

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

**INTEGRAÇÃO ENTRE DIFERENTES NÍVEIS DE MODELAGEM DO
CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO.**

Kemely Alves Atanzio
Doctor Scientiae

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2023**

KEMELY ALVES ATANAZIO

**INTEGRAÇÃO ENTRE DIFERENTES NÍVEIS DE MODELAGEM DO
CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO.**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

Orientador: Helio Garcia Leite

Coorientadores: Carlos P. B. Soares
Alvaro A. Vieira Soares

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

A862i
2023
Atanzio, Kemely Alves, 1993-
Integração entre diferentes níveis de modelagem do
crescimento e da produção de povoamentos de eucalipto /
Kemely Alves Atanzio. – Viçosa, MG, 2023.
1 tese eletrônica (108 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexo.

Orientador: Hélio Garcia Leite.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Engenharia Florestal, 2023.

Referências bibliográficas: f. 92-108.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2025.015>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Comunidades vegetais. 2. Eucalipto - Modelos matemáticos. 3. Distribuição (Teoria da probabilidade). I. Leite, Hélio Garcia, 1960-. II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia Florestal. Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal. III. Título.

GFDC adapt. CDD 634.9188

KEMELY ALVES ATANAZIO

**INTEGRAÇÃO ENTRE DIFERENTES NÍVEIS DE MODELAGEM DO
CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO.**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 8 de dezembro de 2023.

Assentimento:

Kemely Alves Atanzio
Autora

Helio Garcia Leite
Orientador

Essa tese foi assinada digitalmente pela autora em 17/01/2025 às 17:23:15 e pelo orientador em 17/01/2025 às 17:44:51. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **UXC1.XN1L.488B** e clique no botão 'Validar documento'.

Aos meus pais, irmãs e sobrinha, por todo amor e carinho
Dedico...

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre escolher o melhor para minha vida, guiando meus caminhos e me abençoando com saúde, força e sabedoria.

Aos meus pais, Regeli Alves e Dorival Atanazio, por ser meu porto seguro, minha base, por sempre estarem ao meu lado, lutando comigo por cada conquista e me dando todo amor do mundo. Obrigada por tanto amor, carinho e cuidado comigo e pela compreensão nos momentos de ausência, amo vocês.

Às minhas irmãs, Jenefer Alves e Giovana Alves, por todo amor, carinho e cuidado comigo, mesmo de longe abençoando minhas vitórias.

À minha sobrinha Bárbara Alves que eu amo tanto, e que é meu porto seguro e minha vida, obrigada por ser tão doce e amável, eu te amo demais.

À toda minha família, que acreditaram que seria possível e sempre se orgulharam da pessoa que me tornei e da garra de fazer um doutorado longe deles, ficando todos preocupados comigo, mas mesmo de longe me mandando muitas energias positivas e orações. Meu muito obrigada para: Ronaldo Dallacort, Zenaide Teruel, Maria da Penha Amorim, Roseli Alves, Amabile Giroldo, Reginaldo Alves, Rejane Alves, Evelyn Alves, Taymili Alves, Kaoane e Renan Alves e Alisson Alves.

Às minhas melhores amigas do Paraná, Barbara Honesko, Maria Eugenia Pastorello, Aline Ribeiro e Gabriela Fin, por todo apoio e incentivo e por cada conselho que foram importantes na minha vida e por nunca ter me esquecido, obrigada por todo carinho. Amo vocês.

Aos amigos e amigas que fiz nessa jornada de doutorado aqui em Minas Gerais, Bianca Hosken, Emanuely Magalhães, Bianca Diniz, Gianmarco, Aline Pilocelli que foram fundamentais e essenciais para eu continuar em Viçosa.

Aos meus amigos e companheiros da época do mestrado Giselli Castilho, Tarik Cuchi, Luiz Paulo Schorr e Sandra Krefta, que me deram todo apoio e incentivo para iniciar e terminar meu doutorado.

Ao meu querido orientador Hélio Garcia Leite, que além de orientador foi meu amigo, obrigada por toda paciência comigo, ensinamentos, experiências e conselhos, você sempre ficará no meu coração. Hélio você sempre será minha inspiração, você é exemplo de homem, pai, amigo e orientador, que Deus abençoe sempre sua vida. Ao meu coorientador e amigo Álvaro Soares, você sempre acreditou em mim, obrigada por todo apoio, assistência e orientação, que Deus abençoe sempre a sua vida e da sua família.

Ao meu coorientador Carlos Pedro Boechat, por toda assistência,

orientação e disposição de me ajudar.

À Universidade Federal de Viçosa, pela oportunidade de realizar a pós-graduação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudos.

À vida.

Obrigada a todos que fizeram e fazem parte da minha história.

RESUMO

ATANAZIO, Kemely Alves, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2023. **INTEGRAÇÃO ENTRE DIFERENTES NÍVEIS DE MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO..** Orientador: Helio Garcia Leite. Coorientadores: Carlos Pedro Boechat Soares e Alvaro Augusto Vieira Soares.

O objetivo deste estudo foi avaliar a precisão e a exatidão da modelagem em nível de povoamento, árvore individual e distribuição diamétrica, com uma ampla e abrangente base de dados de povoamentos de eucalipto, além de propor uma alternativa simples para compatibilização de estimativas por árvore e para todo o povoamento. Foram utilizados dois bancos de dados, um para ajuste (529 parcelas permanentes medidas em até seis ocasiões) e outro para validação (511 parcelas permanentes também medidas em até seis ocasiões), totalizando 1044 parcelas e um total de 72.001 registros de produção. Para isso, foram avaliados seis modelos para classificar a capacidade produtiva por meio da altura dominante (A) e pelo diâmetro dominante (B). As curvas de índices de local foram construídas empregando o método da curva-guia assumindo uma idade índice de 84 meses. Na sequência, foi realizada a modelagem em nível de povoamento, ajustando o modelo de Clutter com o índice local adquirido pelas duas alternativas (A e B). Logo após, foram ajustados cinco modelos de árvore individual para o crescimento em diâmetro (Dap2) e altura (Ht2), um modelo para sobrevivência em nível de povoamento (N2/ha) e outro para o volume individual (V2/ha). A modelagem da distribuição de diâmetros foi feita utilizando a função Weibull de dois parâmetros, sendo seus parâmetros projetados com equações de regressão. Após comprovar a maior exatidão do modelo em nível de povoamento foram testadas duas alternativas para compatibilização das estimativas em nível de árvore, classe de dap e povoamento total, sendo uma já conhecida e outra construída e proposta neste estudo. Dentre os seis modelos utilizados para classificação da capacidade produtiva, o que melhor se ajustou aos dados, foi o modelo exponencial modificado para duas alternativas testadas (com alturas dominantes e com diâmetros dominantes). As duas alternativas exibiram resultados similares para capacidade produtiva. A maior exatidão nas estimativas de produção (m^3ha^{-1}) foram obtidas com o modelo de Clutter e a menor exatidão, com o modelo de distribuição de diâmetros. O método de desagregação testado na base de dados de validação resultou em expressiva perda de exatidão e bias nas estimativas de diâmetro (dap) das árvores individuais projetadas inicialmente pelo MAI. A diferença do erro médio do volume empregando um MNP para um MAI foi de 0,7 com o banco de validação e

0,57 com os dados utilizados para ajuste dos modelos. O método proposto neste trabalho, para fazer o link os três tipos de modelos (MNP, MAI e MDD) teve sua eficiência e consistência comprovada, podendo ser aplicado independentemente das relações funcionais utilizadas em cada um dos três modelos.

Palavras-chave: modelo em nível de povoamento. modelo de distribuição de diâmetros. modelo de árvores individuais. desagregação.

ABSTRACT

ATANAZIO, Kemely Alves, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, December, 2023. **LINKING DIFFERENT GROWTH AND YIELD MODELLING LEVELS FOR EUCALYPTUS STANDS.** Adviser: Helio Garcia Leite. Co-advisers: Carlos Pedro Boechat Soares and Alvaro Augusto Vieira Soares.

The objective of this study was to evaluate the precision and accuracy of modeling at the level of stand, individual tree and diametric distribution, with a large and comprehensive database of eucalyptus stands, in addition to proposing a simple alternative for compatibility. tion of estimates per tree and for the entire stand. Two databases were used, one for adjustment (529 permanent plots measured on up to six occasions) and another for validation (511 permanent plots also measured on up to six occasions), totaling 1044 plots and a total of 72,001 data records. production. For this, six models were evaluated to classify the productive capacity through the dominant height (A) and the dominant diameter (B). Site index curves were constructed employing the guide curve method assuming an index age of 84 months. Next, modeling was carried out at the population level, adjusting the Clutter model with the local index acquired by the two alternatives (A and B). Soon after, five individual tree models were adjusted for growth in diameter (Dap2) and height (Ht2), one model for survival at the stand level (N2/ha) and another for individual volume (V2/ha) . The diameter distribution modeling was done using the two-parameter Weibull function, with its parameters projected with regression equations. After proving the greater accuracy of the model at the stand level, two alternatives were tested to make estimates compatible at the tree level, dbh class and total stand, one of which was already known and the other was built and proposed in this study. Among the six models used to classify production capacity, the one that best fit the data was the exponential model modified for two tested alternatives (with dominant heights and dominant diameters). The two alternatives exhibited similar results for productive capacity. The highest accuracy in production estimates (m³ha⁻¹) were obtained with the Clutter model and the lowest accuracy with the diameter distribution model. The disaggregation method tested on the validation database resulted in a significant loss of accuracy and bias in the diameter estimates (dbh) of individual trees initially projected by MAI. The difference in the average volume error using an MNP for a MAI was 0.7 with the validation database and 0.57 with the data used to adjust the models. The method proposed in this work, to link the three types of models (MNP, MAI and MDD) has had its efficiency and consistency proven, and can be applied regardless of the

functional relationships used in each of these three models.

Keywords: population-level model. diameter distribution model. model of individual trees. disaggregation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fluxograma para classificação dos modelos de crescimento e produção florestal..	26
Figura 2 - Métodos para realizar a predição e recuperação dos parâmetros de um modelo de distribuição de diâmetros.....	30
Figura 3 - Etapas realizadas para integração entre os modelos de crescimento e produção florestal pelo método da combinação de previsão e desagregação.	31
Figura 4 - Método da combinação de previsão para vincular MNP e MAI.	34
Figura 5 - Método da desagregação para vincular modelos em nível de povoamento e árvore individual.....	36
Figura 6 - Identificação dos limites dos municípios de Sabinópolis e Virginópolis, Minas gerais, em que se encontram os povoamentos inventariados.....	38
Figura 7 - Dispersão da produção total por hectare observadas nas parcelas das bases de dados de ajuste (A) e de validação (B) (dados independentes).	48
Figura 8 - Gráficos de dispersão entre os valores estimados e observados dos cinco modelos ajustados para a Alternativa A (<i>Hd</i>).	51
Figura 9 - Gráficos de dispersão entre os valores estimados e observados dos cinco modelos ajustados para a Alternativa B (<i>Dapd</i>).	52
Figura 10 - Curvas de índice local construídas pelo método da curva-guia para a alternativas A (<i>Hd</i>).....	54
Figura 11 - Curvas de índice local, construídas pelo método da curva-guia para a Alternativa B (<i>Dapd</i>).....	55
Figura 12 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa A (<i>Hd</i>).....	59
Figura 13 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa B (<i>Dapd</i>).....	60
Figura 14 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C), utilizando a modelagem em nível de árvore individual para cinco modelos ajustados para variável diâmetro (<i>Dap₂</i>).	66
Figura 15 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual para os cinco modelos ajustados para variável altura (<i>Ht₂</i>).	67

Figura 16 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual para o número de árvores (N_2/ha) e o volume (V_2/ha).	68
Figura 17 - Distribuições diamétricas observadas (barras) e projetadas (linhas) nas idades 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 anos com o banco de dados para ajustes.....	71
Figura 18 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo de distribuição de diâmetros para os parâmetros de forma e de escala da função Weibull e para as variáveis D_{max2} , N_2 e V_2	72
Figura 19 - Relação entre os valores estimados e observados para a altura dominante e o diâmetro dominante (A), e curvas de índice local, construídas pelo método da curva-guia (B) utilizando o modelo exponencial modificado para duas alternativas.	75
Figura 20 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa A (Hd) e B ($Dapd$) com o banco de dados para validação.....	77
Figura 21 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual, para as variáveis Dap_2 , Ht_2 , N_2 e V_2 com o banco de dados para validação.....	78
Figura 22 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo de distribuição de diâmetros para as variáveis $Forma_2$, $Escala_2$, D_{max2} , N_2 <i>Projetado</i> e V_2 <i>Projetado</i> com o banco de dados para validação.....	79
Figura 23 - A) Comparação dos volumes projetados nos modelos em nível de povoamento (MNP), árvore individual (MAI) e distribuição de diâmetros (MDD) utilizando dois bancos de dados diferentes (ajuste e validação); B) Valor médio do erro em percentagem, nos modelos em nível de povoamento (MNP), árvore individual (MAI) e distribuição de diâmetros (MDD) utilizando dois bancos de dados diferentes (ajuste e validação).	81
Figura 24 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B), Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) e entre valores desagregados e os projetos pelo MAI , utilizando o método da desagregação para variável diâmetro.....	84
Figura 25 - Evolução dos diâmetros observados, projetados por um modelo em nível de árvore individual e pelo método da desagregação.	84
Figura 26 - Diâmetro, alturas e volumes individuais estimados para os dados de validação, utilizando o modelo composto pelas equações 4, 11, 8, 1, 7 e 10	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatística descritiva referente aos dados do povoamento utilizado no estudo.	39
Tabela 2 - Modelos ajustados para classificação da capacidade produtiva.	41
Tabela 3 - Modelos ajustados para projetar o diâmetro e altura em nível de árvore individual em um povoamento de eucalipto.	44
Tabela 4 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos ajustados para capacidade produtiva pela alternativa A (Hd) e B ($Dapd$).	49
Tabela 5 - Classificação da capacidade produtiva obtida para duas alternativas.	52
Tabela 6 - Equações ajustadas pelo modelo de Clutter para as alternativas A (Hd) e B ($Dapd$) utilizando o banco de dados para ajuste.	57
Tabela 7 - Estatística das equações ajustadas pelo modelo de Clutter para as alternativas A (Hd) e B ($Dapd$) utilizando o banco de dados para ajuste.	57
Tabela 8 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas para avaliar os cinco modelos de crescimento em diâmetro (Dap_2) e altura (Ht_2) em nível de árvore individual, utilizando o banco de dados para ajuste.	63
Tabela 9 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos de árvore individual ajustados utilizando o banco de dados para ajustes para N_2 e V_2	64
Tabela 10 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos de distribuição de diâmetros ajustados, utilizando o banco de dados para ajustes.	69
Tabela 11 - Estatísticas dos ajustes e precisão utilizando o banco de dados para validação dos modelos em nível povoamento (MNP), árvore individual (MAI) e distribuição de diâmetros (MDD).	73
Tabela 12 - Estatísticas de avaliação do método da desagregação para variável Dap_2 desagregada e ajustada pelo modelo em nível de árvore.	83

Sumário

1. INTRODUÇÃO	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1 Modelos De Crescimento e Produção Florestal	22
2.2 <i>Alternativas para Integração dos Modelos de Crescimento e Produção Florestal.....</i>	28
2.2.1 <i>Ligação dos modelos de distribuição de diâmetros e em nível de povoamento ..</i>	29
2.2.2 <i>Ligação dos modelos em nível de povoamento e de árvore individual</i>	30
2.2.2.1 <i>Método da combinação de previsão.....</i>	32
2.2.2.2 <i>Método da desagregação.....</i>	34
3. MATERIAL E MÉTODOS	38
3.1 <i>Caracterização da área.....</i>	38
3.2 <i>Ajuste dos modelos.....</i>	38
3.3 <i>Capacidade Produtiva.....</i>	41
3.4 <i>Modelos de Crescimento e Produção Florestal.....</i>	42
3.4.1 <i>Modelagem em nível de povoamento (MNP).....</i>	42
3.4.2 <i>Modelagem em nível de árvore individual (MAI)</i>	43
3.4.3 <i>Modelagem da distribuição de diâmetros (MDD)</i>	44
3.5 <i>Avaliação e comparação dos modelos ajustados em nível de povoamento, árvore individual e distribuição de diâmetros</i>	46
3.6 <i>Validação dos modelos com dados independentes</i>	47
3.6 <i>Método da desagregação</i>	48
3.7 <i>Compatibilizando simultaneamente a área basal e o volume de modelos em nível de árvores, em nível de povoamento e por classe de diâmetro.....</i>	49
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
4.1 <i>Capacidade Produtiva.....</i>	49
4.2 <i>Modelos de Crescimento e Produção Florestal.....</i>	56
4.2.1 <i>Modelagem em nível de povoamento (MNP).....</i>	56
4.2.2 <i>Modelagem em nível de árvore individual (MAI)</i>	62
4.2.3 <i>Modelagem de distribuição de diâmetros (MDD)</i>	69
4.3 <i>Validação</i>	73
4.4 <i>Desagregação.....</i>	82
4.5 <i>Compatibilizando simultaneamente a área basal e o volume de modelos em nível de árvores, em nível de povoamento e por classe de diâmetro.....</i>	85
4.5.1. <i>Modelo de densidade variável e modelo de árvores individuais (MNP e MAI) .</i>	85
4.5.2 <i>Projetando distribuições de diâmetro observadas.....</i>	88
5. CONCLUSÕES.....	91

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
--	-----------

1. INTRODUÇÃO

Os povoamentos de eucalipto no Brasil são utilizados como fonte de matéria prima para empresas de celulose, papel, madeira serrada ou energia (produção de carvão vegetal). Para manejar as florestas é necessário ter estimativas de estoques de colheita ao longo do horizonte de planejamento definido para o plano de manejo estratégico. Tais estimativas dependem de diversos fatores e dos recursos de crescimento (CAMPOS e LEITE, 2017) e, também, do tipo de modelo de crescimento e produção e abordagem de modelagem para a prognose (BITTI et al., 2023). Os efeitos dos fatores e recursos de crescimento podem ser resumidos aproximadamente pelo índice de sítio e esse índice pode ser incluindo como mais uma variável nos modelos de crescimento e produção. Este método é o mais prático e consistente pois todos os fatores ambientais são refletidos de modo interativo no crescimento em altura e volume (NASCIMENTO et al., 2015; RETSLAFF et al., 2015)

Há diferentes alternativas e métodos para classificação da capacidade produtiva, sendo mais comum o emprego do método da curva-guia, em que a altura dominante é utilizada como referência na modelagem por regressão (CAMPOS e LEITE, 2017). Se o povoamento é superestocado, ou seja, se não houver mortalidade expressiva, muitas falhas de plantio nem corte por desbaste, o diâmetro dominante pode ser utilizado com eficiência em substituição à altura dominante (LEITE et al., 2011). No caso do emprego da altura dominante há três alternativas de dados: parcelas permanentes, parcelas temporárias, análise de tronco e levantamentos periódicos com Lidar (MARTINS, 2015 e SOCHA et al., 2017, SILVA, 2023).

A modelagem do crescimento e da produção de povoamentos equiâneos pode ser feita empregando modelos de crescimento e produção (*MCP*), modelos processuais ou técnicas de aprendizado de máquinas. Os *MCP* são classificados em: (I) modelos em nível de povoamento – *MNP*, que estimam o crescimento e a produção por unidade de área, utilizando variáveis explicativas (preditoras ou independentes) a idade, índice de sítio e área basal; (II) modelos de distribuição de diâmetros – *MDD*, que estimam crescimento e produção por classe de diâmetro e por hectare e (III) modelos em nível de árvore individual – *MAI*, que estimam por árvore individual (CAMPOS e LEITE, 2017; SCOLFORO et al., 2019; WEISKITTEL et al., 2011, CLUTTER et al., 1983).

A unidade de modelagem nos *MNP* e *MDD* é a parcela permanente, ou a parcela temporária (no caso de dados de análise de tronco); no *MAI* a unidade é a árvore

(CAMPOS e LEITE, 2017). Estudos sobre modelagem do crescimento e da produção têm sido conduzidos empregando, principalmente *MNP* e *MDD*. A justificativa para não utilizar modelos em nível de árvore individual (*MAI*) pode ser, em parte, a não necessidade do nível de detalhamento gerado por este tipo de modelagem e, também, eventual limitação das bases de dados disponíveis (CASTRO et al., 2013; MARTINS et al., 2014).

Exemplos de ajuste e emprego de *MNP* são encontrados em Gonçalves et al. (2016), Alcântara (2012), Carvalho et al. (2011), Castro et al. (2013), Dias et al. (2005), Görgens et al. (2007), Oliveira et al. (2009), Salles (2010), Salles et al. (2012), Magalhães (2014), Martins et al. (2015), Azevedo et al. (2016), Vega (2018), Oliveira (2022), Lima (2022) e Silva (2023). Exemplos de modelagem em nível de árvore individual no manejo de povoamentos equiâneos foram apresentados por Martins (2011), Castro et al., (2020), Caldeira (2022), Aguiar Júnior et al., (2022) e Lafetá et al., (2023). Para povoamentos inequiâneos há sempre uma expressiva quantidade de publicações e contribuições importantes, como, por exemplo, SOARES et al., 2015 e CASTRO et al., 2015. Sobre o uso de modelos de distribuição de diâmetros também há muitas contribuições, por exemplo: Araújo Jr. et al., (2013); Azevedo et al., (2016); Binoti et al., (2010); Cao, (2004); Palahí et al., (2007); Lopes, (2007); Miguel et al., (2010); Nascimento et al.; (2012); Nogueira et al., (2005); Stepka et al., (2010), Wendling et al., (2011), Costa e Guimarães (2022), Cavalheiro et al., (2023), Santos et al., (2023) e Bila et al., (2023).

Apesar de haver um predomínio do manejo destinado a um único uso da madeira, em certos casos é importante dispor de um melhor detalhamento sobre as produções estimadas (SCOLFORO et al., 2019). Por exemplo, a informação de produtividade das máquinas Harvester e Forwarder é fundamental para o agendamento da colheita (LINHARES, et al., 2012). Portanto, além de projetar estoques de colheita (m^3ha^{-1}) pode ser importante informar sobre a distribuição de frequência do volume individual da árvore, o que requer detalhamento da produção por classe diâmetro ou por árvore individual. Assim, além do volume por hectare de madeira para produção de polpa de celulose, por exemplo, pode ser necessário saber o porte das árvores que estão gerando esta produção (BURGIN, 2016; BURLA, 2008; BRAMUCCI e SEIXAS, 2002).

Se por um lado o modelo em nível de povoamento é suficiente e na maioria das vezes eficiente para prognose, seja no manejo para produção de madeira para energia ou celulose, por outro, informações por classe de diâmetro ou árvore individual permitem detalhamentos aplicações em diversos seguimentos do manejo. Portanto pode ser

necessário trabalhar com pelo menos dois tipos de modelagem: *MAI e MNP ou MDD e MNP*.

Uma alternativa é ajustar mais de um tipo de modelo, no entanto, no ajuste de modelos independentes pode resultar em inconsistência entre as informações. Por exemplo, ao somar produções por classe de diâmetro (ou por árvores individuais), pode não resultar na produção total estimada por um *MNP*. Contudo, é necessário, integrar os níveis de abordagem ou de modelos analiticamente. Exemplos de integração entre modelos tem sido divulgado ao longo dos anos, alguns com maior e outros com menor complexidade na modelagem e abordagem (DANIELS e BURKHART, 1988; SHAO e SHUGART, 1997, 2014; HYINK; MOSER, 1983; KNOEBEL et al., 1986; ZHANG e LEI, 2010; ZHANG et al., 2010; YUE et al., 2008; WEISKITTEL et al., 2011; HEVIA e al., 2015; SCOLFORO et al., 2019).

Há sempre uma premissa inicial, que é aceita na maioria dos casos de florestas equiâneas: modelos em nível de povoamento resultam em maior exatidão e menos detalhes e modelos de árvores individuais ou por classe de diâmetro resultam em mais detalhes e menor exatidão (CAO, 2014). Há também um fato: a escolha do modelo é em função do objetivo do manejo, ou seja, depende do nível de detalhe desejado (CAMPOS e LEITE, 2017). Outra premissa, questionável, é de que a escolha do tipo de modelo depende do dado disponível; mais especificamente, a premissa às vezes explícita é de que a modelagem em nível de árvore individual (ou por classe de diâmetro), requer mensuração de variáveis não utilizadas em modelos em nível de povoamento e, preferencialmente, dados longitudinais (CAMPOS e LEITE, 2017).

Em relação aos dados, de fato parcelas permanentes resultam em dados mais consistentes para modelagem do que parcelas temporárias, independentemente do tipo de modelo utilizado, porém, as três categorias de modelos (*MNP, MDD e MAI*), no caso de povoamentos equiâneos, podem ser utilizadas com dados oriundos de qualquer tipo de parcela ou de análise de tronco (CAMPOS e LEITE, 2017).

Conforme Scolforo et al., (2019), existem muitas contribuições científicas publicadas sobre integração de dois ou três tipos de modelos, porém mais raramente para povoamentos de eucalipto em condições tropicais. Não é raro encontrar trabalhos nos quais a recuperação de parâmetros de uma distribuição estatística de diâmetros é feita a partir de estimativas em nível de povoamento, com um link entre *MNP* de densidade variável e um *MDD*. Nesse tipo de abordagem é comum utilizar estimativas de diâmetro quadrático médio, coeficiente de variação dos diâmetros e percentis, no processo de

recuperação dos parâmetros (HYINK et al, 1987; KNOEBEL et al., 1986). É possível, também, projetar a distribuição de diâmetros do povoamento sem assumir uma distribuição estatística pré-definida, conforme Tang et al. (1997). É uma abordagem de desagregação para garantir compatibilidade entre estimativas por classe de diâmetro, por árvore individual e para o povoamento total (por hectare). Um modelo de densidade variável por exemplo pode ser derivado de um modelo de árvores individuais, conforme relatado por Shao e Shugart (1997).

A modelagem em nível de povoamento pode ser feita utilizando modelos que incluem idade, idade e área basal ou idade, área basal e índice de sítio, utilizando modelos lineares ou não lineares, com efeitos fixos e aleatórios, ou com alguma técnica de *machine learning* (CAMPOS e LEITE, 2017). A construção de modelos de distribuição de diâmetros pode ser bastante simples, correlacionando os parâmetros de uma distribuição estatística com variáveis do povoamento, por meio de regressão (NOGUEIRA, 2011) ou pela predição e projeção de percentis (SCOLFORO et al., 2019). Há uma quantidade muito expressiva de publicações sobre a modelagem de distribuição de diâmetros e sobre *MNP*. Modelos de árvores individuais completos, ou seja, incluindo todos os componentes e a modelagem da mortalidade com a inclusão de índices de competição, são mais comuns para povoamentos inequiâneos. Um exemplo bastante completo para o caso povoamentos de eucalipto foi desenvolvido e publicado por MARTINS (2011).

Em princípio se há uma combinação de modelagem em nível de povoamento e por árvore individual, então a distribuição de frequência e biomassa por classe de diâmetro já estará disponível, não havendo necessidade de recuperar parâmetros de distribuições estatísticas. Um problema nesse caso poderia ser de ter que contar com dados em nível de árvore individual, além da produção por unidade de área. Porém, no caso de povoamentos equiâneos, em condições tropicais, esta informação individual quase sempre estará presente nas bases de dados, sejam elas de parcelas permanentes, parcelas temporárias, de análises de tronco ou nuvens de pontos (Lidar). De qualquer modo há a possibilidade de fazer o *link* entre quaisquer combinações dos modelos. Zhang e Lei (2010), por exemplo, apresenta um caso de *link* entre os três tipos de modelos, incluindo a recuperação de parâmetros de distribuições estatísticas.

