estimados, conforme pode ser observado no Quadro 3.

**Quadro 3.** Resultados do teste de L&O para comparação das distribuições volumétricas dos volumes observados e preditos por diferentes procedimentos, para um nível de significância de 5%.

Procedimento	F(H <sub>0</sub> )	t $\bar{e}$	r <sub>Y<sub>j</sub>X<sub>i</sub></sub>	Conclusão
Weibull não truncada	0,741ns	1,745ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.
Weibull truncada	0,762ns	1,698ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.

Um exemplo da tabela de produção baseada na distribuição diamétrica projetada pela função Weibull completa e truncada é dado no Quadro 4, onde são apresentadas as estimações para algumas parcelas escolhidas ao acaso em diferentes idades, tendo sido estimados o número de árvores sobreviventes, diâmetro médio, altura total e volume.

**Quadro 4.** Tabela de produção volumétrica baseada nos ajustes da função Weibul não truncada e truncada, em diferentes idades.

Idade (meses)	Classe diamétrica (cm)	Número de árvores (n/ha)	Dap médio (cm)	HT média (m)	VT (Weibul não truncada)	VT (Weibul truncada)	Diferença* (%)
30	8,5	106	10,33	14,06	6,6925	6,9666	4,1
	9,5	170			8,4689	8,3077	-1,9
	10,5	424			9,4402	8,9913	-4,8
	11,5	318			9,6421	9,4149	-2,4
	12,5	85			9,2320	9,1618	-0,8
	13,5	42			8,4072	8,5135	1,3
	Total	1145			-	-	51,8831
42	8,5	127	11,66	16,74	7,5843	7,7382	2,0
	9,5	170			9,5975	9,5320	-0,7
	10,5	233			10,6982	10,9909	2,7
	11,5	297			10,9270	10,6747	-2,3
	12,5	127			10,4623	10,5340	0,7
	13,5	85			9,5275	9,9255	4,2
	14,5	42			8,2481	8,1832	-0,8
	15,5	21			7,1880	7,1583	-0,4
Total	21	-	-	74,2329	74,7367	0,7	
54	8,5	1124	12,60	18,54	11,0700	11,1730	0,9
	9,5	42			14,0084	14,3803	2,7
	10,5	106			15,6149	15,5488	-0,4
	11,5	233			15,9489	16,1338	1,2
	12,5	212			15,2706	15,2573	-0,1
	13,5	318			13,9063	13,5629	-2,5
	14,5	148			12,0388	12,0492	0,1
	15,5	42			10,4915	10,4150	-0,7
Total	1103	-	-	108,3495	108,5202	0,2	
66	8,5	85	13,46	19,84	12,9294	12,9196	-0,1
	9,5	127			16,3612	16,2794	-0,5
	10,5	85			18,2377	18,3507	0,6
	11,5	255			18,6277	18,6097	-0,1
	12,5	233			17,8355	18,2287	2,2
	13,5	212			16,2420	16,3247	0,5
	14,5	148			14,0608	14,2443	1,3
	15,5	64			12,2537	12,2864	0,3
	16,5	42			9,8988	10,1041	2,1
	17,5	21			8,1182	8,3257	2,6
	Total	1273			-	-	144,5650
78	8,5	64	14,84	21,47	16,3343	16,2223	-0,7
	9,5	42			20,6700	20,8976	1,1
	10,5	64			23,0406	22,7669	-1,2
	11,5	212			23,5334	23,3300	-0,9
	12,5	191			22,5325	22,3520	-0,8
	13,5	255			20,5194	20,2079	-1,5
	14,5	148			17,7638	17,1607	-3,4
	15,5	127			15,4808	15,6946	1,4
	16,5	42			12,5057	12,5033	0,0
	17,5	42			10,2561	10,8154	5,5
	20,5	21			4,0224	4,0784	1,4
	Total	1209			-	-	186,6591

Continua...