Outras considerações importantes são:

- i) se a exatidão do modelo em nível de árvore individual, para predição e projeção da produção total (m^3ha^{-1}) é maior do que a exatidão obtida ao predizer ou projetar

diretamente esta produção com emprego de um *MNP*, então o *MAI* deve ser utilizado para gerar estimativas em qualquer nível: árvore, *dap* e parcela.

- ii) se a exatidão do modelo de distribuição de diâmetros, para predição e projeção da produção total (m^3ha^{-1}) é maior do que a exatidão obtida ao predizer ou projetar diretamente esta produção com emprego de um *MNP*, então o *MDD* deve ser utilizado para gerar estimativas por *dap* e por parcela, podendo ser feita alguma desagregação para nível de árvore individual.
- iii) se a exatidão um *MNP* é maior do que a exatidão de um *MAI* ou de um *MDD*, para predição e projeção da produção total (m^3ha^{-1}), então, havendo necessidade de gerar informações em nível de árvore e, ou classe de *dap*, é necessário utilizar algum método de desagregação, ou algum método de ligação matemática entre os modelos ou entre suas estimativas de produção, para compatibilizar produções, diâmetros e alturas de árvores.

O *link* entre modelos, agregação e a desagregação (CAO, 2014; QIN e CAO, 2006; ZHANG et al., 1993) são feitos para garantir consistência entre estimativas obtidas em cada nível de abordagem (hectare, classe de diâmetro e árvore individual). Há vários métodos para fazer os *links* entre os modelos. No caso de desagregação tais métodos podem ser constituídos de procedimentos para alocação do crescimento em função do porte das árvores ou com a inclusão de equações ajustadas para variáveis da árvore no modelo em nível de povoamento. Estas e outras possibilidades já haviam sido reportadas há certo tempo, por Ritchie e Hann (1997). Essas equações são basicamente de predição e projeção de diâmetro (*dap*) e de altura total. Além dessas equações, a mortalidade regular também pode ser incluída, especialmente no caso de *link* entre *MNP* e *MAI*, uma vez que *MAI* é um dos componentes do modelo.

A altura de árvores pode ser predita e, ou, projetada utilizando diferentes abordagens, como aquelas encontradas em LEDUC et al., (2001). Modelos de regressão sem ou com a inclusão de variáveis preditoras da árvore (*dap*) e do povoamento (densidade e índice de sítio), além da idade. Há uma vasta literatura sobre predição e projeção de altura de árvores individuais (ZHANG, 2011; LEDUC et al., 2001; STAUDHAMMER e LEMAY, 2000; SOCHA et al., 2017; PAULO et al. 2011; CAMPOS e LEITE, 2017). A predição ou projeção do diâmetro de árvores individuais é usualmente feita com emprego de modelos de regressão) e pode ser feita, também, com técnicas de *Machine Learning*. Há diversos modelos que prestam para este tipo de estimação, como aqueles propostos encontrados em Palahi e Grau (2003), Palahi et al. (2003) e Murphy (1998), citados por CAMPOS E LEITE, 2017) além de outros divulgados no próprio Campos e Leite (2017).

A mortalidade é o componente de maior complexidade dos modelos de árvores individuais, principalmente quando são utilizando índices de competição. Independentemente de se utilizar ou não esses índices, a modelagem da mortalidade regular pode ser feita com emprego de regressão ou com alguma técnica de *Machine Learning* (PALAHI e GRAU, 2003; PALAHI et al., 2003; PIENAAR e SCHIVER, 1981; YAO et al., 2001; YU et al., 2019; CHEN et al., 2023; XIE et al., 2022; CASTRO et al., 2013).

Conforme CAMPOS e LEITE (2017), os modelos de árvores individuais geralmente tem três componentes primários que são funções de crescimento (diâmetro, altura e copa), além de uma função de mortalidade que permite simular estruturas futuras. Ainda conforme esses autores o *MAI* pode ser construído incorporando um modelo em nível de povoamento. E, também, de acordo com esses autores, em povoamentos de eucalipto com mortalidade insignificante entre 3 anos de idade e o final da rotação (cerca de 7 anos), a componente mortalidade pode ser ignorada. Quando necessário, a modelagem pode ser da mortalidade ou da sobrevivência, por classe de diâmetro ou para todo o povoamento.

CAO (2014) apresentou uma lista de métodos para fazer o *link* entre modelos de diferentes categorias (*MNP*, *MDD* e *MAI*), dentre eles: produção proporcional, crescimento proporcional. Conforme Ritchie e Hann (1997), é possível incluir funções de crescimento de árvores individuais ao fazer uma desagregação envolvendo *MNP* e *MAI*. Na maioria das vezes os métodos tratam da desagregação para área basal, sendo menos comum a desagregação ou algum outro método para compatibilizar simultaneamente a área basal, a frequência e a produção volumétrica, com as estimativas de *dap*, altura e volume de árvores individuais.

O objetivo principal do presente estudo foi de propor, aplicar e validar um método de modelagem bastante simples que utiliza tanto dados em nível de árvore individual quanto em nível de povoamento, gerando estimativas em qualquer nível: total, por classe de diâmetro e por árvore individual, individualmente ou de modo simultâneo. Além disso, teve por objetivo comparar produções por unidade de área obtidas com emprego de modelos específicos de cada categoria (povoamento total, classe de diâmetro e árvore individual) e, ainda, testar um método clássico de desagregação encontrado na literatura. O estudo foi conduzido com dados de povoamentos de eucalipto e os objetivos específicos foram:

- a) Ajustar e validar modelos para classificação da capacidade produtiva, empregando a altura dominante e o diâmetro dominante;

- b) Construir curvas de sítios e verificar se os índices de sítio determinados com base no diâmetro dominante, são mais correlacionados com a produção total do que os índices definidos pela altura dominante;
- c) Ajustar e validar modelos em nível de povoamento, distribuição de diâmetros e árvore individual para uma ampla e abrangente base de dados de povoamentos de eucalipto;
- d) Validar cada um dos modelos do item c com uma ampla, abrangente e independente base de dados de povoamentos de eucalipto;
- e) Determinar o modelo de maior exatidão para estimativas de produção total por unidade de área;
- f) Aplicar e avaliar a eficiência de um método de desagregação encontrado na literatura, em relação ao resultado obtido com os modelos específicos;
- g) Desenvolver, aplicar e validar um método simples de modelagem contemplando dados e variáveis em nível de árvores e de povoamento, que permita gerar estimativas totais, por classe de diâmetro e por árvore individual.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Modelos de crescimento e produção florestal

Um modelo de crescimento e produção pode ser constituído por uma ou mais equações e, ou, tabelas, para predição ou projeção de crescimento e produção futura. Em modelos de predição, o crescimento e a produção futura são independentes da produção atual, enquanto para modelos de projeção, a produção atual, seja ela em volume ou área basal, é utilizada como variável independente na modelagem (CAMPOS e LEITE, 2017). Tais projeções são feitas utilizando informações correntes para entender cenários futuros (KANGA e KANGA, 2004). Conforme Campos e Leite (2017), mesmo no caso de modelo de predição, a aplicação é feita para projetar estoques observados numa idade atual.

Com os avanços computacionais, foram surgindo diversos estudos na área da modelagem do crescimento e produção florestal (BINOTI et al., 2010; CARVALHO et al., 2016; CARVALHO, 2011; CALEGARIO et al., 2005; LIMA, et al., 2015; ZHANG et al., 2010; VANCLAY, 1994; VEGA, 2018; WOLFF II, 2012, SCOLFORO et al., 2019; CASTRO et al., 2020).

A modelagem do crescimento e da produção pode ser feita utilizando modelos de crescimento e produção (*MCP*), modelos processuais ou técnicas de aprendizado de máquinas (CAMPOS e LEITE, 2017), sendo mais comum o uso de modelos de crescimento e produção, que podem ser em nível de povoamento total, por classe de *dap* ou em nível de árvores individuais.

Modelos em nível de povoamento (*MNP*) geram estimativas por unidade de área do crescimento e da produção, sendo que o volume por área predito ou projetado é obtido a partir de variáveis como idade, altura, área basal e índice de local. Os *MNP* apresentam como vantagem atender de modo eficiente à maioria dos usuários sendo provavelmente o tipo mais utilizado pelas empresas florestais do Brasil (CAMPOS e LEITE, 2017).

Os modelos de distribuição de diâmetros estimam o número de árvores e produção por classe de diâmetro, sendo a produção total obtida por somatório e os modelos de árvores individuais estimam o crescimento e sobrevivência de árvores individuais, sendo a produção total obtida por somatório e a produção por classe de diâmetro (*dap*) obtida

por agrupamento simples em classes (CAMPOS e LEITE, 2017). Um modelo de distribuição de diâmetros é um meio termo entre *MNP* e *MAI* (WEISKITTEL et al., 2011).

Diferentes distribuições são empregadas em modelos de distribuição de diâmetros (CANETTI, 2019; COELHO et al., 2017; GUILHERME et al., 2020; REIS et al., 2018; SANTOS et al., 2016; ORELLANA et al., 2017; ARAGÃO, 2018; CARVALHO et al., 2016; CIARNOSCHI et al., 2019; DEBASTIANI et al., 2019; MIGUEL et al., 2010; SANTOS et al., 2019; TRAUTENMÜLLER et al., 2019; WENDLING et al., 2011), sendo mais comum o emprego da função Weibull.

Santos et al., (2019) ajustaram diferentes distribuições estatísticas (*FDP*) para caracterização da estrutura diamétrica de um povoamento híbrido de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis*, e concluíram que a função que melhor estimou a distribuição de diâmetros foi a Weibull-3P, com menor valor para o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov e menor AIC. Corroboram com esses resultados, estudos de Neto et al., (2021), que afirmaram que a distribuição de Weibull dos três parâmetros foi o melhor modelo para descrever o diâmetro e a altura em plantios antigos e não manejados de *Eucalyptus*.

Schmidt et al., (2020) testaram diversas formas de se ajustar as distribuições da Weibull, por meio da recuperação e predição de parâmetros, usando o método de máxima verossimilhança e avaliadas em uma classificação de indicadores de qualidade de ajuste. A formulação truncada à direita de dois parâmetros apresentou os melhores resultados e foi usada para avaliar os métodos de predição de parâmetros. Os atributos do povoamento mostraram uma forte relação com os parâmetros de forma e escala. Modelos de regressão foram desenvolvidos e resultaram em estimativas precisas. Concluíram que os métodos de predição de parâmetros são ferramentas úteis para auxiliar as atividades de manejo florestal. Quando os atributos do povoamento mostram uma forte relação com os parâmetros de distribuição de Weibull, eles podem ser previstos de forma satisfatória com o método da predição de parâmetros.

Enquanto em *MNP* e *MDD* a unidade de modelagem é a parcela permanente, nos modelos em nível de árvore individual (*MAI*) a árvore é a unidade básica para modelagem, sendo que a produção do povoamento é obtida pela soma das produções individuais estimadas de cada árvore (WEISKITTEL et al., 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012).

Teoricamente esse tipo de modelo (*MAI*) é mais complexo do que os outros, e uma das vantagens é de gerar informações detalhadas sobre a dinâmica da estrutura dos povoamentos (HASENAUER, 2006; CASTRO et al., 2013). A complexidade está

relacionada aos índices de competição que são utilizados nos modelos e a mortalidade. Conforme mencionado, em povoamentos de eucalipto e de pinus bem conduzidos, com mortalidade regular insignificante, a construção de um *MAI* é trivial e muito simples.

Um *MAI* é composto por uma função de crescimento em diâmetro, uma função de crescimento em altura e uma função de sobrevivência ou mortalidade. A mortalidade ou sobrevivência é modelada em função de variáveis do povoamento e de índices de competição. A modelagem do diâmetro e da altura pode ser feita apenas em função de variáveis do povoamento (CAMPOS e LEITE, 2017). As projeções de diâmetro e altura, bem como da mortalidade, podem ser feitas com regressão ou empregando ferramentas de inteligência computacional, como redes neurais artificiais, máquinas vetor de suporte e Randon Forest (CASTRO et al., 2013; TAVARES JUNIOR et al., 2020; REIS et al., 2018; MORENO et al., 2017; WEBER et al., 2018).

A probabilidade de mortalidade das árvores pode ser obtida por meio do uso de uma função probabilística, como a função Weibull ou a logística, e estimada em função de algum índice de competição, das dimensões da árvore e de variáveis do povoamento florestal (MARTINS, 2011; VOSPERNIK et al., 2010; CHIU et al., 2018).

Um exemplo de modelagem em nível de árvores individuais (*MAI*) para povoamentos equiâneos é encontrada por Martins (2011), que ajustou um *MAI* completo, realizando a avaliação de cinco índices de competição independentes da distância. A autora comparou diferentes modelos de probabilidade de mortalidade, bem como ajustou modelos de crescimento em diâmetro e altura para sua base de dados.

Castro et al., (2013) estudaram o crescimento e produção em plantios de eucalipto por meio de *MNP* e *MAI*, concluíram que os dois tipos de modelos ajustaram bem aos dados, porém se tratando de validação dos modelos com os dados independentes, o *MAI* foi mais eficiente. No entanto, cabe aqui explicar a metodologia que os autores utilizaram nesse estudo, o banco de dados foi composto de 63 parcelas, das quais 33 parcelas para *MNP* usando equações de regressão para realização dos ajustes e para *MAI* treinando redes neurais artificiais, e as restantes (30 parcelas) utilizada para validação das duas categorias de modelos. Para selecionar qual categoria ofereceu a estimativa mais precisa da produção, elaboraram histogramas com os valores observados de volume por hectare e com os valores estimados pelos dois modelos, em cada idade e nas três classes produtividade, satisfazendo alguns resultados como na validação das estimativas dos volumes o *MNP* apresentou menor desvio padrão, em classes de idades 20, 26, 36 e 48 meses os valores de volume projetado pelo uso do *MAI* é mais aproximado aos volumes

observados, e nas idades finais 60 e 72 meses *MNP* se aproximou aos valores observados dos volumes. Nesse caso, o uso de redes neurais ajudou a melhorar as estimativas de *MAI*.

Penido et al. (2020), avaliaram três categorias de modelos de crescimento e produção (*MNP*, *MDD* e *MAI*) para obter a estimativa volumétrica em povoamentos comerciais de eucalipto e concluíram que a modelagem em nível de árvore individual resultou em maior precisão e consistência nas estimativas de produção total por hectare.

Para Qin e Cao (2006) os resultados de um *MAI* seriam muito melhorados quando ajustados com os atributos observados do povoamento. Como resultado, o desempenho do modelo de árvore desagregativa depende muito da qualidade dos atributos do povoamento previstos a partir de um modelo de povoamento inteiro.

Para melhor visualização e entendimento da modelagem do crescimento e produção florestal foi elaborado um fluxograma (Figura 1) de forma resumida referente aos tipos de modelo utilizados e encontrados na literatura. Em resumo os valores atuais de área basal ou volume são projetados, utilizando banco de dados em nível de parcela ou árvore individual.

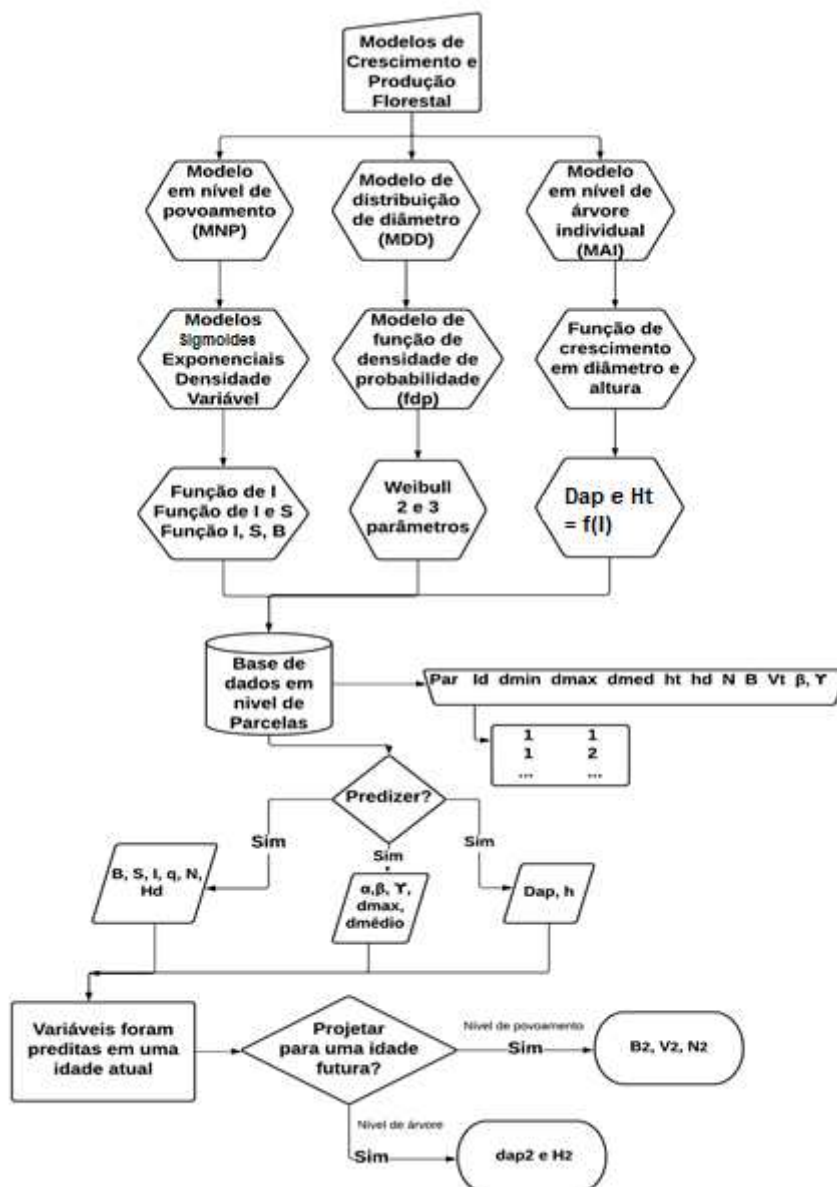


Figura 1 - Fluxograma para classificação dos modelos de crescimento e produção florestal.

Em que: B = área basal (m^2) na idade I_1 ; S = índice local (m); I ou id = Idade; N = nº árvores na idade I_1 ; Hd = altura dominante (m) na idade I_1 ; $dmax$ = diâmetro máximo na idade I_1 ; $dmédio$ = diâmetro médio na idade I_1 ; α, β, γ = parâmetros da função Weibull, locação, escala e forma na idade atual; Dap ou d_1 = diâmetro à altura do peito (cm) na idade I_1 ; e h ou h_1 = altura total (m) na idade I_1 ; B_2 = área basal projetada na idade futura; V_2 = volume projetado na idade futura; N_2 = número de árvores por ha projetada na idade futura; Dap_2 ou d_2 = diâmetro de cada árvore projetado na idade futura; h_2 = altura total de cada árvore projetada na idade futura. Fonte: A autora (2023).

Os *MNP*, *MAI* e *MDD* podem gerar estimativas de produção precisas. No entanto o seu uso dependerá dos recursos e dados disponíveis (PENIDO et al., 2020, CAMPOS e LEITE, 2017). Os modelos de povoamento existentes variam de equações de predição de produção de todo o povoamento relativamente simples a modelos de simulação muito

complexos do desenvolvimento e das interações de árvores individuais em um povoamento (LIMA, 2022; SILVA, 2023).

Ao escolher qual modelagem será apropriada para estimativas de crescimento e produção, o usuário deverá se preocupar com a confiabilidade das estimativas, a flexibilidade para reproduzir as alternativas de manejo desejadas, com isso a capacidade de fornecer detalhes suficientes para a tomada de decisão e a eficiência no fornecimento dessas informações (CAVALHEIRO, et al., 2021).

Aliado a ideia de utilizar apenas um único modelo para todas as projeções, Daniels e Burkhart (1988) sugeriram uma alternativa, na qual condições ou restrições são aplicadas na estimativa dos coeficientes do modelo. Por exemplo, os modelos de crescimento podem ser condicionados de forma a passar por determinados pontos. Restrições podem ainda ser impostas de modo que as médias ou a soma dos valores das árvores individuais sigam alguns valores de atributos de nível de povoamento previstos ou observados.

As restrições também podem ser aplicadas durante a aplicação de modelos (CAO, 2014). Se os coeficientes forem estimados no nível do povoamento, bem como no nível da árvore individual, então a resposta prevista no nível do povoamento pode ser usada para dimensionar os valores previstos no nível da árvore e forçar a consistência numérica com atributos no nível do povoamento (HEVIA et al., 2015, SCOLFORO et al., 2019). Este procedimento tem a vantagem de que os dados de nível de povoamento, que geralmente estão disponíveis em uma base mais ampla do que os dados de nível de árvore, podem ser incorporados para ampliar a aplicabilidade do sistema integrado (CAO, 2021). O autor Cao (2017, 2019 e 2021) aplicou este conceito para desenvolver um sistema integrado de previsão da sobrevivência a nível de árvore e povoamento.

Em se tratando da modelagem de crescimento e produção florestal, no qual o aumento da flexibilidade, consistência e compatibilidade do uso de cada categoria de modelos estão associados a dificuldade de ajustamento e ao custo, tornam-se importante estudos que resultem em modelos de fácil ajustamento e compatíveis (CAO, 2014 e 2019). Nessa linha de pensamento, surge a ideia de integrar ou interligar os três tipos de modelagem em uma só, conforme citado por Cao (2017 e 2014), Hevia et al., (2015) e Zhang et al., (2010), com o objetivo de obter a compatibilidade entre os modelos.

É a compatibilidade, que assegura que um modelo de crescimento é compatível com o modelo de produção, quando sua produção for obtida através de integração

matemática do crescimento em função do tempo, logo o problema de inconsistência entre a produção final e a soma de crescimento é excluído (CAMPOS, 1997).

2.2 Alternativas para integração dos modelos de crescimento e produção florestal

Os três tipos de modelos (*MNP*, *MDD* e *MAI*) compartilham características comuns entre eles, que permitem a integração. Essa integração proporciona uma eficiência e consistência na prestação de diferentes níveis de detalhes sobre a estrutura do povoamento (ZHANG e LEI, 2010; HYINK e MOSER, 1983; WEISKITTEL et al., 2011). Existem na literatura alternativas para integrar ou vincular modelo de povoamento em árvore individual, ou vice e versa, como o método da desagregação e o da combinação de previsão (ZHANG et al., 2011; ZHANG et al., 2014; CAO, 2014; HEVIA et al., 2015; CAO, 2019, CAO, 2021).

As interações podem consistir em desagregação de variáveis em nível de povoamento para árvore individual, ou inversamente, de agregação de árvore individual para classe de diâmetro e para o povoamento total, como mostra os trabalhos realizados por Cao (2010), Qin e Cao (2006) e Zhang et al., (2011), que demonstraram a técnica da desagregação nos modelos de crescimento e produção. Outro caminho é a utilização do método de combinação de previsão, aplicados em estudos na área florestal pelos autores Zhang et al., (2010), Yue et al., (2008), Scolforo et al., (2019), entre outros, combinando variáveis em nível povoamento com árvores individuais (URBANO, 2018).

Autores como Burkhart e Tomé, (2012) e Urbano (2018), descrevem formas que estas ligações podem ser estruturadas, cada uma com suas próprias vantagens e desvantagens. Cao (2014) criou uma lista de funções utilizadas para se fazer o *link* entre ligação entre os modelos em nível de povoamento, árvore individual e distribuição dos diâmetros. Tal lista inclui métodos propostos por Cao (2006), Cao (2010), Qin e Cao (2006), Yue et al., (2008) e Zhang et al., (2010), e incluem os seguintes métodos: proporcionais, crescimento proporcional, desagregação, mínimos quadrados restritos, modelo de árvore individual com atributos em nível de distribuição de diâmetros, modelo de árvore individual com atributos em nível de povoamento, equações de sobrevivência e modelos de crescimento de árvores.

2.2.1 Ligação dos modelos de distribuição de diâmetros e nível de povoamento

Uma possibilidade para *link* entre *MDD ao MNP* pode ser por meio da predição e recuperação dos parâmetros da função Weibull (3 ou 2 parâmetros). Na predição dos parâmetros, derivam-se as relações funcionais entre estimativas dos parâmetros da função e as variáveis do povoamento, já na recuperação dos parâmetros, inicialmente projetam-se os atributos do povoamento no futuro, para então, calcular as estimativas dos parâmetros (FIGURA, 2010; LEITE et al., 2013; URBANO, 2018).

Para ajuste da função Weibull pode ser utilizado: método de momentos (ZHANG e LEI, 2010), método dos percentis (SCOLFORO et al., 2019) ou método da máxima verossimilhança (CAMPOS e LEITE, 2017). Este último talvez seja o mais frequente. O *link* entre os modelos é feito com a predição dos parâmetros da distribuição estatística, seguindo para a recuperação e projeção por meio de metodologias já encontradas na literatura, por exemplo, Zhang et al. (2010) e (2014) e por Nogueira et al. (2005).

Na abordagem baseada em momentos, os parâmetros são estimados a partir do primeiro momento, a média aritmética, e no segundo momento, o diâmetro médio quadrático, apresentando relação direta com o número de árvores e a área basal (SCHMIDT, 2020).

No método dos percentis, os parâmetros são recuperados de vários percentis da distribuição de diâmetros (BAILEY et al., 1989; CAO, 2004; QIN et al., 2007). Por fim, conforme Campos e Leite (2017), os estimadores de máxima verossimilhança são os valores dos parâmetros da distribuição estatística que maximizam a função de verossimilhança dessa distribuição. Isto é feito por processos iterativos ou até mesmo com emprego de metaheurísticas (CAMPOS e LEITE, 2017).

Para melhor compreensão do método de recuperação de parâmetros (Figura 2), sendo uma possibilidade de ligar *MDD ao MNP* criou-se um esquema em que no final da iteração a resposta é gerar uma estimativa de área basal do povoamento utilizando um *MDD*, usando variáveis em nível de povoamento (diâmetro médio quadrático (*dg* ou *q*), diâmetro médio (*dm*), diâmetro máximo (*dmax*), bem como o número de árvores por hectare e a área basal). Essa estimativa será chamada de B_2^D .

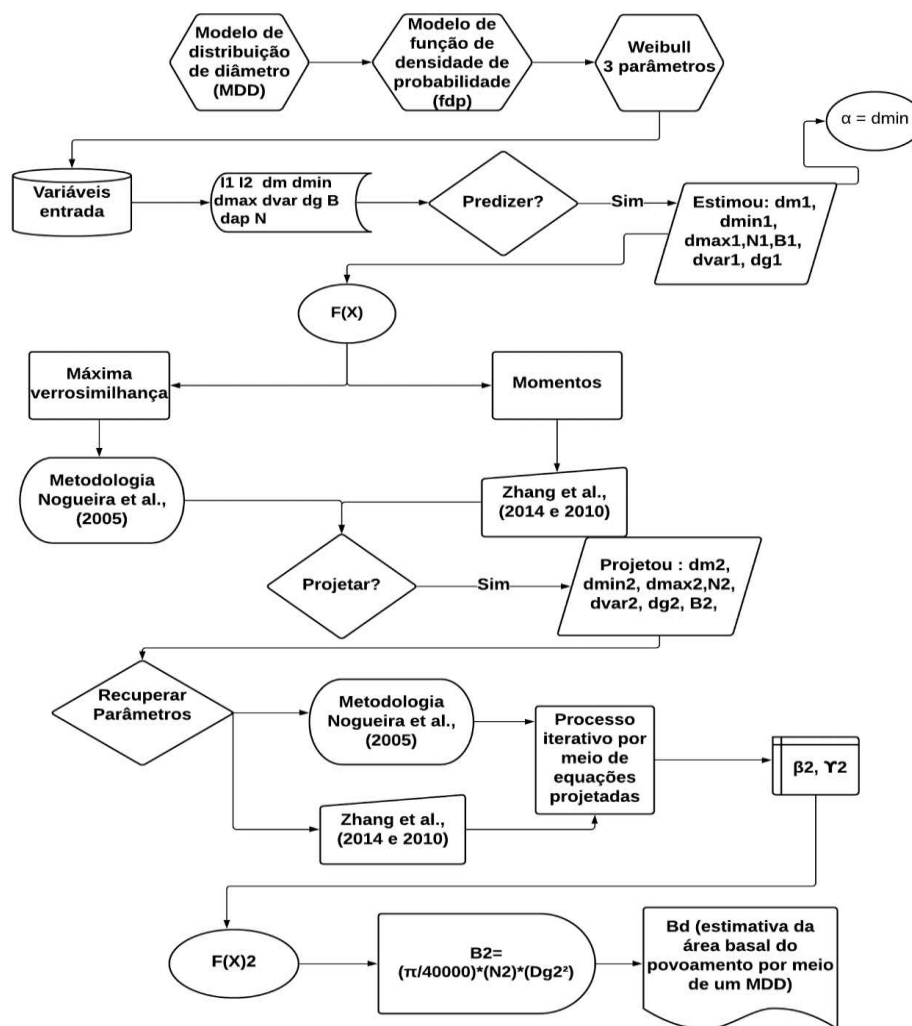


Figura 2 - Métodos para realizar a predição e recuperação dos parâmetros de um modelo de distribuição de diâmetros.

Em que: B = área basal (m^2) na idade I_1 ; S = índice local (m); I_1 ou id = Idade atual; I_2 = idade futura; N = nº árvores na idade I_1 ; Hd = altura dominante (m) na idade I_1 ; $dmax$ = diâmetro máximo na idade I_1 ; q ou dg = diâmetro quadrático médio na idade atual; $dvar_1$ e $dvar_2$ = diâmetro da variância na idade I_1 e I_2 ; dm_1 e dm_2 = diâmetro médio na idade I_1 e I_2 ; $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ = parâmetros da função Weibull, localização, escala e forma na idade atual; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ = parâmetros da função Weibull, localização, escala e forma na idade futura; Dap ou d_1 = diâmetro à altura do peito (cm) na idade I_1 ; h ou h_1 = altura total (m) na idade I_1 ; B_2 = área basal projetada na idade futura; V_2 = volume projetado na idade futura; N_2 = número de árvores por ha projetada na idade futura; Dap_2 ou d_2 = diâmetro de cada árvore projetado na idade futura; h_2 = altura total de cada árvore projetada na idade futura; Ln indica o logaritmo neperiano; e a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 são os coeficientes das equações. Fonte: A autora (2023).

2.2.2 Ligação entre modelos em nível de povoamento e árvore individual

Somers e Nepal (1994) ligaram *MNP* e *MAI* por meio de um algoritmo baseado na suposição das estimativas da área basal, número de árvores e diâmetro médio em nível de povoamento e afirmaram ser uma alternativa eficiente e que os valores de árvore

individuais projetados são ajustados para igualar aos valores dos ajustes em nível de povoamento.

Qin e Cao (2006) utilizaram dados de medições de parcelas de pinheiro bravo para ajustar equações em nível de povoamento e árvore individual, nas quais as saídas do MAI foram ajustadas para corresponder aos atributos observados do povoamento (número de árvores, área basal e volume por hectare) por quatro métodos de desagregação sendo eles: rendimento proporcional, crescimento proporcional, mínimos quadrados restritos e técnicas de ajuste de coeficiente com o objetivo de desagregar o crescimento em nível de povoamento em árvores individuais. Concluíram que em comparação com o modelo de árvore individual que é projetado separadamente, o modelo desagregado alcançou melhor desempenho na previsão das variáveis do povoamento, ao mesmo tempo em que fornece previsões comparáveis de diâmetro, altura e probabilidade de sobrevivência da árvore.

Pesquisas recentes de Cao (2010; 2014), Hevia et al., (2015) e Zhang (2010; 2014) demonstraram que o método da desagregação e da combinação de previsão são eficientes para vinculação dos modelos. Nesse caso, ao assumir que as previsões de um modelo de povoamento completo são confiáveis, particiona essas saídas em árvores individuais basal (CAO, 2014). Por outro lado, o método de combinação busca melhorar as previsões de nível de povoamento tanto de modelos de nível de povoamento quanto de árvore individual, combinando-os basal (HEVIA et al., 2015; ZHANG et al., 2010). (Figura 3).

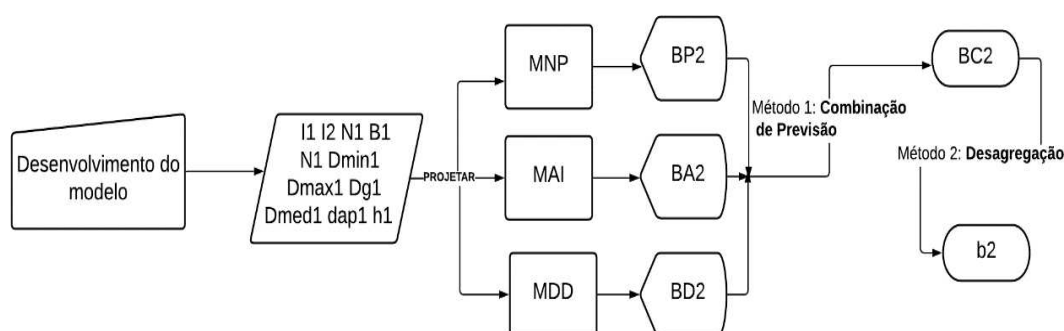


Figura 3 - Etapas realizadas para integração entre os modelos de crescimento e produção florestal pelo método da combinação de previsão e desagregação.

Em que: B_2^c ou $BC2$ = estimador combinado da área basal do povoamento; B_2^A ou $BA2$ = estimativa da área basal do povoamento do modelo árvore individual; B_2^P ou $BP2$ = estimativa da área basal do povoamento da modelo de nível de povoamento; B_2^D ou $BD2$ = estimativa da área basal do povoamento do modelo de distribuição de diâmetro; w_1, w_2 e w_3 = são coeficientes de peso, onde $w_1 + w_2 + w_3 = 1$; b_2 = área basal desagregada. Fonte: A autora (2023).

Hevia et al. (2015), utilizaram uma abordagem combinando os atributos do povoamento com um *MAI*, mas antes de realizar o método da desagregação para ligar os dois modelos, foram projetados e ajustados modelos em nível de povoamento e árvore individual, separadamente, com o propósito de comparar a técnica com o modelo separado. A metodologia utilizada seguiu essa sequência: Primeiramente ajustou-se *MNP*, as variáveis dependentes foram altura dominante (Hd_2), sobrevivência que nesse caso é o número de árvores por ha (N_2) e a área basal (B_2), já para *MAI* a área basal individual (b_2) e a sobrevivência (ps_2). Focando apenas no resultado da comparação das estatísticas de um *MNP* e um *MAI*, utilizou dois critérios estatísticos sendo um a eficiência do modelo ajustado e o outro erro quadrático médio (*RQEM %*). Concluíram que todos os coeficientes foram significativos no nível de 5%, em relação *MNP*, o N_2 explicou mais do que 95% da variabilidade observada e B_2 explicou mais do que 96%. Todas as estimativas de parâmetros foram altamente significativas e o gráficos de resíduos ponderados em relação aos valores previstos não mostraram evidência de variância heterogênea. Os valores de *RQEM* p/ B_2 (*MNP*) foi de 2,02 e b_2 (*MAI*) de 0,01751, enquanto para *MNP* o valor de eficiência foi maior do que aquele para *MAI*.

2.2.2.1 Método da combinação de previsão

A combinação de previsão, inserida por Bates e Granger (1969), é um método para melhorar a precisão das previsões. Combina informações gerada a partir de diferentes modelos e dispersa erros menores dos modelos, garantindo assim a consistência para os resultados de modelos diferentes (NEWBOLD et al., 1987). Yue et al. (2008) usaram este método para lidar com o problema de compatibilidade entre o nível de árvore e povoamento.

O método da combinação da área basal pode ser por meio de três modelos diferentes (*MNP*, *MDD* e *MAI*) basal (CAO, 2014 e 2017, BEHLING et al., 2019). Para calcular os coeficientes de peso da área basal do povoamento utiliza-se o método da variância e covariância (YUE et al., 2008; BEHLING et al., 2019) ou de peso ideal empregando o método mínimos quadrados restritos (Figura 4) (ZHANG et al., 2010).

Exemplos utilizando o método da variância e covariância podem ser encontrados em estudos realizados por Zhang e Lei, 2010 e Yue et al., 2008 ligando *MNP* em *MAI*. Os autores Zhang e Lei (2010) vincularam *MNP* e *MAI* por meio do estimador combinado, utilizando equações de *MNP* com a presença das variáveis dependentes altura

dominante, sobrevivência diâmetro médio quadrático, diâmetro médio, diâmetro do desvio, área basal e diâmetro mínimo, e equações de *MAI* em função das variáveis dependentes como diâmetro e sobrevivência, projetando-as de forma simultâneas. Um estimador combinado de cada variável foi encontrado e usado para recuperar os parâmetros da função Weibull pelos métodos dos momentos.

Para outro lado, o método de peso ideal é uma estimativa de mínimos quadrados ordinários dos pesos, é um método alternativo para resolver problemas de programação quadrática e produz previsões de combinação não enviesadas (TANG, 1992;1994). Os pesos ideais podem ser calculados em um pacote estatístico ou uma planilha com recursos de matriz, como o Microsoft Excel (TANG et al. 2009). O arquivo de banco de dados contém n observações em cada linha, e as colunas devem ser referentes a área basal observada para cada modelo *MNP*, *MDD* e *MAI* e os valores de área basal (Figura 4) são projetados ($B_2^A B_2^P B_2^D$) pelos diferentes métodos. O estimador combinado é uma média ponderada entre as três estimativas da área basal (CAO, 2014).

A combinação é feita para cada variável de interesse (volume ou área basal) em Hevia et al., (2015), os autores combinaram por meio da predição a variável sobrevivência projetando primeiramente o N_2 para *MAI* e depois *MNP*, com os valores das projeções por parcelas utilizaram para combinar os dois modelos de crescimento e produção florestal. Posteriormente utilizaram a área basal para combinação também.

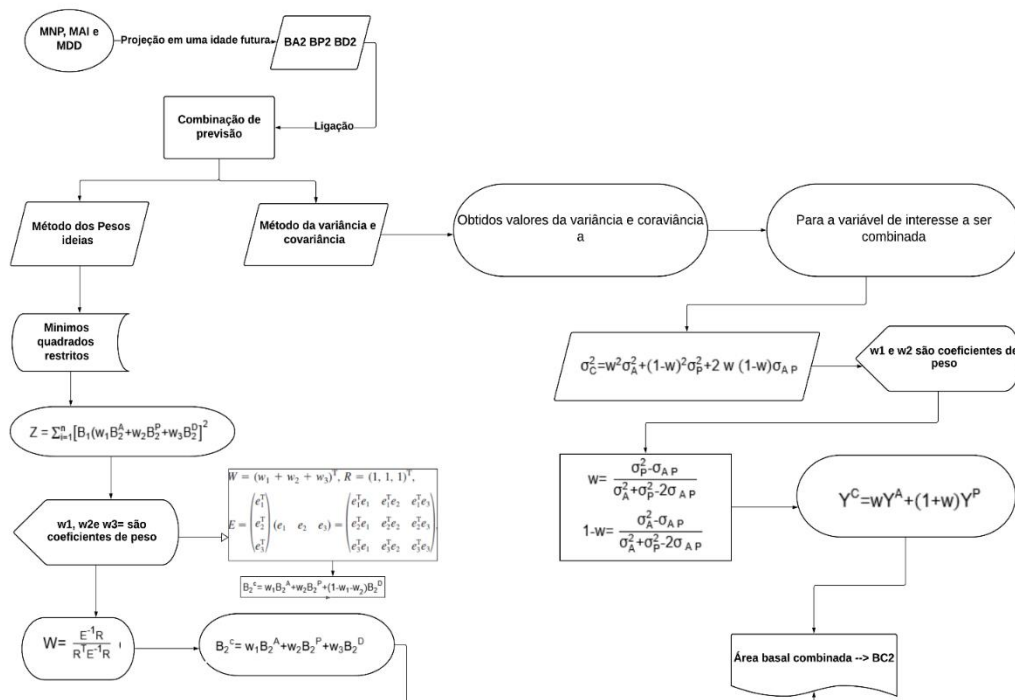


Figura 4 - Método da combinação de previsão para vincular *MNP* e *MAI*.

Em que: Y^C = estimativas combinadas de variáveis do povoamento; Y^A = estimativas de variáveis de povoamento em nível de árvore; Y^P = estimativas de variáveis de povoamento em nível de povoamento; w = coeficiente de peso; σ_A^2 = variância de variáveis do povoamento em nível de árvore; σ_P^2 = variância de variáveis do povoamento em nível de povoamento; σ_{AP} = covariância das variáveis do povoamento entre nível de árvore e nível de povoamento. $E_k = (ek_1, ek_2, ek_3, \dots, ek_n)$ é o erro de previsão da observação i usando o método k , onde $k = 1, 2$ e 3 são os três modelos projetados (*MNP*, *MAI*, *MDD*); n = é o número de parcelas; T = matriz transpostas; λ = é um coeficiente de tomando a primeira derivada parcial de Z em relação a W e definida igual a 0 e E = erro quadrático médio, sendo expresso como a soma da variância e o quadrado da polarização. Fonte: A autora (2023).

2.2.2.2 Método da desagregação

No método da desagregação a saída do *MNP* é desagregada em nível de árvore pelo uso de uma função desagregadora. Classifica as funções de desagregação aditivas e proporcionais. No método de crescimento aditivo, o crescimento da área basal de cada árvore é igual ao crescimento médio da área basal da árvore mais um ajuste baseado na área basal da árvore (HARRISON e DANIELS, 1988) ou diâmetro da árvore. Outra categoria de métodos de desagregação envolve alocações proporcionais que podem ser aplicadas ao crescimento ou à produção. No método de produção proporcional, a área basal da árvore prevista é ajustada para corresponder à área basal do povoamento prevista e a probabilidade prevista de sobrevivência da árvore, diâmetro e altura total é

multiplicada por fatores de ajuste. (CLUTTER e ALLISON, 1974, CLUTTER e JONES, 1980, MCTAGUE e STANSFIELD, 1994; 1995).

O método de crescimento proporcional envolve ajustar o crescimento previsto da área basal da árvore para coincidir com o crescimento da área basal do povoamento previsto (CAMPBELL et al., 1979; MOORE et al., 1994), o crescimento do volume da árvore para coincidir com o crescimento do volume do povoamento (ZHANG et al. 1993), ou crescimento do diâmetro da árvore para coincidir com o crescimento do diâmetro do povoamento.

O método dos mínimos quadrados restritos ajusta os atributos da árvore, como a probabilidade de sobrevivência da árvore, diâmetro médio quadrático ou altura total, minimizando as somas de diferenças quadradas entre o previsto e ajustado, sujeito às restrições de que as agregações têm que corresponder às previsões de um modelo de suporte completo (MATNEY et al., 1990; CAO; BALDWIN, 1999)

Por último, o método do coeficiente de ajuste é usado para modificar os coeficientes do modelo árvore individual original para produzir atributos de povoamento idênticos aos produzidos pelo modelo em nível de povoamento basal (CAO, 2021).

Toda desagregação acontece para cada variável por exemplo projeta d_2 (MAI), na desagregação usa variáveis em nível de povoamento para desagregar o d_2 , sendo o resultado gerado é um $\tilde{d}2i_j$ por uma função desagregada (Figura 5). Exemplos de equações utilizadas para cada métodos são encontradas em Cao (2014).

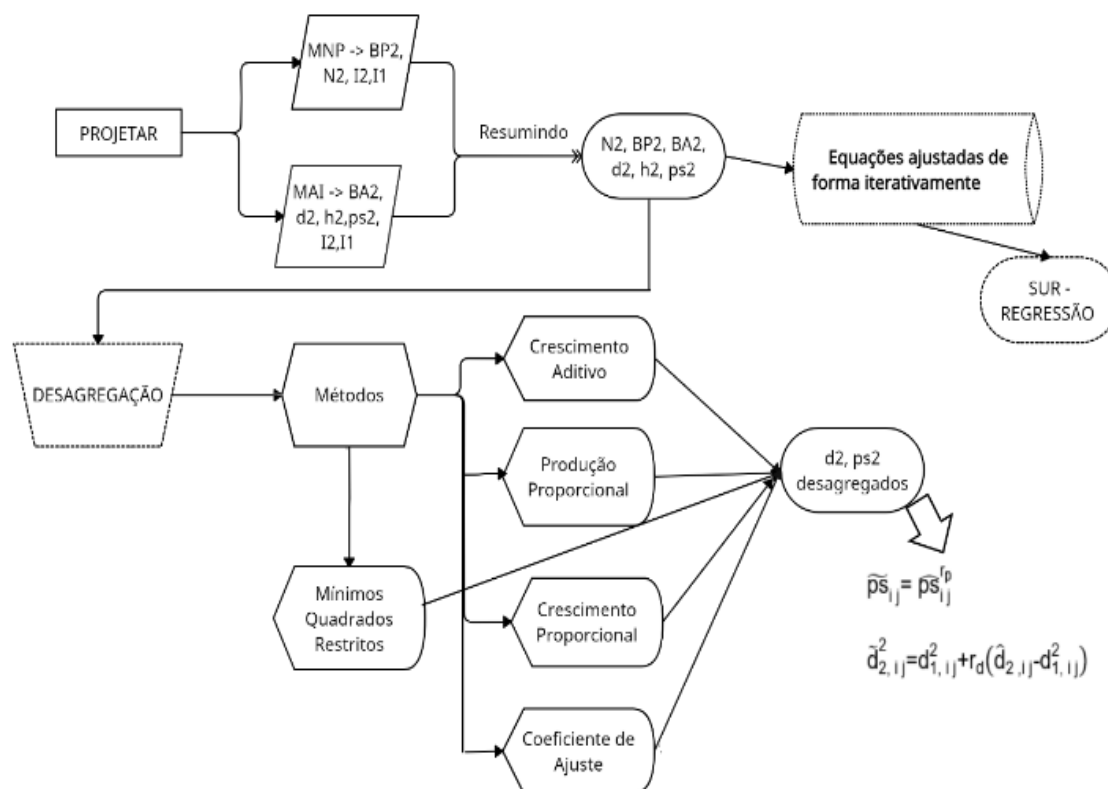


Figura 5 - Método da desagregação para vincular modelos em nível de povoamento e árvore individual.

Fonte: A autora (2023).

Zhang et al. (2014) em sua pesquisa sobre a compatibilidade dos modelos de crescimento e produção (*MNP*, *MDD* e *MAI*), utilizaram o método da média do modelo bayesiano (*BMA*) para prever e combinar as áreas basais das três categorias. Primeiramente estimou de forma simultânea modelos projetados para *MNP*, utilizando as variáveis dependentes B_2 , d_{medio2} , diâmetro do desvio 2, diâmetro mínimo 2 e N_2 , posterior projetou para *MAI* d_2 , e para *MDD* a função Weibull pelos métodos dos momentos.

A abordagem da *BMA* é um método estatístico que infere previsões de consenso ao ponderar previsões individuais com base em suas probabilidades posteriores, com as previsões de melhor desempenho obtendo pesos maiores do que as de pior desempenho basal. Além disso, o *BMA* é responsável por incerteza do modelo conforme refletida pela variância basal. A variação de *BMA* pode ser decomposta em uma variação entre os modelos que reflete a consistência do modelo e uma variação dentro do modelo que reflete a variabilidade dos dados basal.

Para interpretação de cada estimativa (*MNP*, *MDD*, *MAI* e *BMA*) Zhang et al. (2014) utilizam-se estatísticas como erro quadrático médio (RMSE), Desvio médio (MD)

e o valor de índice de ajuste (FI) basal. Foi verificado que através dos resultados das estatísticas de avaliação que os métodos *BMA*, *MDD* e *MAI*, são próximo ao modelo de nível de povoamento, este, tendo um desempenho ligeiramente melhor do que outros modelos sem exceção, o *MNP* produziu estatísticas de avaliação melhores do que os modelos de nível de árvore e de distribuição de diâmetro, corroborando com os resultados de Qin e Cao (2006). Os valores de FI foram maiores para *MNP*, seguido de *BMA*, *MDD* e *MAI*.

O desempenho dos três modelos de crescimento e produção empregando o estimador combinado pelo uso do método da combinação de previsão e o método da desagregação são avaliados com base no ajuste e validação dos conjuntos de dados (CAO, 2014). A terceira alternativa para vincular as três modelagens (*MNP*, *MDD* e *MAI*) é adaptar a metodologia encontrada em Demaerschalk (1972) e Hynk e Moser (1983) no banco de dados para esta pesquisa, evidenciando a variável área basal, devido a maior correlação com o volume por hectare do que o número de árvores, ser bastante utilizada para medir densidade e facilmente mensurada, além de seu valor depender tanto do número de árvores como do diâmetro (URBANO, 2018).

Embora existam muitas alternativas para fazer o *link* entre os diferentes tipos ou categorias de modelos, não é comum encontrar aplicações para povoamentos de eucalipto comerciais. Scolforo et al. (2019) apresentaram alternativas bastante interessantes para este propósito, porém, utilizando dados experimentais. Para uma ampla e abrangente base de dados de eucalipto não é comum encontrar resultados de *links* entre os três tipos de modelos. Este foi um dos motivos da condução do presente estudo. Outro motivo foi a necessidade de se definir regras e procedimentos simples para aplicação de modelos que incluem, simultaneamente, dados e equações em nível de árvore e em nível de povoamento.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Caracterização da área

Os dados utilizados para este estudo são provenientes de povoamentos de clones de híbridos de *Eucalyptus urophylla* X *Eucalyptus grandis*, sob o regime de alto fuste, localizados em dois municípios da região centro oeste de Minas Gerais (Figura 6).

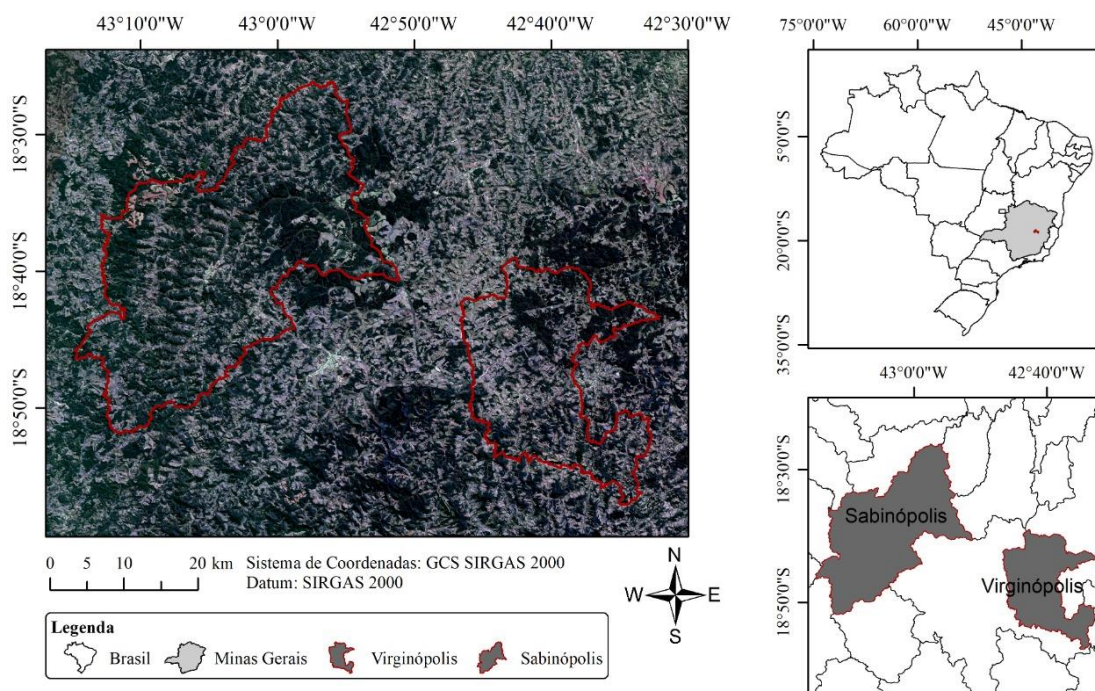


Figura 6 - Identificação dos limites dos municípios de Sabinópolis e Virginópolis, Minas Gerais, em que se encontram os povoamentos inventariados.

Fonte: O autor, 2024.

A precipitação média anual é de 1.200 mm, a umidade relativa média anual entre 63 % à 79%, e a produtividade média aos sete anos em torno de 32 m³ha⁻¹. A área apresenta a predominância de Latossolos profundos, argilosos e pouco férteis, com formações florestais subcaducifólia. O uso atual do solo é predominantemente com pastagens e eucalipto (GATTO et al., 2010).

3.2 Ajuste dos modelos

O banco de dados utilizados para o ajuste dos modelos em nível de povoamento (*MNP*), árvore individual (*MAI*) e distribuição de diâmetros (*MDD*), foram obtidos de inventários florestais contínuos (IFC) em um total de 529 parcelas permanentes,

distribuídas aleatoriamente em 212 talhões. A área média das parcelas foi de 288 m², variando entre 209 a 356 m² e foram medidas entre os anos de 2012 a 2020, com periodicidade irregular de medição em cada talhão. As idades de medições variaram de 16 a 102 meses.

Em cada parcela coletaram-se os seguintes dados: número da parcela e talhão, área da parcela (m²), data da medição, idade (meses), cova, fuste, fila, diâmetro à altura de 1,30 m (*dap*) das árvores com diâmetros maiores ou iguais a 5 cm e as alturas totais (m) de cada árvore. Antes de iniciar o processamento dos dados, foram verificadas suas consistências, com o objetivo de minimizar a inclusão de erros no processo de modelagem de crescimento e produção.

A altura dominante (*Hd*) para cada parcela em todas as medições foi definida pelo critério de Assmann (ASSMANN, 1970), considerando a média das alturas totais de cinco árvores de maior diâmetro de cada parcela. Além da *Hd*, o diâmetro dominante (*Dap_d*), foi definido como a média aritmética dos diâmetros dessas cinco árvores dominantes.

Posteriormente foram calculadas as estatísticas descritivas das variáveis em nível de povoamento em cada idade, com os valores médios, mínimos e máximos (Tabela 1).