**Quadro 4.** Continuação...

Idade (meses)	Classe diamétrica (cm)	Número de árvores (n/ha)	Dap médio (cm)	HT média (m)	VT (Weibull não truncada)	VT (Weibull truncada)	Diferença* (%)
78	8,5	64	14,84	21,47	16,3343	16,2223	-0,7
	9,5	42			20,6700	20,8976	1,1
	10,5	64			23,0406	22,7669	-1,2
	11,5	212			23,5334	23,3300	-0,9
	12,5	191			22,5325	22,3520	-0,8
	13,5	255			20,5194	20,2079	-1,5
	14,5	148			17,7638	17,1607	-3,4
	15,5	127			15,4808	15,6946	1,4
	16,5	42			12,5057	12,5033	0,0
	17,5	42			10,2561	10,8154	5,5
	20,5	21			4,0224	4,0784	1,4
	Total	1209	-	-	186,6591	186,0291	-0,3
90	8,5	64	16,17	23,41	16,2664	16,3365	0,4
	9,5	85			20,5841	20,4175	-0,8
	10,5	106			22,9448	22,7572	-0,8
	11,5	255			23,4356	23,7437	1,3
	12,5	170			22,4388	22,3984	-0,2
	13,5	64			20,3341	19,9302	-2,0
	14,5	106			17,6899	17,1699	-2,9
	15,5	170			15,4164	15,5556	0,9
	16,5	170			12,4537	12,5556	0,8
	17,5	42			10,2135	10,1683	-0,4
	18,5	106			7,6507	7,4746	-2,3
19,5	42	6,3594	6,3810	0,3			
20,5	21	4,8049	4,5873	-4,5			
	Total	1400	-	-	200,5923	199,4756	-0,6

\* Representa a diferença percentual entre o volume total estimado pela f.d.p. Weibull truncada e a f.d.p. Weibull não truncada.

Comparando os volumes totais com casca obtidos por ambos os procedimentos, observa-se que os valores encontrados para a f.d.p truncada variaram de -4,8% a 5,5% quando comparados com os volumes totais da f.d.p não truncada. Verificou-se também que essa variação foi para os volumes totalizados em relação aos volumes por classe diamétrica, cuja variação foi da ordem de -0,3% a 0,8%.

A fim de averiguar a similaridade entre as projeções volumétricas obtidas pelo emprego da distribuição Weibull não truncada e truncada, utilizou-se o teste de L&O cujo resultado indicou não haver diferenças significativas entre os valores observados e ajustados em ambos os casos (Quadro 5).

**Quadro 5.** Resultados do teste de L&O para comparação das distribuições volumétricas dos volumes observados e preditos pela função Weibull não truncada e truncada ( $p = 0,05$ ).

Procedimento	F(H <sub>0</sub> )	t $\bar{e}$	r <sub>Y<sub>j</sub>Y<sub>i</sub></sub>	Conclusão
Weibull não truncada	0,622ns	1,870ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>i</sub> ), para o nível de significância de 5%.
Weibull truncada	0,751ns	1,622ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>i</sub> ), para o nível de significância de 5%.

Comparando os resultados obtidos da aplicação da função Weibull completa e truncada, observa-se que a diferença entre os resultados, do ponto de vista estatístico, é indiferente, sendo que o truncamento da função propicia uma maior porcentagem de estimativas estatisticamente iguais aos valores observados.

Sendo assim, infere-se que qualquer um dos métodos pode ser empregado para a modelagem da distribuição diamétrica e projeção da produção volumétrica de povoamentos florestais gerando resultados precisos e consistentes.

#### 4. CONCLUSÕES

A f.d.p. Weibull ajustada na forma sem o truncamento e truncada propiciam estimativas precisas das variáveis avaliadas.

O truncamento da f.d.p. Weibull contribuiu para eliminar as estimativas de probabilidades cujos números de árvores por classe diamétrica fossem menor que um, sem superestimar ou subestimar o número de árvores nas maiores classes.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAILEY, R L., DELL, T.R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v.19, n.2, p.97-104, 1973.

CAMPOS, J.C.C.; TURNBULL, K.J. Um sistema para estimar produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação de efeitos de desbaste. **Árvore**, v.5, n.1 p.1-16, 1981.

GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto.** 1994. 160f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

GOVE, J.H.; FAIRWEATHER, S.E. Maximum-likelihood estimation of Weibull function parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and Management**, v. 28, n.1, p. 61-69, 1989.