Tabela 1 - Estatística descritiva referente aos dados do povoamento utilizado no estudo.

Idade (meses)	Variáveis	Média	Mínimo	Máximo
12	<i>Dap (cm)</i>	9,4	5,0	15,7
	<i>Ht (m)</i>	12,1	8,7	16,8
	<i>Dap_d (cm)</i>	11,2	7,7	13,8
	<i>Hd (m)</i>	12,9	10,1	16,5
	<i>q (cm)</i>	9,5	7,0	11,6
	<i>B (m²/ha)</i>	7,3	4,4	10,1
	<i>Vol (m³/ha)</i>	40,4	19,4	70,5
	<i>N (arv/ha)</i>	1.023	742	1.454
24	<i>Dap (cm)</i>	11,1	5,0	21,3
	<i>Ht (m)</i>	15,7	7,8	25,4
	<i>Dap_d (cm)</i>	13,1	7,5	19,3
	<i>Hd (m)</i>	16,9	9,6	24,8
	<i>q (cm)</i>	11,2	6,6	15,6
	<i>B (m²/ha)</i>	9,7	2,4	16,4
	<i>Vol (m³/ha)</i>	71,0	11,5	151,4
	<i>N (arv/ha)</i>	972	464	1.474
36	<i>Dap (cm)</i>	12,9	5,0	21,7
	<i>Ht (m)</i>	18,8	9,7	28,5
	<i>Dap_d (cm)</i>	15,3	9,7	20,9

Idade (meses)	Variáveis	Média	Mínimo	Máximo
	<i>Hd (m)</i>	20,3	12,2	26,4
	<i>q (cm)</i>	13,1	8,8	16,9
	<i>B (m²/ha)</i>	13,1	7,2	21,6
	<i>Vol (m³/ha)</i>	114,4	38,4	240,0
	<i>N (arv/ha)</i>	980	464	1.474
48	<i>Dap (cm)</i>	14,7	5,1	27,2
	<i>Ht (m)</i>	22,1	9,5	31,8
	<i>Dap_d (cm)</i>	17,8	13,4	24,5
	<i>Hd (m)</i>	24,0	14,9	31,0
	<i>q (cm)</i>	15,0	10,4	20,1
	<i>B (m²/ha)</i>	17,0	8,3	25,9
	<i>Vol (m³/ha)</i>	174,8	51,2	324,1
	<i>N (arv/ha)</i>	977	531	1.440
60	<i>Dap (cm)</i>	15,4	5,1	28,9
	<i>Ht (m)</i>	23,8	10,4	34,0
	<i>Dap_d (cm)</i>	19,0	14,0	26,1
	<i>Hd (m)</i>	26,3	16,1	32,8
	<i>q (cm)</i>	15,7	10,5	21,1
	<i>B (m²/ha)</i>	18,7	9,4	29,1
	<i>Vol (m³/ha)</i>	208,2	61,6	379,6
	<i>N (arv/ha)</i>	972	464	1.437
72	<i>Dap (cm)</i>	16,2	5,1	31,2
	<i>Ht (m)</i>	25,1	10,9	36,1
	<i>Dap_d (cm)</i>	19,9	16,0	27,3
	<i>Hd (m)</i>	27,7	18,5	35,1
	<i>q (cm)</i>	16,5	12,2	21,7
	<i>B (m²/ha)</i>	20,0	10,6	30,7
	<i>Vol (m³/ha)</i>	236,2	78,9	438,5
	<i>N (arv/ha)</i>	946	464	1.272
84	<i>Dap (cm)</i>	17,0	5,5	26,8
	<i>Ht (m)</i>	26,6	12,2	36,1
	<i>Dap_d (cm)</i>	21,4	18,0	25,5
	<i>Hd (m)</i>	29,7	25,2	34,8
	<i>q (cm)</i>	17,4	14,4	19,9
	<i>B (m²/ha)</i>	22,3	16,2	28,0
	<i>Vol (m³/ha)</i>	277,4	168,3	391,7
	<i>N (arv/ha)</i>	943	576	1.197
96	<i>Dap (cm)</i>	17,8	6,0	28,4
	<i>Ht (m)</i>	28,9	7,8	40,3
	<i>Dap_d (cm)</i>	21,9	18,6	27,1
	<i>Hd (m)</i>	31,6	19,4	39,4
	<i>q (cm)</i>	18,1	14,4	22,0
	<i>B (m²/ha)</i>	25,3	12,4	34,2

Idade (meses)	Variáveis	Média	Mínimo	Máximo
108	<i>Vol (m³/ha)</i>	339,4	105,0	562,4
	<i>N (arv/ha)</i>	984	525	1.217
	<i>Dap (cm)</i>	18,3	7,1	29,8
	<i>Ht (m)</i>	28,2	13,6	39,8
	<i>Dap_d (cm)</i>	24,1	21,7	27,7
	<i>Hd (m)</i>	31,9	25,6	37,1
	<i>q (cm)</i>	18,9	15,7	22,5
	<i>B (m²/ha)</i>	25,5	15,9	35,9
	<i>Vol (m³/ha)</i>	347,6	154,6	560,8
	<i>N (arv/ha)</i>	901	821	1.006

Em que: *Dap*: diâmetro à altura do peito (cm); *Ht*: altura total (m); *Dap_d*: diâmetro da árvore dominante (cm); *Hd*: altura dominante (m); *q*: diâmetro médio quadrático (cm); *B/ha*: área basal (m²/ha); *Vol/ha*: volume (m³/ha); *N/ha*: densidade de árvores (n° árvores/ ha). Fonte: O autor, 2023.

3.3 Capacidade Produtiva

A capacidade produtiva foi avaliada por meio de duas alternativas (A e B):

A) Os índices de local foram definidos com base na variável explicativa, a altura dominante (*Hd*); e

B) Os índices de local foram definidos com base na variável explicativa, diâmetro dominante (*Dap_d*).

Foram ajustados cinco modelos para altura dominante (Alternativa A) e para o diâmetro dominante (Alternativa B), buscando obter equações para determinar o índice local, como forma de expressar a capacidade produtiva (Tabela 2).

Tabela 2 - Modelos ajustados para classificação da capacidade produtiva.

Modelo	Autor	Função	Função Curva Guia
1	Gompertz	$Y = \beta_0 e^{-e^{(\beta_1 - \beta_2 I)}} + \varepsilon$	$Y = S_j \left(\frac{e^{-e^{(\beta_1 - \beta_2 I_i)}}}{e^{-e^{(\beta_1 - \beta_2 I)}}} \right)$
2	Logístico	$Y = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 I}} + \varepsilon$	$Y = S_j \left(\frac{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 I}}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 I_i}} \right)$
3	Chapman - Richards	$Y = \beta_0 (1 - e^{-(\beta_1 I)})^{\beta_2} + \varepsilon$	$Y = S_j \left(\frac{(1 - e^{-(\beta_1 I_i)})^{\beta_2}}{(1 - e^{-(\beta_1 I)})^{\beta_2}} \right)$
4	Exponencial	$Y = \beta_0 e^{\frac{-\beta_1}{I}} + \varepsilon$	$Y = \frac{S_j e^{\frac{-\beta_1}{I_i}}}{e^{\frac{-\beta_1}{I}}}$
5	Exponencial modificado	$Y = \beta_0 e^{\beta_1 I^{\beta_2}} + \varepsilon$	$Y = \frac{S_j}{e^{-\beta_1 I_i^{\beta_2}}} e^{-\beta_1 I^{\beta_2}}$

Em que: *Y* = variável dependente, que pode ser a altura dominante (*Hd*) ou diâmetro dominante (*Dap_d*); *S_j* = índice de sítio em m; β_0 , β_1 e β_2 = coeficientes do modelo; *I_i* = idade-índice em meses; *Hd* = altura

dominante em m; Dap_d = diâmetro dominante, em cm; I = idade em meses; ε = erro aleatório. Fonte: O autor, 2023.

O ajuste dos modelos, para as alternativas A e B, foi realizado no *software R*, pacotes *plyr*, *device*, *minpack.lm* e *ggplot2*.

A estimativa da altura dominante ao longo do tempo foi obtida partindo-se da premissa de que quando a idade do povoamento for igual à idade de índice (I_i), a altura dominante (Hd) será igual ao índice de local ($Hd = S_j$ e $I = I_i$), assim a partir de cada função, uma função de índice local é obtida para gerar os feixes das curvas de sítio (CAMPOS e LEITE, 2017). Essa mesma regra vale para o diâmetro dominante ($Dap_d = S_j$ e $I = I_i$).

O método para classificar a capacidade produtiva pelo índice local foi o da curva guia, com a idade índice (I_i) aos 84 meses. As curvas de sítio foram construídas para os cinco modelos ajustados, tanto utilizando a alternativa A ($S_j - Hd$), quanto para B ($S_j - Dap_d$), gerando curvas anamórficas no Microsoft Excel.

3.4 Modelos de crescimento e produção florestal

3.4.1 Modelagem em nível de povoamento (MNP)

Os dados em nível de árvore individual foram transformados para povoamentos, agrupando as variáveis por parcela e idade, totalizando o volume de cada árvore em m^3 . Para avaliar as tendências de crescimento do povoamento, em área basal e volume, as variáveis volume e área basal foram convertidas para hectare. Com o banco de dados em hectare, elaborou uma nova base com as variáveis pareadas na idade 1 e idade 2 foi para proceder o ajuste do modelo.

O modelo de crescimento e produção de Clutter (1963) foi utilizado para prognose do crescimento e produção, a fim de representar a modelagem em nível de povoamento (Equação 1 e 2):

$$\ln V_2 = \beta_0 + \beta_1 / I_2 + \beta_2 S_j + \beta_3 \ln B_2 + \ln \varepsilon \quad (1)$$

$$\ln B_2 = \ln B_1 (I_1 / I_2) + \alpha_0 (1 - I_1 / I_2) + \alpha_1 (1 - I_1 / I_2) S_j + \ln \varepsilon \quad (2)$$

Em que: B_2 é a área basal do povoamento na idade futura (m^2 ha-1); B_1 é a área basal do povoamento na idade atual; I_1 é a idade atual, em meses; I_2 , a idade futura; S_j é o índice de local na idade 1, pela alternativa j , em metros para a alternativa A e em cm para alternativa B; V_2 é o volume de madeira com casca do povoamento, na idade futura (m^3 ha-1); com α_1 e α_2 , que são os coeficientes do modelo de área basal; $\beta_1 \dots \beta_4$ são os coeficientes do modelo volumétrico; e ε é o erro aleatório. Fonte: Campos e Leite (2017).

Os índices de sítio resultantes para alternativa A e B, foram utilizados como variável independentes no modelo de Clutter, com o intuito de testar a hipótese, em que na falta de dados de altura dominante (Hd), esta pode ser substituída pela variável diâmetro dominante (Dap_d), e que ao usar o diâmetro dominante (Dap_d), este, será mais correlacionado com a produção, em área basal e em volume?

Os coeficientes do *MNP*, com base nas equações simultâneas, foram obtidos pelo método dos mínimos quadrados em dois estágios, utilizando o *software R*, e os pacotes *systemfit*. Esse método aplicado para ajuste do modelo de Clutter, foi escolhido, visto que a primeira equação do modelo tem a função de determinar uma variável que será explicativa na segunda equação do modelo, ou seja, os valores de volume, da segunda equação, foram estimados a partir de valores estimados para a área basal (CAMPOS e LEITE, 2017), ou seja, trata-se de um sistema de equações simultâneas, contendo variáveis endógenas e variáveis exógenas.

3.4.2 Modelagem em nível de árvore individual

Nos modelos de árvore individual os dados pareados são de cada árvore identificada na base de dados unicamente pareados em medição i e medição $i+1$, considerando uma estrutura de projeção. É importante que exista mais de uma medição para cada árvore e que esta verificação, deve ser realizada antes da definição dos dados pareados para este tipo de modelagem (FRAGA FILHO, 2015).

A construção dos modelos envolveu a projeção do diâmetro a 1,3 m de altura (Dap_2), altura total (Ht_2) de cada árvore e a sobrevivência (N_2). Foram ajustados cinco modelos lineares e não lineares para estimar o crescimento em diâmetro (Dap_2) e altura (Ht_2) e validados (Tabela 3). O índice de competição *BAI* foi utilizado como variável independentes nos modelos 4 e 5 (Equação 3).

Tabela 3 - Modelos ajustados para projetar o diâmetro e altura em nível de árvore individual em um povoamento de eucalipto.

Modelo	Autor
1 $Y_2 = Y_1 e^{-\beta_0(I_2^{\beta_1} - I_1^{\beta_1})} + \varepsilon$	Pienaar e Schiver (1981)
2 $Y_2 = A \left(\frac{Y_1}{A}\right)^{\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{\beta_2}} + \varepsilon$	Lundqvist-Korf / Amaro <i>et al.</i> (1998)
3 $Y_2 = Y_1 + \left(\frac{\beta_0}{1 + \text{Exp}(\beta_1 - \beta_2 I_2)} - \frac{\beta_0}{1 + \text{Exp}(\beta_1 - \beta_2 I_1)}\right) + \varepsilon$	Logística / Oliveira (2007)
4 $\text{Ln}Y_2 = \text{Ln}Y_1 + \beta_1 \left(\frac{I}{I_2} - \frac{I}{I_1}\right) + \beta_2 \text{BAI} + \varepsilon$	Schumacher adaptado de Campos e Leite (2009)
5 $Y_2 = Y_1 + \left(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{I}{I_2} - \frac{I}{I_1}\right) + \beta_2 \text{BAI} + \beta_3 S_j\right) + \varepsilon$	Linear / adaptado de Bella (1971), Sterba e Monserud (1997), Mabvurira e Miina (2002)

Y_2 = diâmetro à altura do peito (Dap_2) (cm) ou altura total (Ht_2) (m) na idade futura; Y_1 diâmetro à altura do peito (Dap_1) (cm) ou altura total (Ht_1) (m) na idade atual; I_2 = Idade futura (meses); I_1 = idade atual (meses); $A = \beta_0 + \beta_1$ índice de local; S_j = índice de local; BAI = índice de competição de área basal; $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = coeficientes do modelo; ε = erro aleatório.

O modelo apresentado por Pienaar e Schiver (1981), também foi utilizado na obtenção das estimativas futuras de sobrevivência (N_2) (Equação 4). Quanto as estimativas de volume individual (V_2) (Equação 5) utilizou-se o modelo de Schumacher e Hall. Ajustando os modelos através do método dos mínimos quadrados e o procedimento iterativo Quasi-Newton. O volume de árvore individual foi somado em cada parcela e em seguida extrapolado para hectare ($V_2ha = 10000 * \text{volume individual} / \text{área da parcela}$).

$$\text{BAI} = \frac{d_i^2}{q^2} \quad (3)$$

$$N_2 = N_1 e^{-\beta_0(I_2^{\beta_1} - I_1^{\beta_1})} + \varepsilon \quad (4)$$

$$V_2 = e^{-\beta_0} \text{Dap}_2^{\beta_1} \text{Ht}_2^{\beta_2} + \varepsilon \quad (5)$$

Em que: Dap_1 e Dap_2 = diâmetro à altura do peito em cm, nas idades I_1 e I_2 ; Ht_1 e Ht_2 = altura total em metros, nas idades I_1 e I_2 ; I_1 e I_2 = idades presente e futura (meses); N_1 e N_2 = número de árvores. ha^{-1} em I_1 e I_2 ; V_2 = volume em m^3 , na idade 2; BAI = índice de área basal; d_i = diâmetro (Dap) da árvore-objeto (cm); q = diâmetro quadrático (cm). β_0, β_1 e β_2 = parâmetros dos modelos; Fonte: Campos e Leite, 2017; Martins (2011).

3.4.3 Modelagem da distribuição de diâmetros

Para realizar o ajuste do modelo de distribuição de diâmetros (*MDD*), as árvores de cada parcela e em cada idade, foram agrupadas de acordo com o seu diâmetro, em classes com intervalos regulares de 2 cm, em que o limite inferior da primeira classe é definido com base no diâmetro mínimo de inclusão do povoamento (4 cm) (ARAÚJO JÚNIOR et al., 2010; AZEVEDO et al., 2016). O valor central de classe variou de 5 a 29 cm, resultando em treze classes diamétricas de amplitude de 2 cm.

Para cada parcela e em cada idade, foi ajustada uma função densidade de probabilidade a Weibull com dois parâmetros (2P) (Equação 6), definida por:

$$f(X) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{X}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{X}{\beta}\right)^\gamma} \quad (6)$$

Em que: β é o parâmetro de escala, $\beta > 0$; γ é o parâmetro de forma, $\gamma > 0$; e x é o centro da classe de diâmetro, $x \geq 0$. Fonte: Campos e Leite, 2017.

O método de estimação dos parâmetros foi o da máxima verossimilhança, devido sua característica assintótica e por proporcionar estimativas mais confiáveis e com menor tendenciosidade (DIAMANTOPOULOU et al., 2015). O parâmetro escala (β) e forma (γ) foram obtidos para cada uma das parcelas disponíveis no conjunto de dados em cada idade. Esses ajustes foram feitos utilizando o software *Statistica* (Statsoft, 2015).

Para realizar a redistribuição teórica dos diâmetros ou também chamada recuperação da distribuição de diâmetros por classe, foi realizada relacionando os parâmetros obtidos da função Weibull com características do povoamento e utilizando regressões lineares e não-lineares encontradas na literatura (NOGUEIRA et al., 2005; MIGUEL, et al., 2010; AZEVEDO et al., 2016). Portanto, foram consideradas como variáveis dependentes os parâmetros da função Weibull em uma idade futura e, como variáveis independentes, os parâmetros dessa mesma função em uma idade atual e os atributos do povoamento na idade atual e futura. Os atributos do povoamento utilizados foram: idade, número de árvores, diâmetro máximo e altura dominante.

Essas relações foram estabelecidas através do ajuste de um conjunto de modelos aplicando o método dos mínimos quadrados e o procedimento iterativo Quasi-Newton (Equação 7 a 10), baseados nos sistemas de projeção proposto por Nogueira et al., (2005) e Binotti et l., (2010). Os ajustes foram realizados no *software* R.

$$Dmax_2 = Dmax_1 e^{-\theta_0(I_2^{\theta_1} - I_1^{\theta_1})} + \varepsilon \quad (7)$$

(8)

$$\beta eta_2 = \beta eta_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \theta_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) Dmax_2 + \varepsilon$$

(9)

$$\ln \gamma_2 = \ln \gamma_1 e^{-\theta_0(I_2^{\theta_1} - I_1^{\theta_1})} + \varepsilon$$

(10)

$$N_2 = N_1 e^{-\beta_0(I_2^{\beta_1} - I_1^{\beta_1})} + \varepsilon$$

Em que: βeta_1 e βeta_2 = parâmetros de escala da função Weibull em I_1 e I_2 ; γ_1 e γ_2 = parâmetros de forma da função Weibull em I_1 e I_2 ; I_1 e I_2 = idade presente e futura em meses; $Dmax_1$ e $Dmax_2$ = diâmetro máximo em I_1 e I_2 ; N_1 e N_2 = número de árvores. ha^{-1} em I_1 e I_2 ; β_0, β_1 e β_2 ; $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ = parâmetros dos modelos. Fonte: Campos e Leite, 2017.

A estrutura diamétrica futura foi projetada a partir da distribuição observada na idade presente. Foi estimada a altura total em cada centro de classe de diâmetro, para obter o número de indivíduos por classe de diâmetro (11).

$$Ht = \phi_0 + \phi_1 I_2 + \phi_2 Hd_2 + \phi_3 \ln(I_2 Dap) + \varepsilon \quad (11)$$

Em que: Ht = altura total estimada em cada classe de Dap , em m; I_2 = idade 2; Dap = diâmetro a altura do peito em cm; e $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3$ = parâmetros do conjunto de relações funcionais para redistribuição dos diâmetros. Fonte: Campos e Leite, 2017.

Com os diâmetros representados em cada centro de classe e das alturas ajustadas, foi aplicada a equação de volume e multiplicada pela densidade de indivíduos projetada para cada classe diamétrica, para obter a produção por hectare em cada classe de diâmetro. O somatório da produção das classes resultou na produção total projetada para cada idade (CAMPOS e LEITE, 2017).

3.5 Avaliação e comparação dos modelos ajustados em nível de povoamento, árvore individual e distribuição de diâmetros

A qualidade dos ajustes das equações para a capacidade produtiva e dos modelos de crescimento e produção em nível de povoamento (MNP), árvore individual (MAI) e distribuição de diâmetros (MDD), utilizando o banco de dados de ajuste e o de validação, foi avaliada com base em: coeficiente de correlação entre valores observados e valores estimados da variável dependente ($r_{\hat{y}, y}$), pela raiz quadrada do erro quadrático médio em porcentagem ($RQEM \%$), pelo valor de $bias$ e coeficiente de determinação (R^2). As interpretações foram feitas com base em Santos (2021).

Complementando a análise, foram elaborados gráficos relacionando os valores estimados em função dos observados, gráficos da análise de resíduos percentuais e distribuição de frequência dos erros relativos percentuais. De acordo com Campos e Leite (2017) a avaliação dos resíduos em forma de histogramas é um tipo de análise interessante, em que quando há grande número de observações, somente os gráficos de dispersão podem levar ao risco de má interpretação, uma vez que ocorrem diversos pontos sobrepostos no gráfico (LEITE et al., 2011; CASTRO et al., 2013; AZEVEDO et al., 2016; MIGUEL et al., 2016 MARTINS et al., 2014).

$$S_{yx} (\%) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p-1}} 100 \quad (12)$$

$$r_{\hat{Y}, Y} = \frac{Cov(\hat{Y}, Y)}{\sqrt{V(\hat{Y}) V(Y)}} \quad (13)$$

$$RQEM = \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \quad (14)$$

$$RQEM (\%) = 100 \bar{Y}^{-1} \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}$$

$$R_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (15)$$

$$bias = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (16)$$

$$res (\%) = \left(\frac{\hat{Y}_i - Y_i}{Y_i} \right) 100 \quad (17)$$

Em que: Y_i e \hat{Y}_i = valor observado e estimado da variável sob análise; n = número de observações utilizadas nos ajustes e na validação; \bar{Y} = média do valor observado.

3.6 Validação dos modelos com dados independentes

O banco de dados de validação contempla 511 parcelas permanentes distribuídas aleatoriamente em 239 talhões do segundo município, na mesma região em que se encontram os povoamentos utilizados como fonte de dados para ajustes. As estatísticas para a validação estão no item 4.5, sendo as mesmas utilizadas para o ajuste. A tendência geral da produção ao longo dos anos nas bases de dados de ajuste e de validação estão na Figura 7.

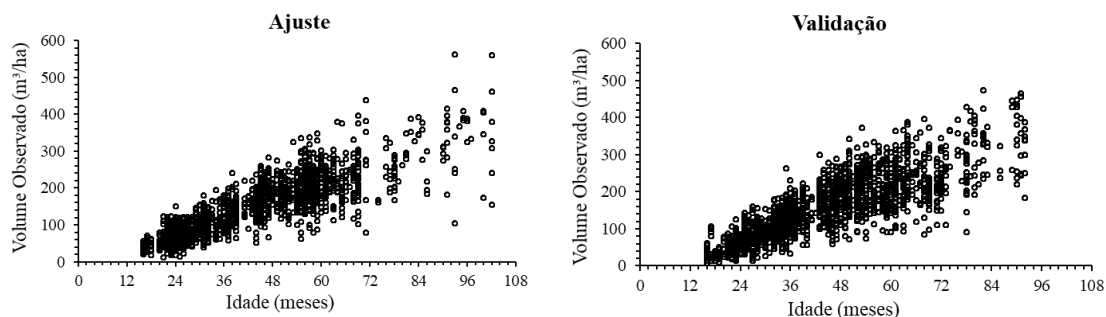


Figura 7 - Dispersão da produção total por hectare observadas nas parcelas das bases de dados de ajuste (A) e de validação (B) (dados independentes).

3.6 Método da desagregação

Foi realizada a desagregação com base na metodologia proposta por Cao et al. (2014) com algumas modificações para o presente estudo. A variável para realizar a desagregação foi a área basal.

Com o banco de dados em nível de árvore foi ajustado o diâmetro (Dap_2) em cm em uma idade futura (I_2), o qual foi utilizado como input para o cálculo da função desagregadora (Equação 18). Para este povoamento de eucalipto foi assumido que o valor da probabilidade de sobrevivência da árvore (\hat{p}_{ij}) é igual a 1, assumindo 100% de árvores sobreviventes no banco de dados.

Posteriormente, realizou a desagregação da variável diâmetro ($\widetilde{Dap}_{2,ij}^2$) (Equação 20) utilizando como variáveis independentes: o diâmetro observado ($Dap_{1,ij}$) na idade atual (I_1), o diâmetro ($\widehat{Dap}_{2,ij}$) projetado para idade futura (I_2) e a função desagregadora.

$$\beta = \frac{s\widehat{B}_{2,i}/K - \sum \tilde{p}_{ij} Dap_{1,ij}^2}{\sum [\tilde{p}_{ij} (\widehat{Dap}_{2,ij}^2 - Dap_{1,ij}^2)]} \quad (18)$$

(19)

$$K = \pi/40000$$

$$\widetilde{Dap}_{2,ij}^2 = Dap_{1,ij}^2 + \beta (\widehat{Dap}_{2,ij}^2 - Dap_{1,ij}^2) \quad (20)$$

Em que: $\widehat{Dap}_{2,ij}$ = diâmetro projetado em cm da árvore j na parcela i na idade 2; $Dap_{1,ij}$ = diâmetro em cm da árvore j na parcela i na idade 1. $\widetilde{Dap}_{2,ij}^2$ = diâmetro projetado da árvore. Área da parcela em m²; $\pi = 3,1416$; \tilde{p}_{ij} = probabilidade ajustada da sobrevivência, atribuída a valor igual a 1; s = tamanho da parcela.

O modelo em nível de árvore individual, foi comparado com o método da desagregação através dos gráficos de valores observados e estimado, resíduos e histogramas de erros, bem como valor de coeficiente de determinação (R_2), coeficiente de correlação ($r_{\widehat{Y}, Y}$) e valor do erro quadrático médio ($RQEM \%$).

3.7 Compatibilizando simultaneamente a área basal e o volume de modelos em nível de árvores, em nível de povoamento e por classe de diâmetro

Um método alternativo para compatibilização de estimativas de área basal, frequência e volume por hectare, com as estimativas de altura e diâmetro de árvores individuais foi idealizado e aplicado na base de dados de validação. Além do desenvolvimento do método, foi proposta também uma regra de decisão sobre a necessidade de se fazer o link os modelos ou não, ou seja, foi proposta uma regra para decidir quando aplicar o método proposto no presente estudo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Capacidade Produtiva

A Tabela 4 contém o resultado do ajuste dos cinco modelos ajustados para classificação do índice de sítio para a alternativa A (altura dominante) e B (diâmetro dominante) e suas estatísticas de avaliação. Todas as estimativas dos coeficientes das cinco equações foram significativas pelo teste t ($p < 0,05$). Analisando os valores dos coeficientes de cada equação ajustada, percebeu um maior valor do coeficiente β_0 para o modelo 5 para Hd e Dap_d , o que é justificável, uma vez em que está ajustando um modelo exponencial modificado, em que foi acrescido no modelo um terceiro coeficiente (β_2).

Tabela 4 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos ajustados para capacidade produtiva pela alternativa A (Hd) e B (Dap_d).

Modelo	Coeficientes
--------	--------------

		β_0	β_1	β_2	$r_{\hat{Y}, Y}$	$RQEM$ (%)	R_2	<i>bias</i>
Alternativa A (<i>Hd</i>)	1	32,6949	0,4144	0,0335	0,86	12,17	0,73	0,0005
	2	31,5439	2,6395	0,0449	0,86	12,16	0,73	-0,001
	3	35,9516	0,0183	0,7455	0,86	12,19	0,73	0,002
	4	36,1996	1,8224	-	0,85	12,39	0,7	-0,012
	5	66,8731	5,6823	0,4435	0,86	12,17	0,73	-
								0,0009
Alternativa B (<i>Dap_d</i>)	1	23,2355	0,2068	0,03158	0,85	10,65	0,71	-
	2	22,5279	1,9534	0,0412	0,85	10,65	0,71	-0,01
	3	26,0052	0,0148	0,5693	0,84	10,67	0,71	0,0005
	4	24,7344	15,4118	-	0,84	10,91	0,70	-0,007
	5	54,8299	4,2024	0,3391	0,85	10,66	0,71	-
								0,0000

Em que: Alternativa A = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio da altura dominante em metros (*Hd*); Alternativa B = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio do diâmetro dominante em centímetros (*Dap_d*); $r_{\hat{Y}, Y}$ = coeficiente de correlação; $RQEM$ (%) = erro quadrático médio; R_2 = coeficiente de determinação; *bias* = *viés*. *Modelo 1* = $Y = \beta_0 e^{-e^{(\beta_1 - \beta_2 t)}} + \varepsilon$ *Modelo 2* = $Y = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 t}} + \varepsilon$; *Modelo 3* = $Y = \beta_0 (1 - e^{-(\beta_1 t)})^{\beta_2} + \varepsilon$; *Modelo 4* = $Y = \beta_0 e^{-\frac{\beta_1}{t}} + \varepsilon$; *Modelo 5* = $Y = \beta_0 e^{\beta_1 t^{\beta_2}} + \varepsilon$

Após a obtenção das equações de índice de sítio oriundas dos modelos testados, verificou-se que as cinco equações apresentaram boa precisão, se ajustando bem aos dados, com estatísticas muito próximas quanto ao erro quadrático médio ($RQEM\%$) e coeficiente de correlação (r_{yy}) para as duas alternativas. Com valor de erro entre 12,17 % e 12,40 % (Alternativa A) e 10,67 % a 10,92 % (Alternativa B), coeficiente de correlação entre 0,85 a 0,86 (Alternativa A) e 0,84 a 0,85 (Alternativa B) e R_2 entre de 0,70 a 0,734.

Os gráficos de dispersão dos valores estimados em função dos observados (Figura 8 e 9) indicaram que não há superestimação ou subestimação em relação as estimativas da a altura dominante ou o diâmetro dominante pelo método da curva-guia.

A tendência de ajuste foi a mesma para ambas as alternativas (A e B), em que a maioria dos pontos ficaram mais concentrados em torno da linha de tendência, o que é esperado, demonstrando que o estimado está próximo do observado.

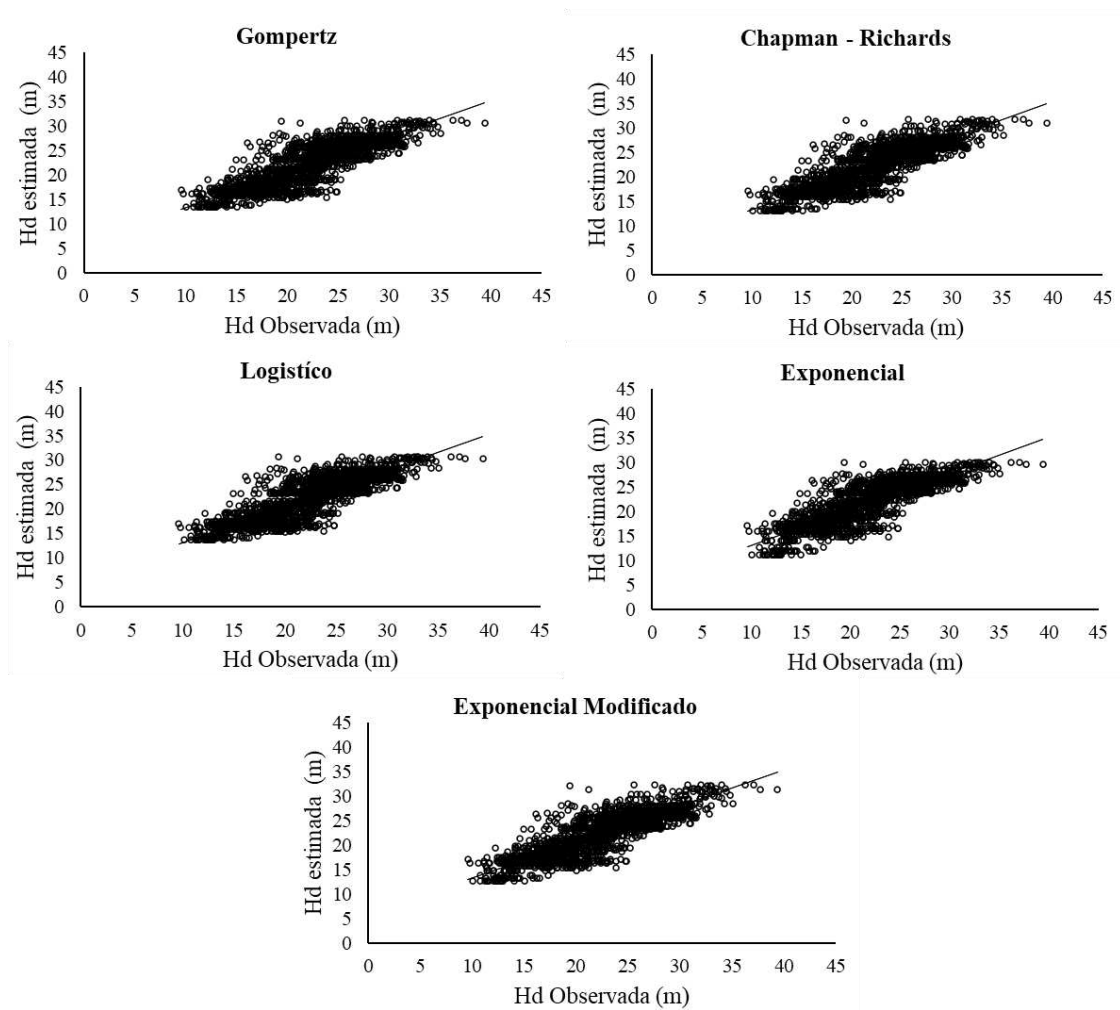


Figura 8 - Gráficos de dispersão entre os valores estimados e observados dos cinco modelos ajustados para a Alternativa A (Hd).

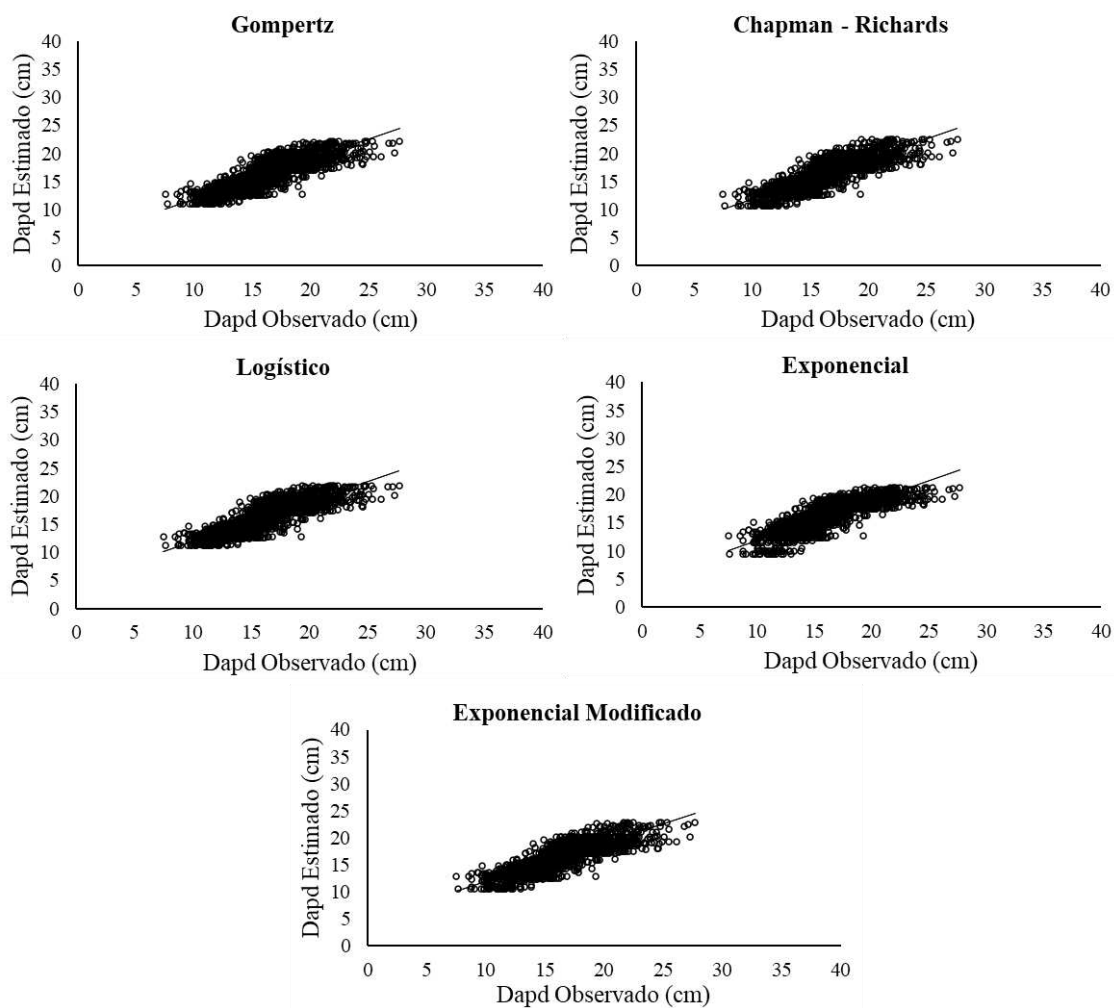


Figura 9 - Gráficos de dispersão entre os valores estimados e observados dos cinco modelos ajustados para a Alternativa B (Dap_d).

Para a construção das curvas de índice de sítio foram criadas três classes e classificadas como alta (I), média (II) e baixa (III) (Tabela 5), com amplitudes de classes de 2 para altura dominante (Hd), e 2 cm para o diâmetro dominante (Dap_d).

Tabela 5 - Classificação da capacidade produtiva obtida para duas alternativas.

	Classe de Produtividade	Limites de inclusão do S aos 84 meses
Alternativa A (Hd)	I - Alta	33 37
	II - Média	27 31
	III - Baixa	21 25
Alternativa B (Dap_d)	I - Alta	26 30
	II - Média	20 24
	III - Baixa	14 18

Em que: Alternativa A = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio da altura dominante em metros (Hd); Alternativa B = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio do diâmetro dominante em centímetros (Dap_d); S = índice de sítio.

A maioria dos dados se concentram na classe de produtividade média (Figura 10 e 11). A tendência de crescimento das variáveis Hd e Dap_d em função da idade, resultaram em comportamentos semelhantes, ambas não atingiram um valor assintótico, que resultaria na estagnação do crescimento, apresentando um comportamento da curva de forma exponencial e anamórfico. Os feixes das curvas ao chegar próximo a idade de referência (idade de corte) ficaram mais estabilizadas. Essa tendência foi observada nos gráficos gerados para as alternativas A e B e modelos testados.

As curvas englobaram todos os valores de altura dominante observada, exceto para idades iniciais apontando alguns pontos das alturas dominantes observadas fora das curvas de sítio, sendo compatível e corroborando com estudos de Pinheiro et al., (2019), Fraga, (2016), Silva et al., (2020) e Santos, (2022) (Figura 10). No entanto para o diâmetro dominante, os valores observados desta variável se concentraram todos dentro das curvas (Figura 11).

O emprego da variável diâmetro dominante (Dap_d) para classificação da capacidade produtiva, expressou ser eficiente e os resultados foram estatisticamente coerentes, mostrando que esta variável pode ser utilizada para fins de classificação da capacidade produtiva, estudos de Leite et al., (2011) e Gonzáles (2018), corroboram com esta afirmação e encontraram resultados similares com a presente pesquisa.

Vale ressaltar, que no caso de povoamentos com mortalidade regular significativa, pode haver inconsistência na classificação da capacidade produtiva em função da variável Dap_d . Os resultados ao classificar o índice de sítio pelo diâmetro dominante e pela altura dominante, como comprovado nesta pesquisa, são similares, no entanto, não apresentam resultados superiores ao utilizar a Hd .

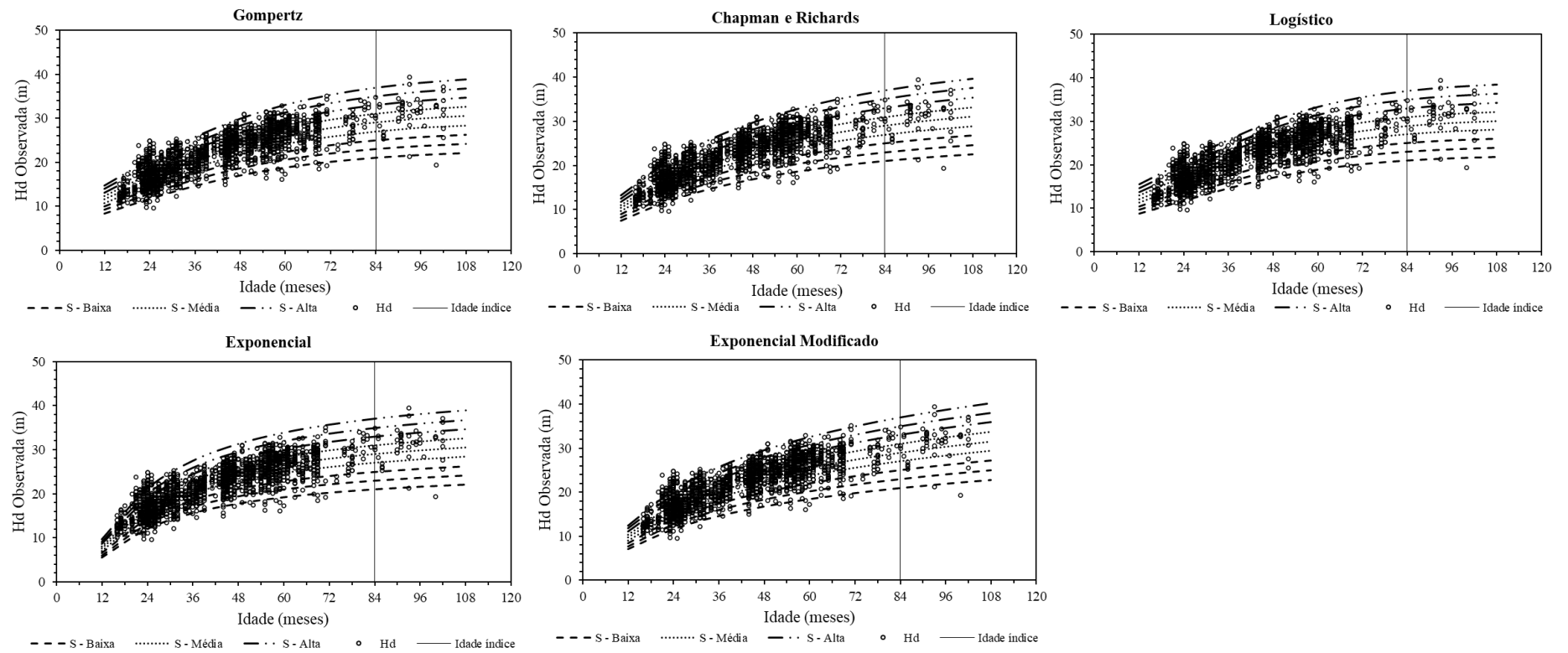


Figura 10 - Curvas de índice local construídas pelo método da curva-guia para a alternativas A (Hd).

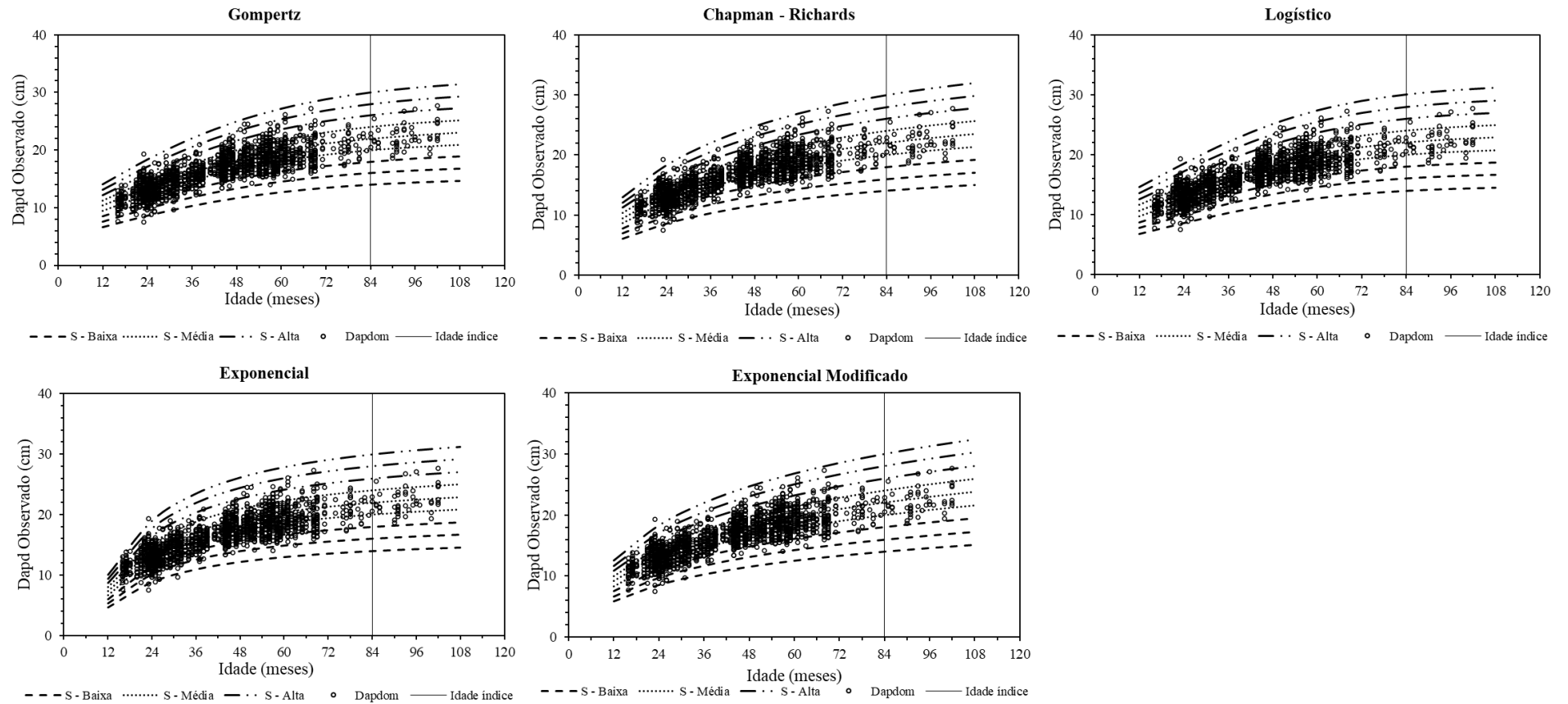


Figura 11 - Curvas de índice local, construídas pelo método da curva-guia para a Alternativa B (*Dapd*).

Leite e sua colaboradora (2011), em sua pesquisa, classificaram a capacidade produtiva a partir do diâmetro dominante e altura dominante, e optaram pelo modelo de Schumacher em sua forma linear para representar capacidade produtiva em um povoamento de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis*, no Estado de Minas Gerais. Os autores concluíram que o Dap_d é uma alternativa eficiente para gerar diferentes curvas de índice local, e os resultados para ambas as variáveis (Hd e Dap_d) foram similares, corroborando com respostas obtidas na presente pesquisa.

O método da curva-guia empregando a altura dominante foi bem-sucedido para classificar as curvas de índice de sítio, para alguns autores como: Santos (2021), que ao utilizar modelo de Gompertz, apresentou resultados estatísticos aproximados, com valores de R_2 e $RQEM$ (%) de 0,71 e 13,4 %. Fraga (2016), Restlaff et al., (2015) e Hreçay et al., (2014) evidenciaram que o modelo de Chapman-Richards, representou bem os dados para a capacidade produtiva.

Com base nos resultados das estatísticas e dos gráficos dos cinco modelos testados, sabe-se que independente da escolha de qual modelo utilizar, as curvas obtidas serão semelhantes e, demonstraram que a escolha de qualquer modelo não afetará a classificação final da capacidade de produção. Contudo, recomenda-se o modelo exponencial modificado, que mesmo apresentando uma curva um pouco mais ascendente que os demais modelos, apresentou melhores resultados estatísticos para duas metodologias utilizadas (Alternativas A e B). Conforme Campo e Leite (2017), quando adicionado um coeficiente β_2 no modelo exponencial, este demonstram haver um aumento de precisão da equação resultante para a capacidade produtiva.

4.2 Modelos de crescimento e produção florestal

4.2.1 Modelagem em nível de povoamento (MNP)

Com a escolha do modelo exponencial modificado para representar o valor de índice de sítio (S_j), o qual é utilizado como variável independente no modelo de Clutter (MNP), procedeu-se o seu ajuste:

As equações que projetam a área basal e o volume com casca por hectare foram ajustadas para as duas alternativas (S_j - Hd ; S_j - Dap_d), e seus respectivos resultados são apresentados da tabela 6 e 7.

Tabela 6 - Equações ajustadas pelo modelo de Clutter para as alternativas A (*Hd*) e B (*Dapd*) utilizando o banco de dados para ajuste.

Alternativa A	Área Basal (m ² /ha)			Volume (m ³ /ha)		
	α_0	α_1	β_0	β_1	β_2	β_3
	3,9725	-0,01850	1,4537	-13,5121	0,0109	1,2889
Alternativa B	α_0	α_1	β_0	β_1	β_2	β_3
	3,7606	-0,01620	1,3441	-11,2308	0,00735	1,3714

Em que: Alternativa A = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio da altura dominante em metros (*Hd*); Alternativa B = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio do diâmetro dominante em centímetros (*Dapd*); $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 = coeficientes utilizados para o ajuste do modelo de Clutter. Modelo de Clutter alternativa A = $LnV_2 = \beta_0 + \beta_1 / I_2 + \beta_2 S_{j(Hd)} + \beta_3 LnB_2 + Ln \varepsilon$; $Ln B_2 = Ln B_1 (I_1 / I_2) + \alpha_0 (1 - I_1 / I_2) + \alpha_1 (I_1 / I_2) S_{j(Hd)} + Ln \varepsilon$; Modelo de Clutter alternativa B = $LnV_2 = \beta_0 + \beta_1 / I_2 + \beta_2 S_{j(Dapd)} + \beta_3 LnB_2 + Ln \varepsilon$; $Ln B_2 = Ln B_1 (I_1 / I_2) + \alpha_0 (1 - I_1 / I_2) + \alpha_1 (I_1 / I_2) S_{j(Dapd)} + Ln \varepsilon$

Ao aplicar o modelo de Clutter, seus resultados devem ser verificados com bastante cautela, considerando a dimensão, sinais e significância dos parâmetros que integram cada submodelo do sistema de equações simultâneas (OLIVEIRA, 2022). Segundo Campos e Leite (2017), o coeficiente α_1 do modelo de área basal deve ser positivo e significativo, e o valor do β_1 , relacionado com o volume, negativo e significativo. O valor de β_1 , apresentou o comportamento esperado para este parâmetro (Tabela 6). No entanto, para as duas alternativas ajustadas, o coeficiente α_1 apresentou um valor baixo e negativo, no entanto, significativo, indicando influência da capacidade produtiva sobre o crescimento em área basal. Alguns autores sugerem, modificar ou eliminar este termo $\alpha_1 (I_1 / I_2) S_j$. Neste caso, o Site (índice de local) poderá ser substituído por LnB_1 , $(lnB_1)^2$ ou por *Hd*.

Tabela 7 - Estatística das equações ajustadas pelo modelo de Clutter para as alternativas A (*Hd*) e B (*Dapd*) utilizando o banco de dados para ajuste.

Alternativa A	Área Basal (m ² /ha)				Volume (m ³ /ha)			
	$r_{\hat{Y}, Y}$	RQEM (%)	R_2	bias	$r_{\hat{Y}, Y}$	RQEM (%)	R_2	bias
	0,94	8,16	0,88	-0,10	0,97	9,18	0,94	-0,90
Alternativa B	$r_{\hat{Y}, Y}$	RQEM (%)	R_2	bias	$r_{\hat{Y}, Y}$	RQEM (%)	R_2	bias
	0,94	8,39	0,88	-0,11	0,96	10,44	0,93	-0,76

Em que: Alternativa A = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio da altura dominante em metros (*Hd*); Alternativa B = Ajuste da capacidade produtiva pelo método da curva guia, por meio do diâmetro dominante em centímetros (*Dapa*); $r_{\hat{Y}, Y}$ = coeficiente de correlação; *RQEM* (%) = erro quadrático médio; R_2 = coeficiente de determinação; *bias* = viés

Com as estatísticas avaliadas (Tabela 7), o modelo de Clutter para ambas as alternativas, apresentou a mesma tendência de ajuste, apresentando resultados satisfatórios. Os valores de $r_{\hat{Y}, Y}$ foram iguais ou próximo a 0,94, existindo uma boa correlação entre a variável estimada e observada, seja para o volume ou área basal, corroborando com valores de correlação encontrados por Leite et al. (2011). No geral, obteve-se coeficiente de determinação entre 0,88 a 0,94, erro quadrático médio (*RQEM* %) entre 8,16 a 10,44% e valor de bias de -0,11 a -0,90. Para Oliveira (2022) e Penido et al., (2020), estes resultados são indícios de que as variáveis independentes utilizadas na modelagem em nível de povoamento, têm influência nas variáveis dependentes.

Em relação a avaliação gráfica, os gráficos relacionados com a distribuição residual dos ajustes das áreas basais e dos volumes, assim como a correlação entre os valores estimados em função dos observados e histogramas dos erros percentuais, empregando as duas alternativas para o ajuste de Clutter, estão apresentados na Figura 12 e 13).