LEITE, H.G.; OLIVEIRA, F.H.T. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in Soil Science Plant Analysis**, v. 33, n.7/8, p. 1105-1118, 2002.

NÁVAR-CHÁIDEZ, J.J.; CONTRERAS-AVIÑA, J. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino en Durango, México. **Agrociencia**, v. 34, n.3, p. 353-361, 2000.

SHIVER, B.D. Sample size and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. **Forest Science**, v.34, n. 3, p. 809-814, 1988.

SILVA, A.A.L. **Emprego de modelos de crescimento e produção em análise econômica de decisões de manejo florestal.** 2001. 79f. Dissertação (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

ZUTTER, B.R.; ODERWALD, R.G.; MURPHY, P.A.; FARRAR JR., R.M. Characterizing diameter distributions with modified data types and forms of the Weibull distribution. **Forest Science**, v.32, n.1, p.37-48, 1986.

## **COMPARAÇÃO DE DIFERENTES ABORDAGENS NA MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA**

**RESUMO** - O objetivo deste estudo foi avaliar as estimativas obtidas por dois modelos de distribuição diamétrica. O primeiro modelo empregado foi o sistema convencional de relacionar características do povoamento com parâmetros da função Weibull, sendo que essa foi utilizada na forma truncada. O segundo modelo avaliado empregou um procedimento de passo invariante baseado na relação de percentis da distribuição diamétrica. De acordo com os resultados, pode-se inferir que o modelo de passo invariante apresenta ajustes e previsões mais precisas quando comparado com o procedimento tradicional.  
**Palavras chave:** passo invariante, função Weibull, avaliação de modelo.

## **COMPARISON OF DIFFERENT APPROACHES IN DIAMETRIC DISTRIBUTION MODELING**

**ABSTRACT** - This study evaluated the estimates obtained by two diametric distribution models. The first model was the conventional system that relates stand features with parameters of the truncated Weibull function. The second model used a step-invariant procedure based on the percentile ratio of the diametric distribution. The results demonstrated that the step-invariant model provides more accurate adjustments and predictions when compared with the traditional procedure.

**Keywords:** step invariante, Weibull function, model evaluation.

### **1. INTRODUÇÃO**

Uma questão fundamental para viabilizar o planejamento e controle da atividade florestal consiste no conhecimento do crescimento e da produção presente e futura de árvores e povoamentos florestais em função da idade, qualidade de sítio e densidade de plantio, principalmente quando as florestas são destinadas ao aproveitamento múltiplo da produção (MAESTRI, 2003).

Sendo as florestas sistemas biológicos dinâmicos que estão continuamente mudando, a previsão do valor potencial da produção, por meio

de modelos de crescimento e produção, sob várias condições fornecerá, ao manejador florestal, informações relevantes para auxiliar na tomada de decisão para se efetuar a otimização da produção florestal (VANCLAY, 1994).

De acordo com Rennolls et al. (1985) e Glade (1986), a predição da distribuição diamétrica em um povoamento é de suma importância no manejo florestal, sendo indispensável para produzir o efeito das diferentes práticas de manejo sobre o volume por classes diamétricas, para definir o tipo de manejo que maximize a renda líquida por hectare e também com relação à tendência mundial de exploração florestal mecanizada, a qual requer, para o seu planejamento e justificativa econômica, o conhecimento da distribuição diamétrica da floresta.

Neste contexto, o aprimoramento dos métodos de predição é essencial para propiciar estimativas compatíveis e consistentes. Assim, desenvolveu-se o presente estudo com o objetivo de avaliar a aplicação da f.d.p. Weibull truncada e o procedimento de passo invariante na modelagem do crescimento e da produção.

## **2. MATERIAL E MÉTODOS**

### **2.1. Descrição dos dados**

Foram utilizados dados provenientes de povoamentos do híbrido *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden x *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake, implantados no espaçamento de 3 x 2 m, pertencentes à empresa Copener Florestal Ltda., atualmente Bahia Pulp, localizados na região nordeste do Estado da Bahia. Os dados utilizados são advindos de 173 parcelas e compreendem plantios com idades entre 25 e 89 meses.

### **2.2. Modelo de distribuição diamétrica**

A f.d.p. Weibull com dois parâmetros foi empregada para a obtenção da proporção de árvores em cada classe de diâmetro. Entretanto, com o intuito de aprimorar as estimativas, efetuou-se o truncamento da função cuja relação

funcional da f.d.p. e a distribuição Weibull truncada à direita ficou definida como são dadas, respectivamente, por:

$$f(x; \beta, \gamma) = \frac{\beta \gamma x^{\gamma-1} e^{-\beta x^\gamma}}{1 - e^{-\beta T^\gamma}}; \beta > 0, \gamma > 0, (0 < x < T) \quad [1]$$

$$F(X) = \frac{1 - e^{-\beta x^\gamma}}{1 - e^{-\beta T^\gamma}}; (0 < x < T) \quad [2]$$

em que:

$\beta$  = parâmetro de escala;

$\gamma$  = parâmetro de forma;

$T$  = ponto de truncamento (diâmetro máximo).

Os dados foram agrupados em classes com intervalos regulares de 1 cm de amplitude e a função foi ajustada aos dados de distribuição diamétrica observada de cada parcela em todas as medições. Para a estimação dos parâmetros da f.d.p. foi empregado o método da máxima verossimilhança, sendo utilizada a metodologia proposta por Gove e Fairweather (1989).

### 2.3. Redistribuição teórica dos diâmetros por classe

Para avaliar as projeções dos diâmetros por classe diamétrica, efetuou-se a redistribuição teóricas das frequências por dois diferentes métodos: relacionando parâmetros da função com características do povoamento (empregando-se nesse caso a função Weibull truncada à direita) e o procedimento de passo invariante (cujas projeções são baseadas em percentis).

No primeiro método, a redistribuição teórica dos diâmetros por classe dos parâmetros foi realizada a partir da estimação, por regressão, dos coeficientes  $\beta$  e  $\gamma$ , utilizando variáveis relacionadas com os atributos do povoamento, como idade, diâmetro médio, número de árvores, altura dominante, baseando-se no seguinte sistema de equações:

$$\ln \hat{H}d = 3,5700 - 25,7843I^{-1} \quad [3]$$

$$\bar{D} = 6,620468 - 0,052552 N + 0,406683 Hd \therefore R^2 = 92,4\% \therefore S_{yx} = \pm 0,83 \text{ cm} \quad [4]$$

$$\gamma = 1,810831 - 0,016685I + 0,296597 \bar{D} - 0,085201Hd \therefore R^2 = 45,8\% \therefore S_{yx} = \pm 0,63 \quad [5]$$

$$\beta = -2,11962 + 0,004404I + 0,46773 \bar{D} \therefore R^2 = 94,1\% \quad S_{yx} = \pm 0,39 \quad [6]$$

$$N_2 = N_1 e^{-93,72493(I_2^{0,000522} - I_1^{0,000522})} \therefore R^2 = 92,3\% \therefore S_{yx} = \pm 0,45 \quad [7]$$

em que:

$Hd$  = alturas das árvores dominantes (m);

$I$  = idade (meses);

$\bar{D}$  = diâmetro médio na idade atual (cm);

$\gamma$  = parâmetro de forma da função Weibull;

$\beta$  = parâmetro de escala da função Weibull;

$N_1$  = número de árvores por hectare, na idade atual  $I_1$ ;

$N_2$  = número de árvores por hectare, na idade futura  $I_2$ ;

$\ln$  = logaritmo neperiano.

Já no procedimento denominado de passo invariante, as medidas de posição (percentis), efetuadas na distribuição em determinada idade, constituem a base da estimativa das magnitudes destas mesmas medidas em outras idades.