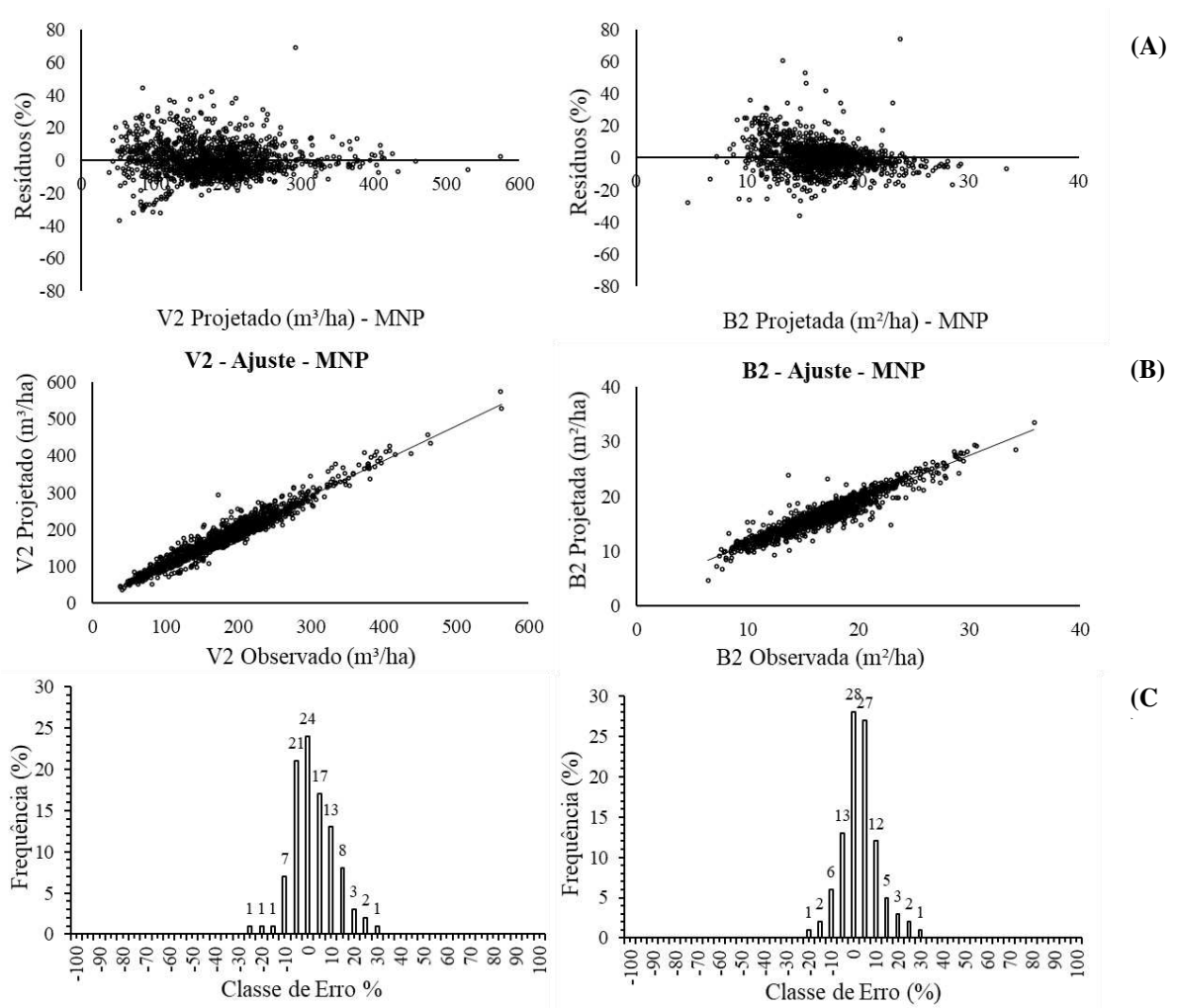


Figura 12 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa A (*Hd*).

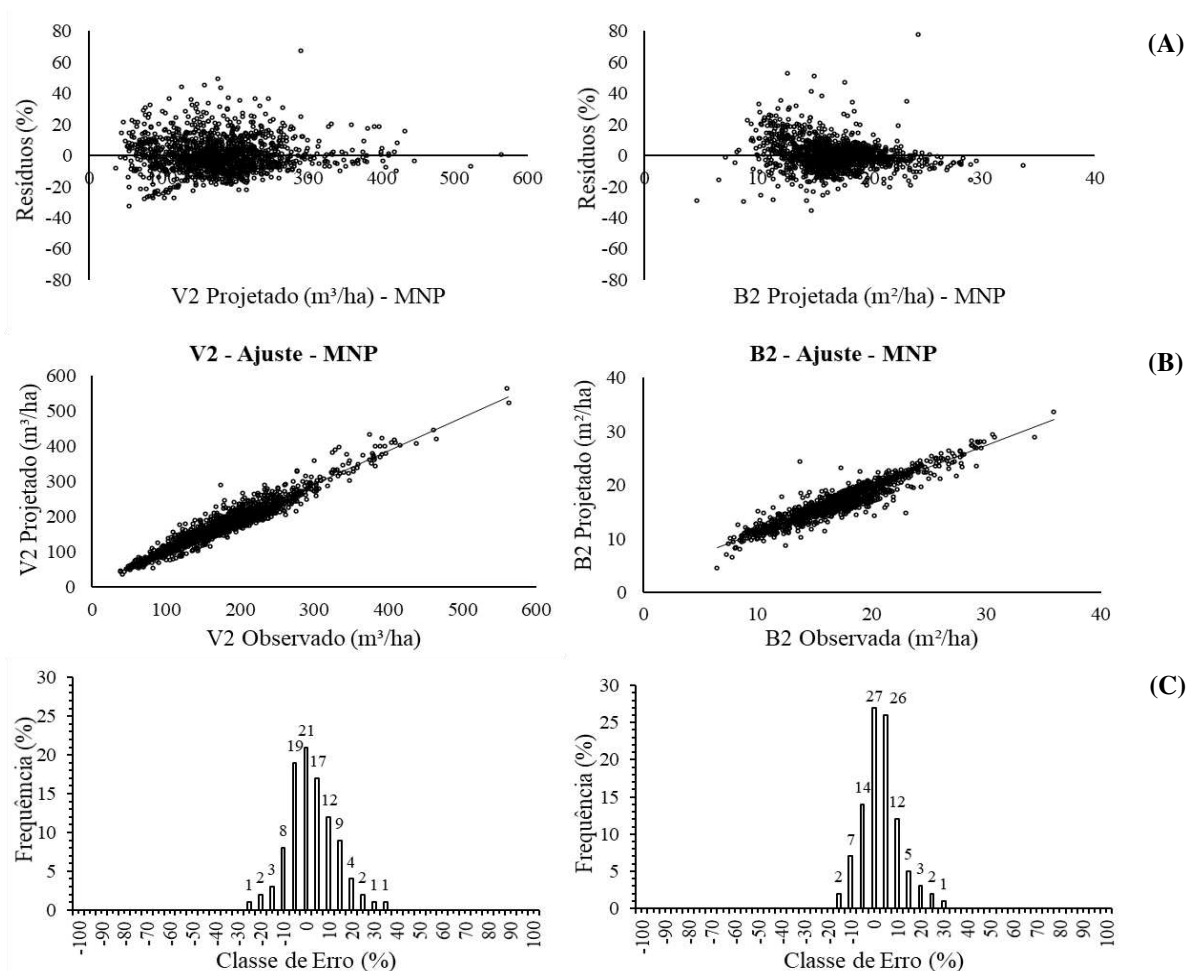


Figura 13 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa B (*Dapd*).

Os gráficos referentes a dispersão do erro relativo percentual (Figura 12 e 13 A) demonstram que para a área basal e o volume a maioria dos pontos se concentraram em volta da linha de tendência geral, não apresentando heterocedasticidade (superestimar e subestimar). Para alternativa A e B a maioria dos erros, se distribuíram entre -20 a 30%, para a projeção do volume, principalmente entre os valores de volume de 100 e 300 m³/ha, e para área basal entre 10 e 25 m²/ha, porém ao longo que a produção aumenta, alguns pontos começam a se distanciar da tendência geral.

A respeito do gráfico de correlação (Figura 12 e 13 B) entre as variáveis estimadas e observadas, como esperado a maioria dos pontos ficaram próximos a linha de tendência, indicando um resultado positivo, ao utilizar a altura dominante e o diâmetro dominante.

A distribuição dos erros relativos percentuais é mais visualizada quando agrupados em classes de erros através de histogramas. Assim, foram definidas classes

variando de -100% a 100%, observando uma maior concentração dos erros entre -10 a 10%, tanto na alternativa A quanto na B (Figura 12 e 13 C).

Diante disso, o modelo de Clutter ajustado utilizando os índices de local (S_j) definidos pelas alternativas A e B, foram eficientes em descrever o comportamento do crescimento do povoamento. Pois, ao utilizar no modelo de projeção de área basal e volume, ambas as variáveis, apresentaram a mesma eficiência na estimação. Estudos que determinam a eficiência do diâmetro dominante para classificar a capacidade produtiva em plantios, tem sido discutido por alguns autores como Leite et al., (2011), Villanueva et al., (2018) e González (2018), encontrando resultados satisfatório e parecidos com o da presente pesquisa.

Castro e seus colaboradores (2013), encontraram resultados bons ao ajustar o modelo de Clutter utilizando a altura dominante para classificar a capacidade produtiva. No qual, as equações para projetar área basal e volume se ajustaram bem aos dados observados em povoamento de eucalipto, com uma alta correlação entre as variáveis estimadas e observadas, com valores de coeficiente de correlação para área basal de 0,96 e volume 0,98.

Oliveira (2022), avaliou alternativas para ajustar o modelo de Clutter, substituindo o índice local (S), por índices de competição independentes da distância, tendo como referência o modelo de Clutter na sua forma usual, em plantações clonais de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake no estado de Minas Gerais. Ao ajustar o modelo de clutter na sua forma usual, observou um valor alto para o coeficiente de correlação tanto para área basal, como para o volume de 0,97, e um maior erro quadrático médio para o volume (15,7 %) e menor para a área basal (0,87), empregando o índice local (S), obtido pela altura dominante. Para as alternativas testadas, ao substituir o índice local por índices de competição, encontrou resultados favoráveis na projeção do volume e área basal, apresentando valores de coeficientes de correlação próximos a 0,97 e $RQEM$ (%) de 0,76 a 0,87 % para a área basal, e de 12,8 a 20,5 % para o volume, tornando uma alternativa viável para modelagem em nível de povoamento.

Estudos de Casas et al., (2016), Penido et al., (2020), Casas (2021) e Lima (2022) encontraram resultados semelhantes com o presente estudo, apresentando melhor exatidão e bons ajustes ao se utilizar o modelo de Clutter em povoamentos de eucaliptos.

O modelo de Clutter, é um modelo bem flexível de alteração das variáveis independentes, e cada vez mais vem sendo destacados em artigos, sempre com o objetivo de melhorar as estimativas e aumentar sua exatidão e ou acurácia.

4.2.2 Modelagem em nível de Árvore Individual (MAI)

As cinco equações referentes aos modelos ajustados para as variáveis diâmetro e altura apresentaram coeficientes estatisticamente significativos pelo teste t ($p < 0,05$).

Os melhores ajustes foram obtidos pelo modelo 1, conhecido como modelo de Pienaar e Schiver para a variável diâmetro, apresentando maiores valores para o de $r_{\hat{Y}, Y}$ e R_2 , menor valor de $RQEM$ (%), e valores baixos de $bias$ ficando entre -0,0064 e 0,106, em comparação aos outros modelos. Analisando os cinco modelos ajustados para o diâmetro não houve muita diferença entre si, em relação aos valores de cada estatísticas calculadas ($r_{\hat{Y}, Y}$, $RQEM$ (%), R_2 e $bias$), com valores próximos uns aos outros (Tabela 8).

No ajuste da variável altura, também não houve muita diferença em relação aos valores calculados das estatísticas ($r_{\hat{Y}, Y}$, $RQEM$ (%), R_2 e $bias$), apresentando valores próximos uns aos outros também. Os valores de $RQEM$ (%) variou entre 10,93 a 12,96 %, o coeficiente de correlação apresentou valor superior a 0,80, indicando resultados satisfatório ao utilizar a modelagem em nível de árvore individual para a variável altura (Tabela 8). Os valores de R_2 relativamente foram baixos, quando comparados com a modelagem do crescimento em diâmetro, o que já é esperado, por ser uma variável difícil de ser mensurada, e que ao ser medida em campo, acarreta alguns erros de medições. Nos inventários florestais as alturas não são todas mensuradas dentro da parcela, igual acontece com os diâmetros. Geralmente medem de 10 a 15% das alturas em cada parcela e as restantes são estimadas por uma equação hipsométrica as quais apresentam erros embutidos nessas equações.

Resumidamente, todas as equações ajustaram-se bem aos dados observados, em razão da alta correlação ($r_{\hat{Y}, Y}$) entre os valores observados e estimados.

Em relação ao $bias$, quando este valor for negativo demonstra que os modelos subestimam o valor da variável ajustada, e positivo superestimam esta variável. Em ambos os ajustes do diâmetro e altura, os modelos 1, 3,4 e 5 expressaram estimativas negativas de $bias$, no entanto não são valores muito discrepantes que possam alterar os resultados.

Tabela 8 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas para avaliar os cinco modelos de crescimento em diâmetro (Dap_2) e altura (Ht_2) em nível de árvore individual, utilizando o banco de dados para ajuste.

Diâmetro à altura do peito (Dap_2)								
Modelos	Coeficientes				$r_{\hat{Y}, Y}$	RQEM (%)	R_2	bias
	β_0	β_1	β_2	β_3				
1	-0,9812	0,2212	-	-	0,97	6,20	0,96	-0,059
2	213,2675	-4,0654	0,2168	-	0,96	6,33	0,92	0,106
3	22,48405	0,197869	0,0505	-	0,96	6,67	0,91	-0,006
4	-	-12,5779	0,0103	-	0,96	6,77	0,90	-0,025
5	0,719	-151,835	1,147	- 0,054	0,96	6,57	0,91	-0,023
Altura total (Ht_2)								
1	-0,9889	0,2255	-	-	0,83	12,7	0,76	-0,293
2	-2,3153	0,1374	- 0,1958	-	0,83	12,23	0,69	-0,056
3	27,4836	0,9167	0,0466	-	0,83	11,55	0,68	-0,052
4	-	-13,0055	0,0410	-	0,80	12,23	0,64	0,0062
5	7,8170	-208,304	1,3580	- 0,266	0,83	10,93	0,70	-0,008

Em que: $r_{\hat{Y}, Y}$ = coeficiente de correlação; RQEM (%) = erro quadrático médio; R_2 = coeficiente de determinação; bias = viés; β_0 , β_1 e β_2 = coeficientes das equações ajustadas em nível de árvore individual

para as variáveis Dap_2 e Ht_2 . Modelo 1 = $Y_2 = Y_1 e^{-\beta_0 \left(\frac{l_2}{l_1} - \frac{l_1}{l_2} \right)} + \varepsilon$; Modelo 2 = $Y_2 = A \left(\frac{Y_1}{A} \right)^{\beta_2} + \varepsilon$; Modelo 3 = $Y_2 = Y_1 + \left(\frac{\beta_0}{1 + \exp(\beta_1 - \beta_2 l_2)} - \frac{\beta_0}{1 + \exp(\beta_1 - \beta_2 l_1)} \right) + \varepsilon$; Modelo 4 = $\ln Y_2 = \ln Y_1 + \beta_1 \left(\frac{l_2}{l_1} - \frac{l_1}{l_2} \right) + \beta_2 BAI + \varepsilon$; Modelo 5 = $Y_2 = Y_1 + \left(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{l_2}{l_1} - \frac{l_1}{l_2} \right) + \beta_2 BAI + \beta_3 S \right) + \varepsilon$. Índice de competição $BAI = BAI = \frac{d_i^2}{q^2}$;

Os modelos 4 e 5 denotam um diferencial em sua equação, que é a adição das variáveis em nível de povoamento o BAI (índice de competição) e S_j (índice de local), resultando em valores satisfatório para modelagem do diâmetro e da altura. No entanto o modelo 4 apresentou maior RQEM (%) e menor R_2 , para o diâmetro e altura, o que pode estar relacionado a falta do coeficiente B_0 no modelo, resultado em um ajuste menor em relação aos outros modelos.

Nos estudos de Boquady (2017), Martins (2011), Oliveira (2007), González et al., (2006) e Mabvurira e Miina (2002), encontraram sinais positivos dos coeficientes que acompanham as variáveis independentes (índice local e índice de competição), no crescimento em diâmetro e altura. Estes modelos apresentam realismo biológicos, retratando uma boa estimativa em seus ajustes, corroborando com os resultados encontrados nesta pesquisa, exceto para o coeficiente b_3 do modelo 5, o qual expressou um sinal negativo,

porém significativo, no entanto com um valor negativo muito baixo, não interferindo nas estimativas do ajuste do modelo.

As equações de sobrevivência (N_2) e volume (V_2) apresentaram um bom ajuste, com valores de coeficiente de correlação entre 0,93 e 0,95, coeficiente de determinação (R_2) de 0,95 e 0,95, $RQEM$ (%) menor para N_2 (4,3%) e maior para o V_2 (14,6%) (Tabela 9).

Santos (2021), em sua dissertação, encontrou resultados aproximados utilizando a modelagem em nível de árvore individual, para as variáveis Dap_2 , Ht_2 e N_2 , ao empregar o modelo de Pienaar e Shiver (1981), em povoamento de Eucalipto na região de Minas Gerais. Os valores de coeficiente de correlação encontrados para Dap_2 de 0,93, Ht_2 de 0,85 e N_2 de 0,99.

Tabela 9 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos de árvore individual ajustados utilizando o banco de dados para ajustes para N_2 e V_2 .

Equação	Coeficientes			$r_{\hat{Y}, Y}$	$RQEM$ (%)	R_2	bias
	β_0	β_1	β_2				
N_2	-0,9887	0,0226	-	0,95	4,3	0,96	0,173
V_2	-8,8150	2,2278	0,3480	0,93	14,6	0,95	-0,285

Em que: N_2 = número de árvores por hectare na idade futura; V_2 = volume em m^3 na idade futura; $r_{\hat{Y}, Y}$ = coeficiente de correlação; $RQEM$ (%) = erro quadrático médio; R_2 = coeficiente de determinação; $bias$ = viés; β_0 , β_1 e β_2 = coeficientes das equações ajustadas em nível de árvore individual para as variáveis N_2 e V_2 ; $N_2 = N_1 e^{-\beta_0(t_2^{-\beta_1} - t_1^{-\beta_1})} + \varepsilon$; volume (V_2) individual ajustado pelo modelo de Schumacher e Hall = $V_2 = e^{-\beta_0} Dap_2^{\beta_1} Ht_2^{\beta_2} + \varepsilon$

Em relação aos gráficos de erros relativos percentuais (Figura 14 A), observou uma pequena tendência de subestimar os menores valores de diâmetros, nas classes de 5 a 15 cm para os cincos. Os modelos 1,2,4 e 5 exibiram uma tendência bem distribuída dos erros relativos, com maior concentração residual em $\pm 30\%$ em torno da linha.

O modelo 3 demonstrou além da subestimação (Figura 14 A), uma superestimação dos diâmetros menores, apresentando uma tendência bem marcante na distribuição dos resíduos, não conseguindo se ajustar aos dados de crescimento de diâmetro, corroborando com resultados encontrados por Vospernick et al., (2010) e Martins (2011), os autores ainda salientam que estas tendências estão sujeitas a ocorrerem em povoamentos de baixa densidade (superestimando a variável) e alta densidade (subestimando a variável).

Para a variável Ht_2 (Figura 15 A), os modelos avaliados não conseguiram estimar com precisão as menores e maiores alturas. Em geral os cincos modelos avaliados para o crescimento em altura apresentaram comportamentos de superestimar as alturas maiores

que 20 m. Mette et al., (2009), Härkönen et al. (2010) e Martins (2011) depararam com uma dificuldade em estimar um modelo de árvore individual para árvores de menores e maiores tamanhos.

Analisando os gráficos referente os valores estimados e observados (Figura 14 e 15 B) os cinco modelos ajustados, indicaram alta correlação entre os valores projetados e observados evidenciando a eficácia nas estimativas das variáveis, concentrando seus pontos próximo do eixo de 45° apontando um bom desempenho nas projeções em nível de árvore individual.

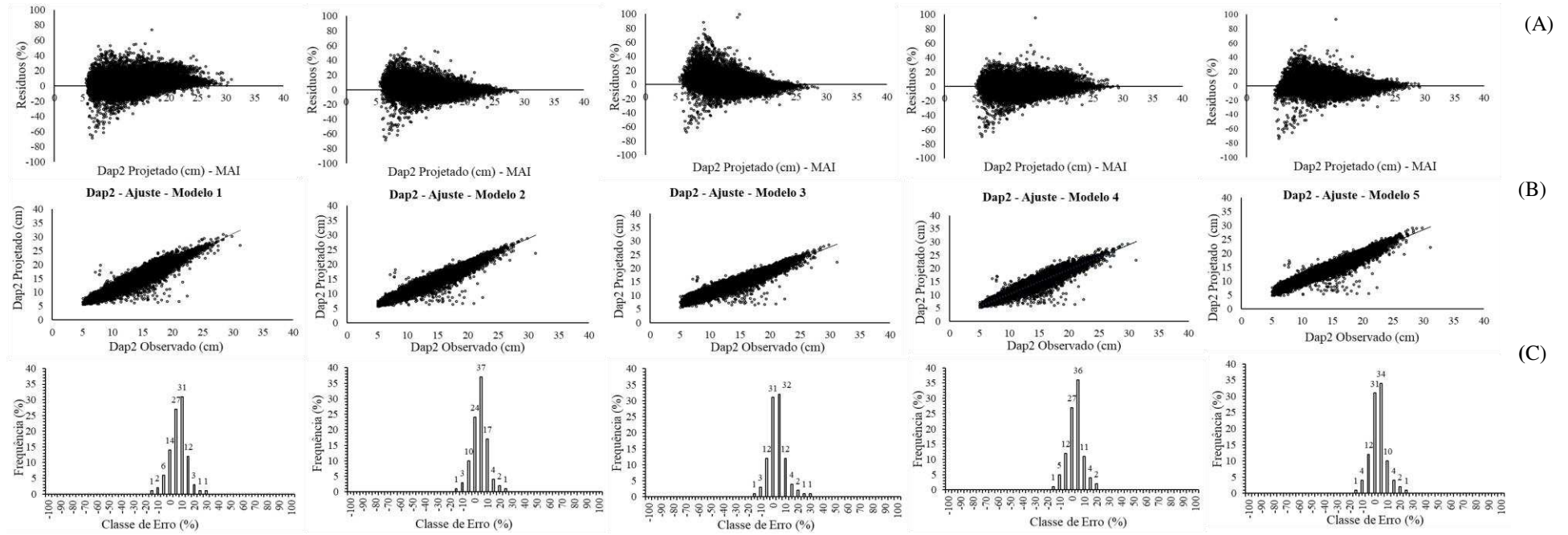


Figura 14 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C), utilizando a modelagem em nível de árvore individual para cinco modelos ajustados para variável diâmetro (Dap_2).

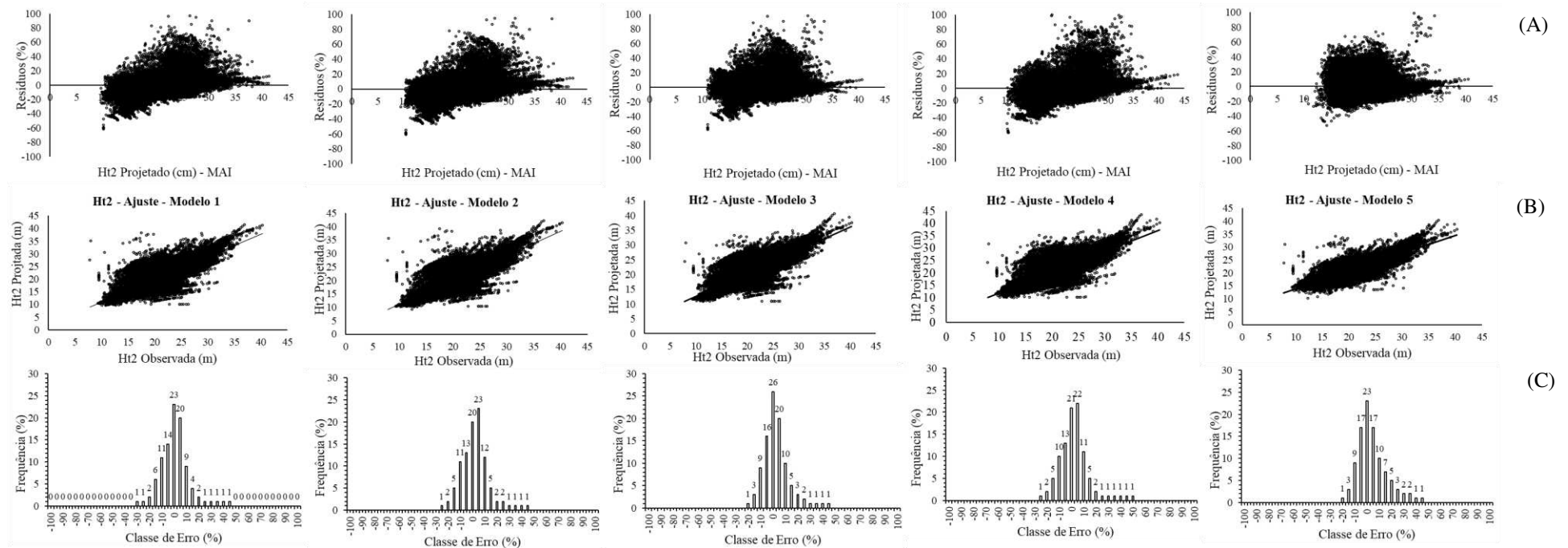


Figura 15 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual para os cinco modelos ajustados para variável altura (Ht_2).

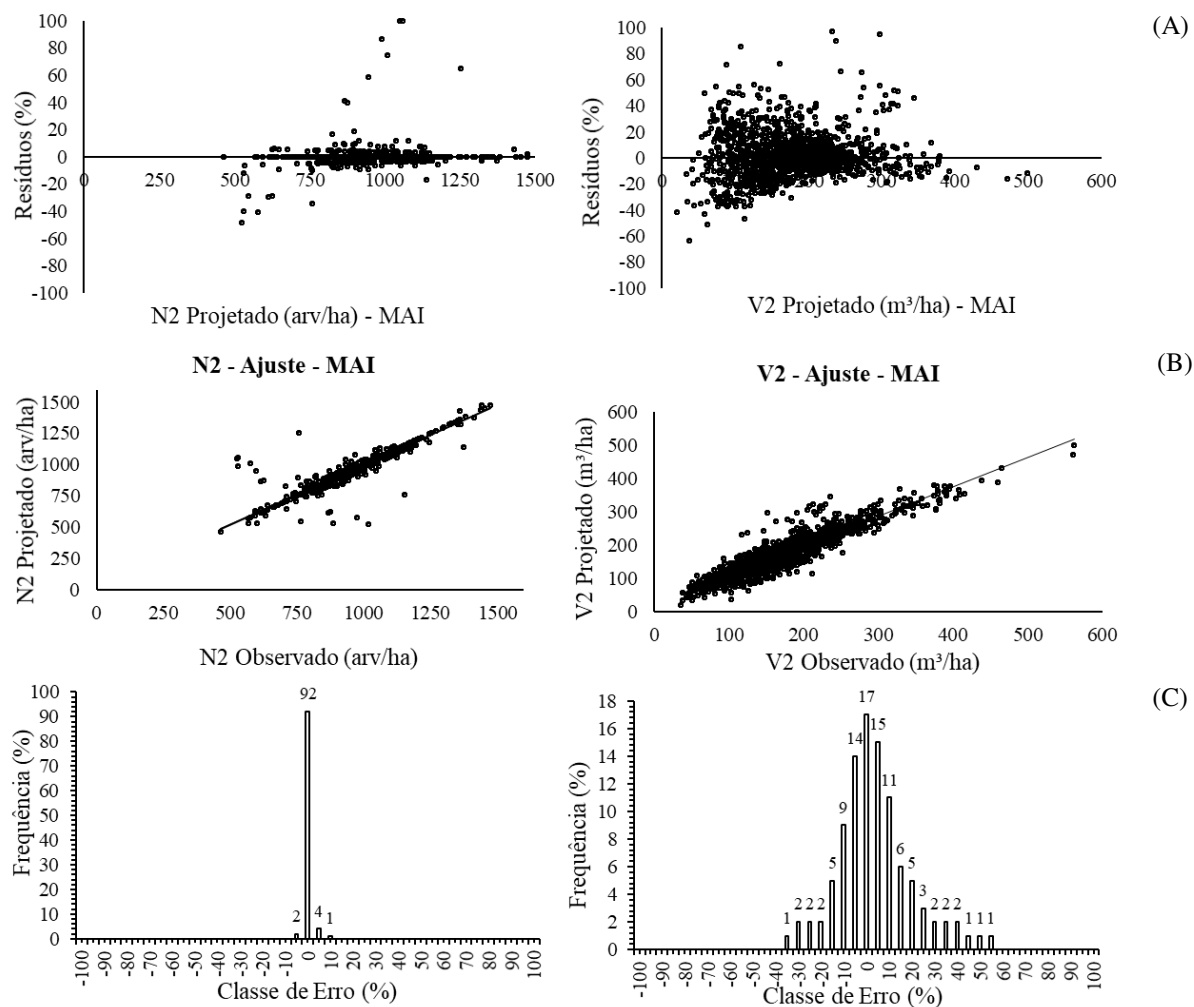


Figura 16 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual para o número de árvores (N_2/ha) e o volume (V_2/ha).