Considerando que apenas dois parâmetros são desconhecidos na função Weibull ( $\beta$  e  $\gamma$ ) e baseando-se na metodologia proposta por Guimarães (1994), foram utilizados os percentis correspondentes a 50% e 75% do valor assintótica (P50 e P75). Então, a partir dos valores de percentis foram estimados os percentis em idades futuras utilizando as equações:

$$P_{f50} = (1 - e^{-30,368071 f^{-0,72565} P_{a50}^{-1,26441}}) \cdot P_{a50} / (1 - e^{-30,368071 a^{-0,72565} P_{a50}^{-1,26441}}) \quad [8]$$

$$R^2 = 82,4\% \therefore CV = 67,89\%$$

$$P_{f75} = (1 - e^{-4,110111 f^{-0,25093} P_{a50}^{-0,23489}}) \cdot P_{a50} / (1 - e^{-4,110111 a^{-0,25093} P_{a50}^{-0,23489}}) \quad [9]$$

$$R^2 = 81,3\% \therefore CV = 66,07\%$$

em que:

$P_f$  = percentil na idade futura;

$P_a$  = percentil na idade atual;

$I_a$  = idade atual de medição;

$I_f$  = idade futura.

De posse dos parâmetros das equações, obteve-se, mediante regressão linear simples, as estimativas dos parâmetros da função Weibull truncada e, então, efetuou-se a reconstituição das mesmas.

A partir dos parâmetros estimados, procedeu-se a redistribuição teórica simuladas dos diâmetros. O teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), em nível de 1% de probabilidade, foi aplicado para avaliar a compatibilidade entre a distribuição diamétrica projetada do início para o final de um período de tempo e a distribuição diamétrica projetada ano a ano.

## 2.4. Predição da produção

Estimativas de volumes por classe de diâmetro foram obtidas a partir das redistribuições em combinação com a equação de múltiplos volumes:

$$V = 0,00008dap^{1,53553} \cdot Ht^{1,44819} \cdot [e^{-2,25669(Tx/dap)}] \cdot [1 - (d \cdot dap^{-1})^{1-0,00077d}] \quad [10]$$

$$R^2 = 99,9\% \quad \therefore S_{yx} = \pm 0,0357 \text{ m}^3$$

em que:

$Ht$  = altura total (m);

$dap$  = diâmetro com casca medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$Hd$  = altura dominante (m);

$ln$  = logaritmo neperiano;

$dap$  = diâmetro medido a 1,3 m de altura do solo (cm);

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$V$  = volume ( $\text{m}^3$ );

$e$  = base dos logaritmos neperianos;

$Tx$  = variável binária (0 para volume ou diâmetro  $d$  com casca e 1 para volume ou diâmetro  $d$  sem casca).

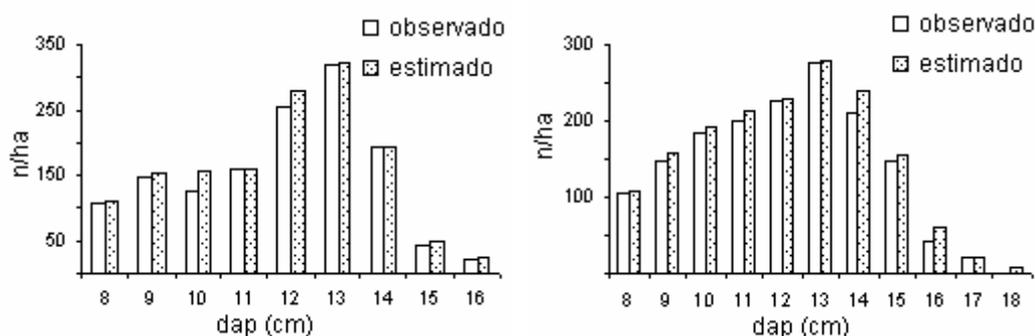
Visando verificar a precisão das estimativas obtidas e a ocorrência ou não de tendenciosidade nas mesmas, foi utilizado o teste L&O conforme citado por Leite e Oliveira (2002).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Simulação das distribuições diamétricas

Após ajustar a f.d.p. Weibull para cada parcela e em todas as idades, as mesmas foram comparadas com os valores observados e testadas pelo teste Qui-quadrado. Os resultados desse teste foram não-significativos para a maioria das medições e remedições das parcelas, rejeitando-se assim, a hipótese de nulidade não foi rejeitada ( $p=0,05$ ), sendo aceito que os diâmetros observados seguem a distribuição Weibull.

O ajuste obtido pela f.d.p. Weibull usando dados de duas parcelas selecionadas ocasionalmente pode ser observado na Figura 1.



**Figura 1.** Distribuição de diâmetro, observada e ajustada, pela f.d.p. Weibull referente a duas parcelas selecionadas ao acaso.

O teste de Kolmogorov-Smirnov mostrou que os diâmetros observados seguem a distribuição Weibull a 5% de probabilidade.

#### 3.2. Redistribuição teórica dos diâmetros e predição volumétrica

O resultado do teste Qui-quadrado aplicado para avaliar as redistribuições diamétricas realizadas utilizando-se o parâmetros da função com características do povoamento (procedimento A) e o procedimento de passo invariante (procedimento B) é apresentado no Quadro 2.

**Quadro 2.** Resultado do teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), aplicado para analisar as redistribuições teóricas dos diâmetros

Procedimento	$\chi^2$	
	**	ns
A	2,86%	97,14%
B	2,70%	97,30%

Em que: \*\* = significativo; ns = não-significativo ( $p < 0,01$ ).

Os resultados do teste Qui-quadrado indicaram predomínio de redistribuições não significativas, ou seja, para a maioria dos casos houve inexistência de diferenças entre as projeções observadas e estimadas.

O fato da maioria das distribuições terem sido estatisticamente iguais, juntamente com as estatísticas satisfatórias para ambos os procedimentos empregados, permite inferir que os procedimentos empregados podem ser testados em outras análises.

Um exemplo da tabela de produção baseada na distribuição diamétrica projetada empregando os procedimentos A e B é dado no Quadro 3, onde são apresentadas as estimações para algumas parcelas escolhidas ao acaso em diferentes idades, tendo sido estimados o número de árvores sobreviventes, diâmetro médio, altura total e volume.

**Quadro 3.** Tabela de produção volumétrica baseada nos ajustes da função pelos procedimentos A e B, em diferentes idades.

Idade (meses)	Classe diamétrica (cm)	Número de árvores (n/ha)	dap médio (cm)	HT média (m)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. A)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. B)	Diferença* (%)
30	8,5	106	10,8	15,8	6,8830	6,6122	-3,9
	9,5	170			8,2080	8,3673	1,9
	10,5	424			8,8834	9,3269	5,0
	11,5	318			9,2925	9,5168	2,4
	12,5	85			9,0427	9,1120	0,8
	13,5	42			8,4028	8,2979	-1,2
	Total	1145			-	-	50,7124

continua...

**Quadro 3. Continuação...**

Idade (meses)	Classe diamétrica (cm)	Número de árvores (n/ha)	dap médio (cm)	HT média (m)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. A)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. B)	Diferença* (%)
42	8,5	127	11,9	18,5	7,6531	7,5009	-2,0
	9,5	170			9,4271	9,4919	0,7
	10,5	233			10,8700	10,5805	-2,7
	11,5	297			10,5573	10,8068	2,4
	12,5	127			11,3610	11,2054	-1,4
	13,5	85			9,7766	9,3846	-4,0
	14,5	42			8,0605	8,1244	0,8
	Total	21			-	-	67,7056
54	8,5	1124	13,4	20,1	10,9150	11,0166	0,9
	9,5	42			13,8123	14,1790	2,7
	10,5	106			15,3963	15,3311	-0,4
	11,5	233			15,7256	15,9079	1,2
	12,5	212			15,0568	15,0437	-0,1
	13,5	318			13,7186	13,3798	-2,5
	14,5	148			11,8763	11,8865	0,1
	15,5	42			10,3499	10,2744	-0,7
Total	1103	-	-	106,8507	107,0190	0,2	
66	8,5	85	14,6	21,9	12,7549	12,6722	-0,6
	9,5	127			16,1403	16,0596	-0,5
	10,5	85			18,0576	18,1695	0,6
	11,5	255			18,4437	18,4259	-0,1
	12,5	233			17,6594	18,0487	2,2
	13,5	212			16,0816	16,1635	0,5
	14,5	148			12,6850	12,8506	1,3
	15,5	64			11,0547	11,0842	0,3
16,5	42	8,9303	9,1155	2,1			
Total	1273	-	-	131,8075	132,5897	0,6	
78	8,5	64	13,8	21,0	14,7361	14,6350	-2,0
	9,5	42			20,3393	20,5632	0,7
	10,5	64			22,6720	22,4026	-2,7
	11,5	212			23,1569	22,9567	2,4
	12,5	191			22,1720	21,9944	-1,4
	13,5	255			20,1911	19,8846	-4,0
	14,5	148			17,4973	16,9033	0,8
	15,5	127			15,2486	15,4592	-0,9
	16,5	42			12,3181	12,3158	0,9
	17,5	42			10,1023	10,6532	2,7
	18,5	21			3,9621	4,0172	-0,4
	Total	1209			-	-	182,3956

continua...