O número de árvores projetadas (N_2) demonstrou um ajuste ideal, concentrando seus erros próximos de 0 (Figura 16 A), no entanto com uma pequena presença de subestimativas e superestimativas. Além disso, ocorreu uma maior concentração entre os valores estimados pelo observados (exatidão) (Figura 16 B), visto que estes valores se distribuíram bem próximos a linha, estimando com precisão o número de árvore por hectare em nível de árvore individual.

O volume projetado (V_2) para MAI também exibiu ótimas estimativas, com uma boa distribuição dos erros relativos (Figura 16 A), ao logo do eixo x, verificando uma leve tendência de superestimar e subestimar os menores volumes, porém, não interferindo no resultado como todo da projeção do volume em nível de árvore. Os volumes estimados

estão próximos dos observados. O modelo de nível de árvore individual apresenta sempre resultados precisos, por manipular um banco de dados bem detalhados.

Os histogramas de frequência das classes de erros (Figura 14, 15 e 16 C) identificaram uma maior distribuição dos erros entre as classes -10% a 10% para as variáveis Dap_2 , Ht_2 e V_2 , no entanto, exceto para o N_2 , concentrando suas classes de erros em 0%. Mesmo havendo algumas tendências nas estimativas, os modelos em nível de árvore foram consistente e se ajustaram bem ao banco de dados da presente pesquisa para o povoamento de eucaliptos.

Analisando todos os resultados referentes as estatísticas e análises gráficas dos cinco modelos avaliados em nível de árvore individual, elegeu o modelo 1, de Pienaar e Schiver (1981) para representar o ajuste do crescimento em diâmetro e altura para a presente pesquisa. Este modelo é destacado em estudos conduzidos por Martins (2011) e Penido et al., (2020) em povoamentos de eucaliptos, nos quais encontraram resultados satisfatório para modelagem do crescimento em diâmetro e altura e para sobrevivência.

Em geral as variáveis projetadas em nível de árvore individual (Dap_2 , Ht_2 , N_2 e V_2), apresentou a maioria dos resíduos próximos a linha do eixo x, no entanto manifestando uma predisposição de subestimar ou superestimar alguns valores da variável de interesses. Esta tendência de subestimar e superestimar pode estar associada a valores discrepantes, como os outliers.

4.2.3 Modelagem em nível de distribuição de diâmetros (*MDD*)

Na Tabela 10, estão os parâmetros da função Weibull e suas estimativas de ajuste e precisão, compondo o modelo de distribuição de diâmetros. Ao avaliar as equações para *MDD*, de forma geral, os modelos ajustados para esta categoria apresentaram resultados satisfatórios, com valores de coeficiente significativos.

Tabela 10 - Estimativas dos coeficientes e estatísticas dos modelos de distribuição de diâmetros ajustados, utilizando o banco de dados para ajustes.

Equação	Coeficientes			$r_{\hat{Y}, Y}$	<i>RQEM</i> (%)	R_2	<i>bias</i>
	ϕ_0	ϕ_1	ϕ_2				
$Dmax_2$	-0,9970	0,2106		0,95	5,61	0,91	0,098
β_{eta_2}	1,0734	-	-	0,92	6,21	0,85	-0,030
$Ln \gamma_2$	-1,01292	-0,1452	-	0,95	13,51	0,89	0,212
N_2	-0,9887	0,0226	-	0,98	3,88	0,95	19,21
V_2	-8,8150	2,2278	0,3480	0,90	20,56	0,80	18,34

ε Em que: $r_{\gamma, \gamma}$ = coeficiente de correlação; $RQEM$ (%) = erro quadrático médio; R_2 = coeficiente de determinação; $bias$ = viés; Φ_0, Φ_1 e Φ_2 = coeficientes das equações ajustadas em nível de distribuição de diâmetros; $Dmax_2 = Dmax_1 e^{-\theta_0 * (I_2^{\theta_1} - I_1^{\theta_1})} + \varepsilon$; $\beta eta_2 = \beta eta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \theta_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) Dmax_2 + \varepsilon$; $Ln \gamma_2 = Ln \gamma_1 e^{-\theta_0 (I_2^{\theta_1} - I_1^{\theta_1})} + \varepsilon$; $N_2 = N_1 e^{-\beta_0 (I_2^{-\beta_1} - I_1^{-\beta_1})} + \varepsilon$

Os modelos denotaram baixos valores de $RQEM$ (%) (< 14%), R_2 elevados entre 0,85 e 0,95 e coeficientes de correlação relativamente > 0,92, estes resultados comprovam a influência em que as variáveis independentes exercem sobre as dependentes.

A equação de N_2 , apresentou o maior valor de R_2 e o menor valor de $RQEM$ (%). As estatísticas de ajuste e precisão de $Ln \gamma_2$ (Parâmetro Forma) tiveram o $RQEM$ (%) maior que a 10%, com o maior valor do erro, quando comparado ao obtido para o $Beta_2$ (Parâmetro Escala). Essas diferenças entre as estatísticas dos parâmetros Weibull, já são esperados, pois o parâmetro forma, apresenta baixa correlação com as características do povoamento, porém não prejudicou a qualidade do ajustamento do MDD (BINOTI, et al., 2017), um valor alto e bom de R_2 foi encontrado para o parâmetro forma (0,89), porém não corroborando com outros trabalhos, como de Azevedo et al., (2016), de 0,46 e Valeriano (2017 e 2020) de 0,73.

Sabendo que a função Weibull, estima e projeta o número de árvores por hectare em cada classe de diâmetro, na figura 17 observa-se o comportamento das distribuições observadas (barras) em relação as projetadas (linhas) em função dos indivíduos por classe de diâmetro, demonstrando a tendência característica da distribuição de diâmetros em povoamentos equiâneos, havendo uma evolução das classes diamétricas ao longo do tempo. Nota-se que a maioria das distribuições de frequências projetadas em cada centro de classe nas diferentes idades são levemente assimétricas, onde se percebe que as frequências projetadas permaneceram próximas das observadas.

As maiores frequências em povoamentos com idades de 2, 3 e 4 de indivíduos se concentraram nas menores classes de Dap , e a medida que a idade aumentava eles migraram para classes intermediárias 21 cm de diâmetro (Figura 17). Este comportamento corrobora com os resultados encontrados por Valeriano (2017, 2020), Castro et al., (2016) e Araujo Junior et al., (2013). No qual as árvores à medida que a idade aumenta e suas dimensões crescem, a distribuição se desloca para a direita, e a função Weibull consegue captar esse deslocamento da distribuição, diminuindo o número de arvores das menores classes de diâmetro, e das maiores classes aumentando.

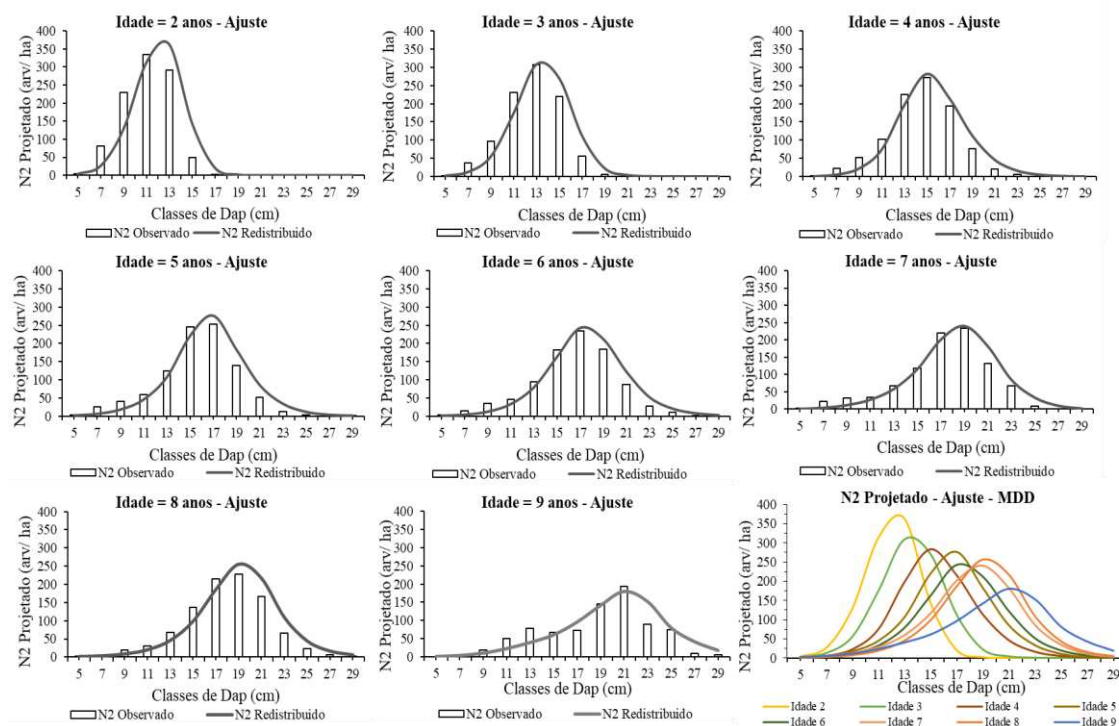


Figura 17 - Distribuições diamétricas observadas (barras) e projetadas (linhas) nas idades 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 anos com o banco de dados para ajustes.

Foram confeccionados os gráficos relacionados a distribuição residual para os *MDD*, assim como a correlação entre os valores estimados em função dos observados e histogramas dos erros percentuais (Figura 18 A, B e C), observou uma dispersão de resíduos mais homogênea para todos os modelos, em que os resultados se concentraram próximo a linha da tendência.

Na modelagem da distribuição do diâmetro referente ao número de árvores projetado em cada classe diamétrica, foi observada uma tendência à superestimação entre os valores de 500 a 1250 árvores por hectare para a variável N_2/ha .

Para o volume projetado (V_2/ha), apresentou uma superestimação dos menores volumes, no entanto, a maioria dos dados estimado se concentraram na linha da tendência do observado, não prejudicando a modelagem. Os histogramas das classes de erros (%), constataram que a grande maioria dos erros foram entre 0 a 5%, para todas as equações ajustadas.

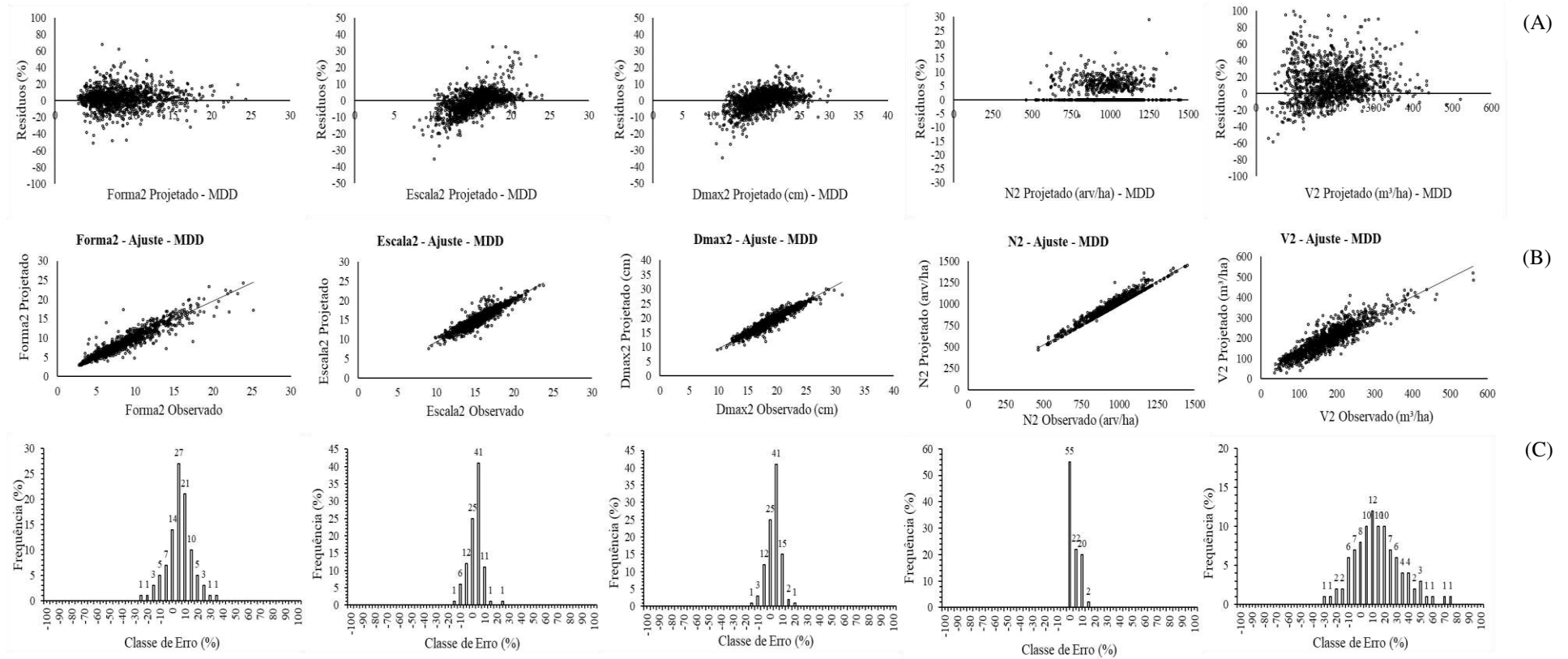


Figura 18 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo de distribuição de diâmetros para as variáveis *Forma2*, *Escala2*, *Dmax2*, *N2* e *V2* Projetado.

4.3 Validação

Para validar a modelagem em nível de povoamento, árvore individual e distribuição de diâmetros, foram calculadas as estatísticas ($r_{\hat{Y}, Y}$, $RQEM \%$, R_2 e $bias$), para avaliar a exatidão e precisão das estimativas, bem como realizada a análise gráfica para cada categoria, com um banco de dados pareados, organizando o pareamento sempre nas idades i e $i+1$, como por exemplo, as medições foram realizadas nas idades de 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96 e 108 meses até a última idade de medição, então para ajustar as três categorias, os dados foram pareados em 24-36, 36-48, 48-60, 60-72, 72-84, 84-96, 96-108, melhor dizendo, oito registros pertencente a uma parcela permanente, são transformados em sete registros. Uma melhor explicação e relato sobre a importância dos pareamentos é destacada por Casas (2021).

No caso, da capacidade produtiva apenas validou o modelo exponencial modificado no qual foi escolhido no ajuste dos dados. O mesmo, aplicou-se para validar o modelo de Pienaar e Schiver (1981) na modelagem do crescimento em diâmetro e altura (Tabela 11).

Tabela 11 - Estatísticas dos ajustes e precisão utilizando o banco de dados para validação dos modelos em nível povoamento (*MNP*), árvore individual (*MAI*) e distribuição de diâmetros (*MDD*).

Categorias	Variáveis	Estatísticas			
		$r_{\hat{Y}, Y}$	$RQEM$ (%)	R_2	$bias$
Capacidade Produtiva	<i>Hd</i> – Modelo Exponencial Modificado	0,86	13,61	0,73	0,46
	<i>Dap_d</i> - Modelo Exponencial Modificado	0,84	10,61	0,71	-0,06
<i>MNP</i>	V_2	0,94	16,28	0,88	-14,05
Clutter (A)	B_2	0,95	8,42	0,90	-0,18
<i>MNP</i>	V_2	0,94	16,74	0,87	-14,05
Clutter (B)	B_2	0,95	8,36	0,90	-0,27
<i>MAI</i>	<i>Dap₂</i> – Modelo Pienaar e Schiver	0,94	8,91	0,88	0,504
	<i>Ht₂</i> Modelo Pienaar e Schiver	0,81	10,98	0,80	-0,943
	N_2	0,97	2,96	0,95	-2,429
	V_2	0,94	14,87	0,89	-12,43
	$Dmax_2$	0,94	6,19	0,88	-0,005
<i>MDD</i>	β_{2a}	0,93	5,93	0,88	-0,164
	$Ln \gamma_2$	0,89	17,4	0,79	0,165
	N_2	0,98	3,03	0,96	11,97
	V_2	0,92	16,2	0,85	7,89

Em que: *MNP Clutter (A)* = indica que o índice de sítio utilizado no ajuste de Clutter, foi ajustado, empregando a Altura dominante (*Hd*); *MNP Clutter (B)* = indica que o índice de sítio utilizado no ajuste de Clutter, foi ajustado, empregando o Diâmetro dominante (*Dap_d*); *V₂* = Volume projetado em m³ por hectare; *B₂* = área basal projetada em m² por hectare; *Dmax₂* = diâmetro máximo projetado pelo MDD em centímetros; *beta₂* = parâmetro escala projetado da função Weibull; *Ln γ₂* = parâmetro forma projetado da função Weibull; *N₂* = número de árvores projetado / sobrevivência por hectare; *Dap₂* = diâmetro à altura do peito projeto pelo MAI em centímetro; *Ht₂* = altura total projetada pelo MAI em metros; *r_{γ, γ}* = coeficiente de correlação; *RQEM (%)* = erro quadrático médio; *R₂* = coeficiente de determinação; *bias* = viés; *Ø₀*, *Ø₁* e *Ø₂* = coeficientes das equações ajustadas em nível de distribuição de diâmetros.

A validação apresentou resultados satisfatórios para as 3 categorias de modelos de crescimento e produção florestal, demonstrando uma correlação positiva e alta entre os dados observados e os projetados/estimados ($r_{\gamma, \gamma} > 0,81$) e coeficiente de determinação maior que 0,71, além do valor de *RQEM (%)* abaixo de 17,4% (Tabela 11).

A capacidade produtiva empregando o modelo exponencial modificado, denotaram resultados próximos aos obtidos pelo ajuste do modelo, tanto para a variável altura dominante (*Hd*) quanto para o diâmetro dominante (*Dap_d*), sendo comprovado por meio da Figura 19, no qual os dados estimados seguiram a mesma tendência dos observados, e os pontos observados se concentraram dentro das curvas de índice local. O ajuste e a validação da capacidade produtiva, é realizado na maioria das vezes pela variável altura dominante, através do método da curva guia, sendo o mais utilizados nos estudos referentes a esta temática, no entanto, na falta de dados de altura dominante (*Hd*), foi verificado nesta pesquisa, que o emprego da variável diâmetro dominante (*Dap_d*), no lugar da *Hd*, apresenta resultados parecidos e satisfatórios.

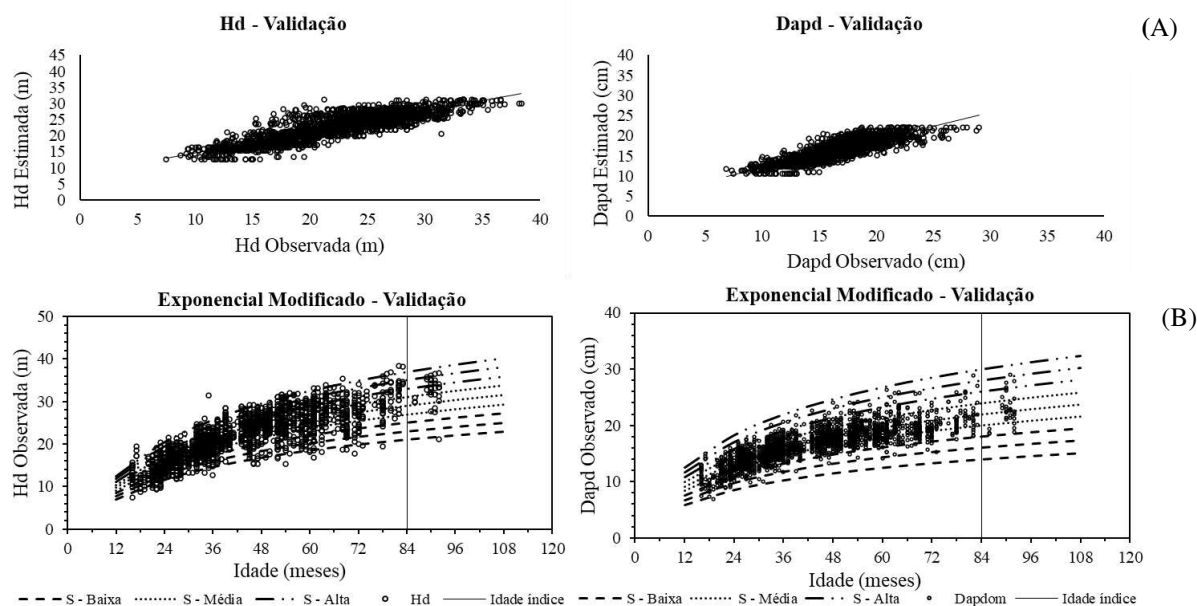


Figura 19 - Relação entre os valores estimados e observados para a altura dominante e o diâmetro dominante (A), e curvas de índice local, construídas pelo método da curva-guia (B) utilizando o modelo exponencial modificado para duas alternativas.

A modelagem em nível povoamento (*MNP*) empregando o modelo de Clutter ao projetar o volume (m^3/ha) pela Alternativa A (*Hd*) e B (*Dapd*), apresentou um menor valor de coeficiente de correlação, coeficiente de determinação e bias, e maior *RQEM* (%), no entanto para a projeção da área basal a validação exibiu resultados bem parecidos com o do ajuste (Tabela 11).

Nos modelos em nível de árvore individual (*MAI*), a variável diâmetro e altura, representada pelo modelo Pienaar e Schiver (1981), expressou menor valor de $r_{\hat{Y}, Y}$ (0,94; 0,81), *RQEM* (%) (8,91; 10,98), R_2 (0,88; 0,80) e *bias* (0,504; -0,943) para validação. As variáveis volume (V_2/ha) e número de árvores por hectare (N_2/ha), quando validadas apresentou maior valor de $r_{\hat{Y}, Y}$ e *RQEM* (%) muito próximo ao ajustado.

Na modelagem da distribuição de diâmetros (*MDD*), o diâmetro máximo (D_{max2}), apresentou valores inferiores de $r_{\hat{Y}, Y}$, *RQEM* (%), R_2 e *bias*, para os parâmetros da função Weibull representados pela escala (β_{eta2}) e forma ($Ln \gamma_2$), bem como a variável volume por hectare (V_2/ha) os resultados foram superiores ao do ajuste. O número de árvores (N_2/ha) mostrou valores próximos ao compará-los com o ajuste.

Os gráficos referentes a validação dos modelos em nível de povoamento (*MNP*), árvore individual (*MAI*) e distribuição de diâmetros encontra-se nas figuras 20 a 23.

O modelo de Clutter para ambas as alternativas (A e B), apresentaram erros relativos percentuais de $\pm 20\%$, com a presença de alguns valores discrepantes assim como

para a área basal e o volume, concentrando a maioria seus pontos na linha do eixo x. A frequência de erros por classe foi de $\pm 10\%$ para o volume, e a área basal de 0 a 10%, os valores estimados ficaram próximos dos observados, indicando que a validação foi eficiente (Figura 20) e que ela apresentou gráficos similares com os do ajuste.

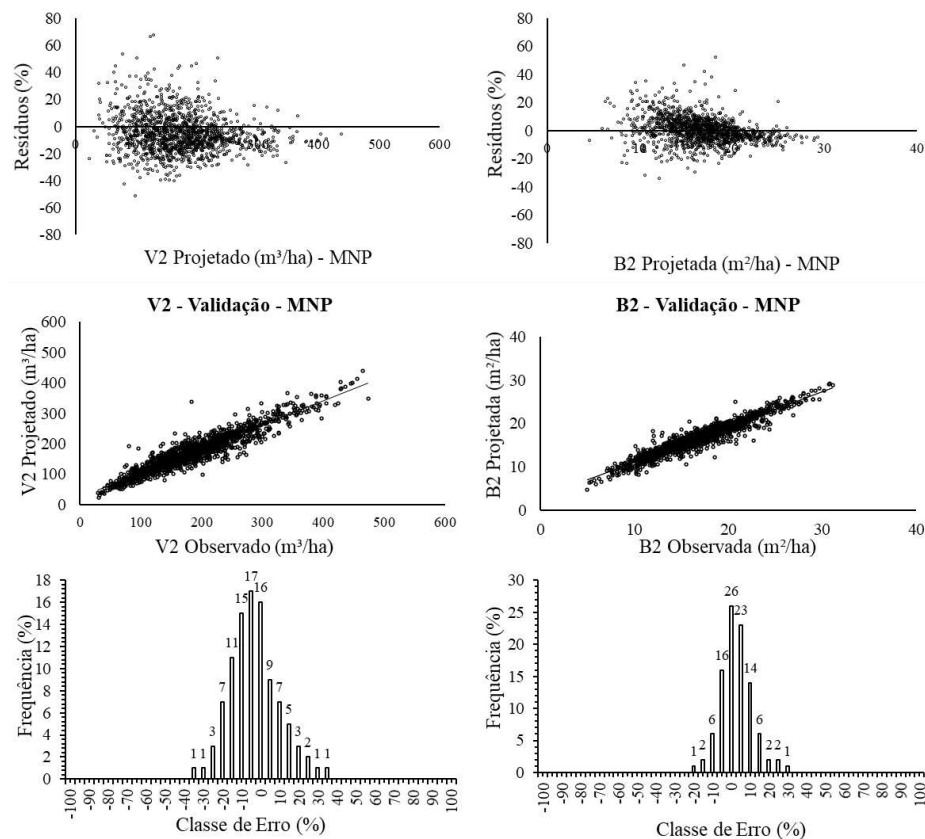
O diâmetro (Dap_2) e a altura (Ht_2), denotaram erros relativos percentuais de $\pm 30\%$, também com a presença de alguns outliers, superestimando os valores de diâmetros nas classes de 15 a 20 cm, e subestimando nas classes de 5 a 10 cm. A superestimação aconteceu para alturas maiores 25 metros (Figura 21 A), apresentando gráficos de erros relativos parecidos com o ajustado. Os dados estimados para validação estão próximos do observado e as classes de erros 0 a 10% para o Dap_2 e -10 a 10 % para Ht_2 (Figura 21 B e C).