### Quadro 3. Continuação...

Idade (meses)	Classe diamétrica (cm)	Número de árvores (n/ha)	dap médio (cm)	HT média (m)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. A)	VT (m <sup>3</sup> /ha) (Proced. B)	Diferença* (%)
90	9,5	85	17,7	25,6	16,1363	16,2058	-0,7
	10,5	106			20,4194	20,2541	1,1
	11,5	255			22,7613	22,5751	-1,2
	12,5	170			23,2481	23,5537	-0,9
	13,5	64			22,2593	22,2192	-0,8
	14,5	106			20,1714	19,7707	-1,5
	15,5	170			17,5166	17,0016	-3,4
	16,5	170			15,2653	15,4031	1,4
	17,5	42			12,3317	12,4325	0,0
	18,5	106			10,1134	10,0686	5,5
	19,5	42			7,5757	7,4014	1,4
	20,5	21			6,2970	6,3184	-0,3
		Total			1400	-	-

\* Representa a diferença percentual entre o volume total estimado pelo procedimento A e pelo procedimento B.

A variação dos volumes totais do procedimento b em relação ao procedimento A foi de -4,0% a 5,5%, sendo que a variação foi maior para os volumes por classe diamétrica do que para os volumes totais em cada idade de projeção.

Para a comparação da similaridade entre as projeções volumétricas obtidas pelo emprego da distribuição pelos diferentes métodos, utilizou-se o teste de L&O cujo resultado indicou não haver diferenças significativas entre os valores observados e ajustados em ambos os casos (Quadro 4).

**Quadro 4.** Resultados do teste de L&O para comparação das distribuições volumétricas dos volumes observados e preditos pelos diferentes métodos ( $p = 0,05$ ).

Procedimento	F(H <sub>0</sub> )	t $\bar{e}$	$r_{Y_j, Y_1}$	Conclusão
A	0,048ns	2,259ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.
B	0,057ns	2,181ns	sim	Valores observados (Y <sub>j</sub> ) são estatisticamente iguais aos valores estimados (Y <sub>1</sub> ), para o nível de significância de 5%.

Verifica-se que ambos os procedimentos propiciam resultados satisfatórios, sem existência de ‘bias’, constituindo, comprovando, portanto, a eficiência dos procedimentos utilizados.

Portanto, pode-se afirmar que ambos os métodos podem ser empregado para a modelagem da distribuição diamétrica e projeção da

produção volumétrica de povoamentos florestais não desbastados gerando resultados precisos e consistentes.

#### 4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, conclui-se ambos os procedimentos empregados são eficientes na projeção da distribuição diamétrica e projeção da produção de povoamentos que não sofreram intervenções de desbastes, sendo que o modelo de passo invariante gera resultados ligeiramente superiores ao procedimento que relaciona características do povoamento com a função Weibull truncada à direita.

#### 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GLADE, J.E. **Prognose de volume pro classe diamétrica para *Eucalyptus grandis* Hill Ex Maiden**. 1986. 99f. Tese (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR.

GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 160f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG.

LEITE, H.G.; OLIVEIRA, F.H.T. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in soil science plant analysis**, v. 33, n. 7/8, p. 1105-1118, 2002.

MAESTRI, R. **Modelos de crescimento e produção para povoamentos de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais**. Curitiba: 2003. 143f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Curitiba/PR.

RENNOLLS, K.; GEARY, D.N.; ROLLINSON T.J.D. Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. **Forestry**, v.58, n. 11, p. 57-66; 1985.

VANCLAY, J. K. **Modeling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests**. Copenhagen: CAB International, 1994. 312p.