Quanto ao número de árvores projetadas (N_2/ha) (Figura 21 e 22), ao aplicar os modelos em nível de árvore e distribuição de diâmetros, ambos exibiram comportamentos distintos. No modelo de árvore individual (*MAI*), observou-se uma superestimação nos maiores valores de N_2 e uma subestimação nos menores valores. Por outro lado, no modelo de distribuição de diâmetros (*MDD*), houve uma superestimação desses valores na faixa entre 500 e 1250 árvores por hectare. As variáveis relacionadas à classe diamétrica produzem resultados numericamente distintos entre os modelos *MNP* e *MAI*, conforme explicado pelos autores Maestri et al., (2003), devido ao detalhamento ao longo da distribuição de diâmetros das árvores, a soma das projeções de todas as classes de diâmetro, estimará a sobrevivência do povoamento por hectare. No entanto, é improvável que esse valor coincida numericamente com a estimativa fornecida pelos modelos em nível de povoamento e árvore individual.

O volume individual (V_2/ha) em *MAI*, apresentou a maior concentração dos erros relativos de $\pm 30\%$ em função do eixo x, com valores estimados próximos a linha de tendência dos observados (Figura 21 A, B e C).

A modelagem da distribuição de diâmetros (*MDD*), apresentou comportamentos gráficos semelhantes com o do ajuste (Figura 22 A, B e C) para os parâmetros escala, forma e para as variáveis N_2/ha e V_2/ha . Subestimando o parâmetro escala e superestimando as variáveis N_2/ha e V_2/ha .

Alternativa A



Alternativa B

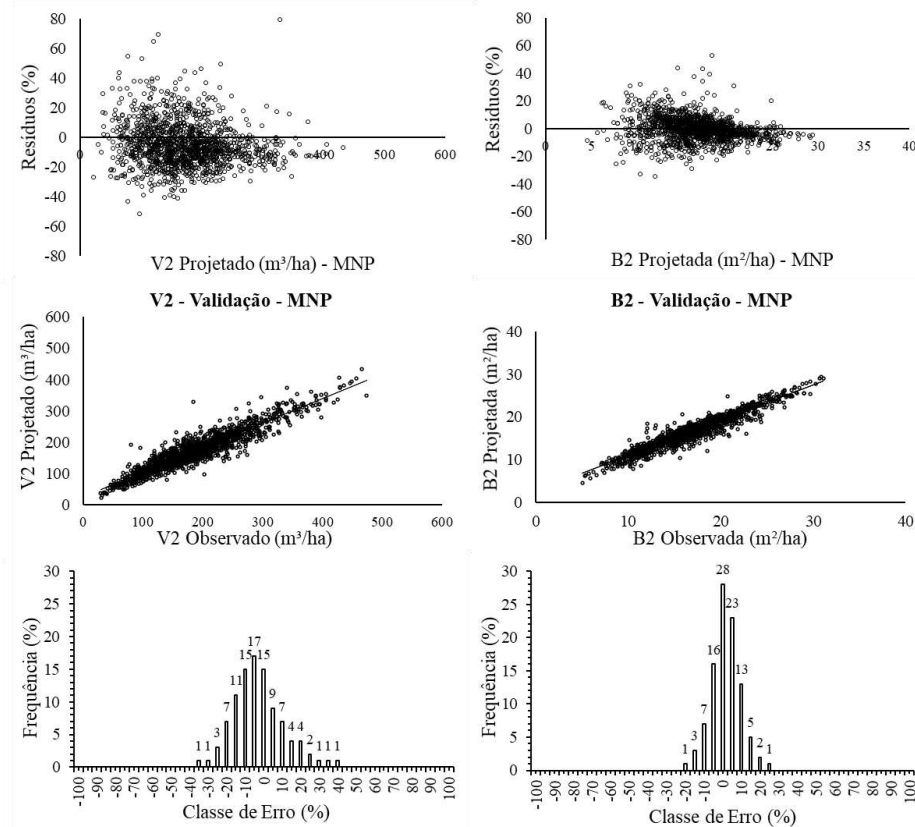


Figura 20 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo Clutter para alternativa A (*Hd*) e B (*Dapd*) com o banco de dados para validação.

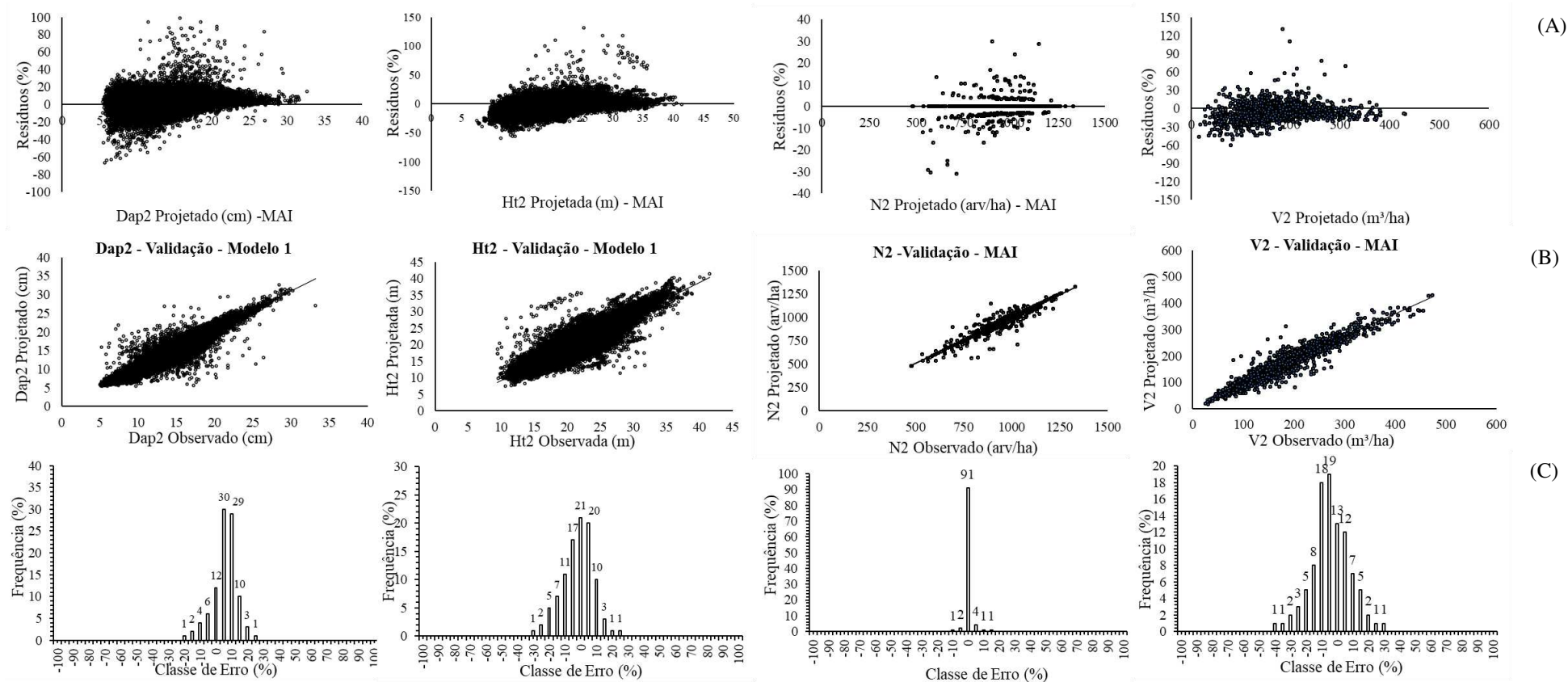


Figura 21 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando a modelagem em nível de árvore individual, para as variáveis *Dap2*, *Ht2*, *N2* e *V2* com o banco de dados para validação.

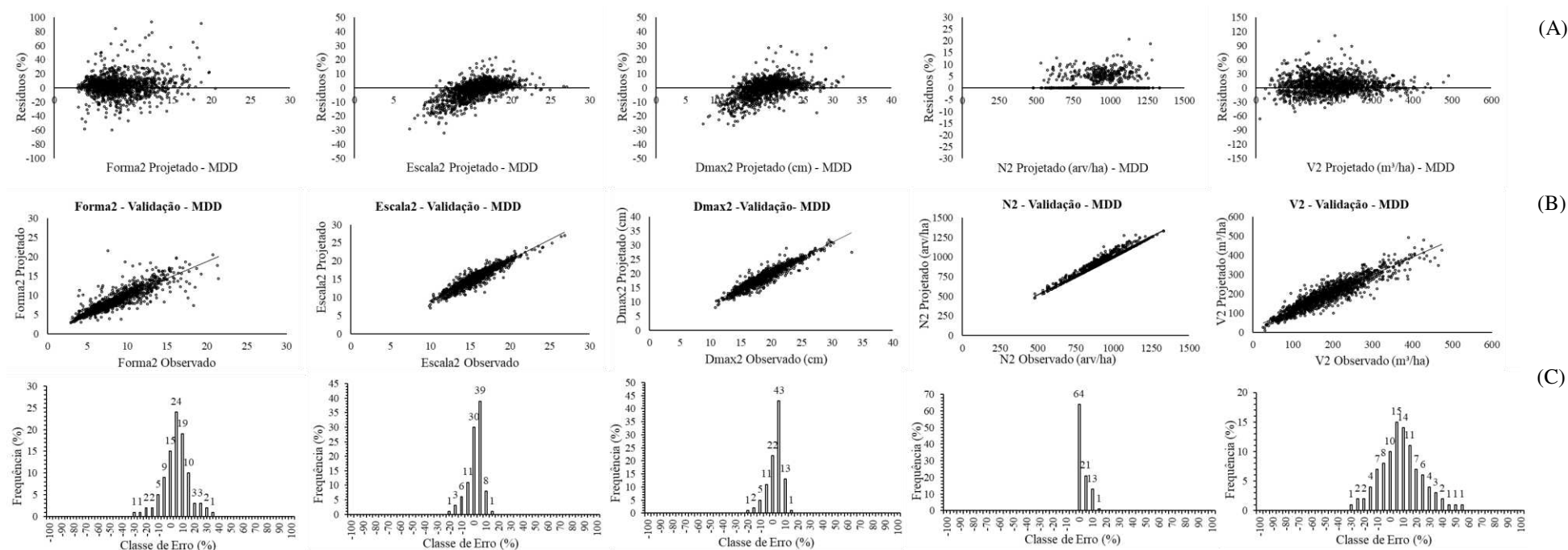


Figura 22 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A); entre valores estimados e observados (B) e Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) utilizando o modelo de distribuição de diâmetros para as variáveis *Forma₂*, *Escala₂*, *Dmax₂*, *N₂ Projetado* e *V₂ Projetado* com o banco de dados para validação.

A Figura 23 contém os volumes projetados (m^3/ha) referentes aos três tipos de modelos de crescimento e produção florestal. Ao comparar o ajuste versus validação, o modelo em nível de povoamento (*MNP*) apresentou maior exatidão em seus resultados, seguido pelo modelo de árvore individual (*MAI*) e, por último, o modelo de distribuição de diâmetros.

Vale ressaltar que toda validação dos ajustes há perda de exatidão, devido a manipulação de um banco de dados que não foi ajustado e sim estimado apenas. Resumidamente, ao ajustar um *MNP*, ganha-se em exatidão e acuraria, no entanto, perde em precisão, pois os dados são reduzidos em nível de parcela, ao contrário do *MAI*, em que ganha se precisão e perde-se em exatidão, a maior precisão é justificada pela manipulação e quantidade de dados trabalhados para esta modelagem, no qual apresenta dados mais detalhadas do povoamento, o que justifica o menor valor de erro médio na projeção de *MAI* (Figura 23).

O modelo de nível de povoamento, exemplificado por Clutter, desfruta de ampla utilização no campo florestal, com muitos estudos realizados e sendo a preferência dos pesquisadores, sendo uma referência, em estudos voltados a medições florestais e modelagem do crescimento e produção, para fiz de prognose da floresta nas empresas florestais principalmente (MAESTRI et al., 2002; MIRANDA et al., 2014; NASCIMENTO et al., 2015; CASTRO et al., 2015; ROVEDA et al., 2016; VALERIANO et al., 2020 e OLIVEIRA, 2022).

No entanto, a diferença entre utilizar um *MNP* ou *MAI* é de -0,7 no banco de validação e 0,57 para o ajuste, evidenciando que, dependendo do objetivo do trabalho, em termos de exatidão, é recomendada a utilização de *MNP*, como comprovado nos estudos de Valeriano (2017 e 2020), e para precisão, o *MAI*, por fornecer resultados mais detalhados, embora reduza a exatidão. Já era esperado que a *MDD* apresentasse padrões de ajuste e validação inferiores ao de um *MNP* ou *MAI*, por ser uma modelagem mais trabalhosa e de difícil manipulação do banco de dados até alcançar o resultado desejado, resultando em superestimação dos dados observados, corroborando os resultados de Valeriano (2017 e 2020) e Azevedo et al. (2016).

O autor Boquady (2017), comparou a modelagem em nível de povoamento (*MNP*) e nível de árvore (*MAI*), com o objetivo de verificar qual é a mais eficiente. Ele ajustou o modelo de Clutter na forma simultaneamente e completa, juntamente com um modelo de árvore individual independente da distância e um índice de competição. O autor justificou o uso desse índice de competição em sua pesquisa, já que combina uma variável

dendrométrica do indivíduo (*dap*) com uma do povoamento (diâmetro médio quadrático – *dg* ou *q*). O *MAI* também foi modelado para projeções do *dap* e *ht*. Concluiu que não há diferenças significativas entre *MNP* e *MAI*, e recomendou o ajuste completo do modelo de Clutter para simplificar os processos e não comprometer os resultados. Ambas as modelagens utilizadas foram compatíveis e precisas; assim, o *MAI* apresentou valores mais próximos do inventário pré-corte. O autor enfatizou que a escolha entre *MNP* ou *MAI* dependerá do nível de detalhamento desejado do povoamento e dos recursos disponíveis.

Os autores Penido et al., (2020) ao analisar a três categorias de modelagem concluíram que os *MNP* e *MDD* geraram estimativas similares entre os volumes projetado, e o *MAI* foi a categoria que mais precisa e consiste.

Observa-se uma leve superestimação do volume nas maiores idades com a aplicação do *MNP*, em ambos os bancos de dados (ajuste e validação), o que está em consonância com os resultados averiguados por Azevedo et al. (2016), Gonçalves et al. (2016), Farias et al. (2021) e Oliveira (2022). Os autores explicam que essa superestimação é uma característica inerente ao próprio modelo.

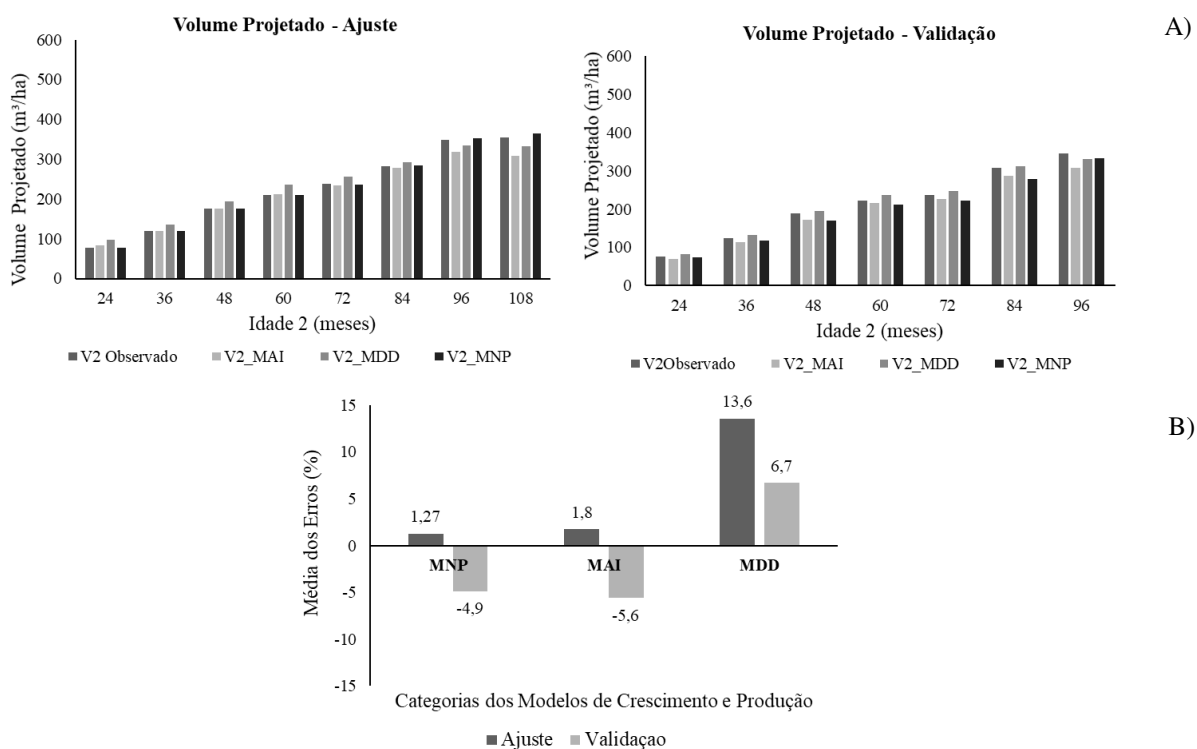


Figura 23 - A) Comparação dos volumes projetados nos modelos em nível de povoamento (*MNP*), árvore individual (*MAI*) e distribuição de diâmetros (*MDD*) utilizando dois bancos de dados diferentes (ajuste e validação); B) Valor médio do erro em percentagem, nos modelos em nível de povoamento (*MNP*), árvore individual (*MAI*)

e distribuição de diâmetros (*MDD*) utilizando dois bancos de dados diferentes (ajuste e validação).

Segundo o autor Oliveira (2022), a seleção e aplicação adequadas de um modelo de prognóstico volumétrico são essenciais para obter estimativas não enviesadas do estoque futuro de crescimento. Informações médias sobre a competitividade de fustes dentro das parcelas viabilizam a modelagem no nível do povoamento.

Entretanto, pode-se concluir que, para a utilização de diferentes modelos de crescimento e produção (*MNP*, *MAI* e *MNP*), a maneira como os dados são organizados em diferentes intervalos de medição influencia a prognose, evidenciando a dificuldade de aumentar a precisão das projeções feitas a partir de idades muito precoces. Isso demonstra a tendência de superestimar ou subestimar os volumes menores nas diferentes categorias de modelagem.

Os resultados obtidos na modelagem em nível de povoamento, árvore individual e distribuição do diâmetro proporcionam subsídios relevantes para o desenvolvimento de futuras pesquisas sobre a prognose do volume e devem ser estudados com cada vez mais cautela e utilizando um amplo banco de dados.

4.4 Desagregação

O banco de dados para validação, foi utilizado para realizar o método da desagregação com a variável Dap_2 . O diâmetro desagregado (\widetilde{Dap}_2), apresentou bons resultados das estatísticas, com um valor de coeficiente de correlação e determinação maior que 0,93, e valor de *RQEM (%)* de 7,87 (Tabela 12). Comparando esses resultados da Tabela 14, com aqueles alcançados pelo *MAI*, aplicado para projetar o diâmetro (Dap_2), a desagregação reduziu os valores de valores de coeficiente de correlação e determinação, e aumentou o valor de *RQEM (%)*, em resumo o *MAI* sobressaiu com os melhores valores (0,97, 0,96 e 6,20 %), não concordando com os estudos de Hevia et al., (2015), Cao (2006) e Cao (2014), em que a desagregação, apresentou resultados superiores dessas estatísticas.

Tabela 12 - Estatísticas de avaliação do método da desagregação para variável Dap_2 desagregada e ajustada pelo modelo em nível de árvore.

Variáveis	Estatísticas		
	$r_{\hat{y}, y}$	$RQEM$ (%)	R_2
\widehat{Dap}_2	0,94	7,87	0,93

Em que: \widehat{Dap}_2 = é o diâmetro à altura do peito desagregado; \widehat{B}_2 = área basal desagregada; \widehat{V}_2 = volume desagregado em nível de árvore individual e após transformado em hectare; $\beta = \frac{s\widehat{B}_{2,i}/K - \sum \widehat{p}_{ij} * Dap_{1,ij}^2}{\sum [\widehat{p}_{ij} (\widehat{Dap}_{2,ij}^2 - Dap_{1,ij}^2)]}$; $K = \pi/40000$; $\widehat{Dap}_{2,ij}^2 = Dap_{1,ij}^2 + \beta (\widehat{Dap}_{2,ij}^2 - Dap_{1,ij}^2)$

Os gráficos referentes a desagregação da variável diâmetro estão apresentados na figura 24. Os menores valores de diâmetro (5 a 10 cm) foram subestimados, e as maiores (20 cm em diante) superestimado (Figura 24 A), também houve a presença de dados discrepantes/ outliers, que pode ter produzidos erros maiores. Uma fonte de erro está relacionada as medições de $daps$ incorretas, em que a variável Dap_1 seu valor é maior que o Dap_2 , o que não acontece durante o crescimento de uma árvore, no qual suas dimensões crescem de acordo com sua idade. Em média o erro em percentagem para desagregação foi de 0,83%, enquanto para o MAI foi de 3,48 %, uma diferença de 2,65%, em contrapartida as estatísticas de avaliação foram melhores para o MAI .

Os valores desagregados em relação ao observado para variável diâmetro, exibiu uma correlação adequada, no qual seus pontos se concentraram próximo a linha de 45° (Figura 24 B). O mesmo aconteceu para a Figura 24 D, em que a projeção do Dap_2 pelo MAI , vou aparentemente similar com o desagregado, indicando um bom desempenho nas projeções em nível de árvore individual e pelo método da desagregação.

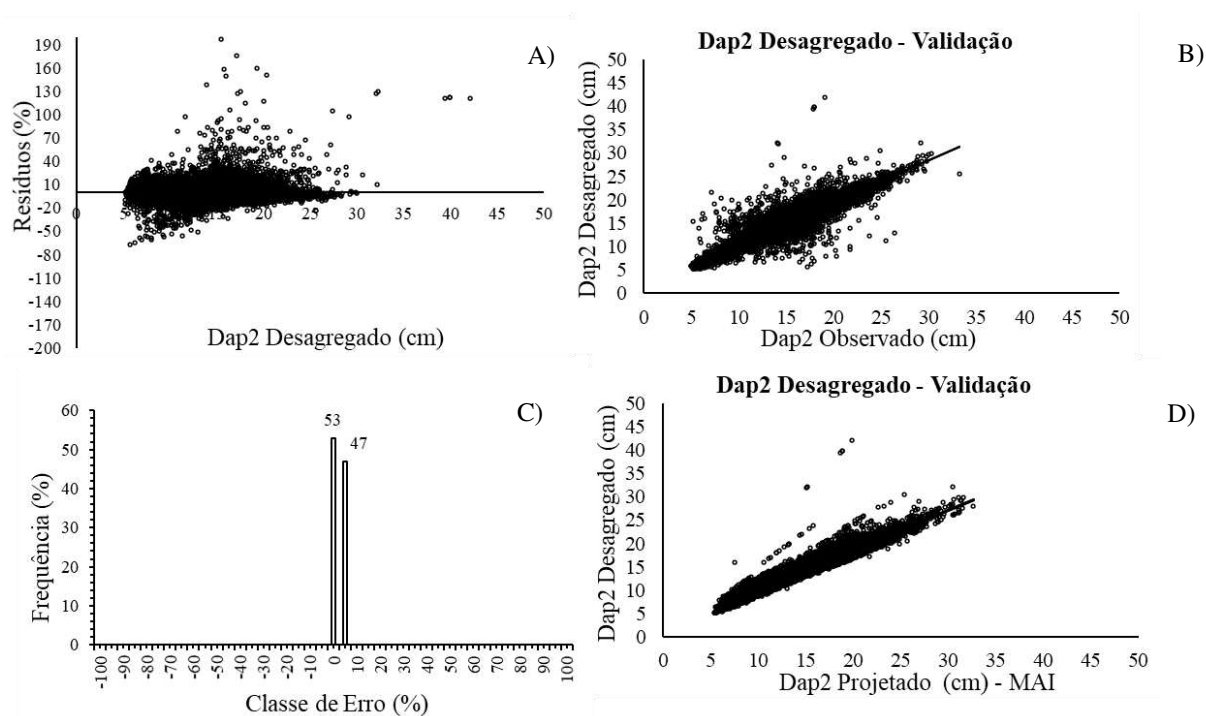


Figura 24 - Relações entre erros relativos percentuais e valor estimado (A), entre valores estimados e observados (B), Percentual de casos por classe de erro relativo percentual das estimativas (C) e entre valores desagregados e os projetos pelo MAI, utilizando o método da desagregação para variável diâmetro.

Em relação ao percentual de casos por classe de erro relativo percentual (Figura 24 C), a grande parte dos erros se concentraram nas classes de 0 a 5 %, comprovando que a desagregação pode ser um método válido para compatibilizar modelos de crescimento em nível de árvore individual. A desagregação resultou em uma tendência entre *dap* e idade similar àquela obtida ao aplicar o modelo de árvores individuais (Figura 25). Entretanto, não há garantia de igualdade entre volumes e não foi contemplada a compatibilização das alturas e volumes as árvores individuais.

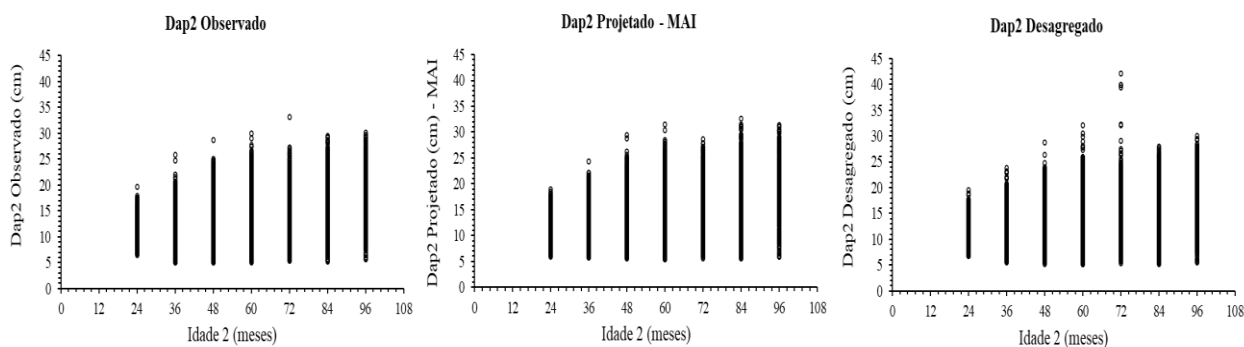


Figura 25 - Evolução dos diâmetros observados, projetados por um modelo em nível de árvore individual e pelo método da desagregação.

4.5 Compatibilizando simultaneamente a área basal e o volume de modelos em nível de árvores, em nível de povoamento e por classe de diâmetro

4.5.1. Modelo de densidade variável e modelo de árvores individuais (*MNP* e *MAI*)

A seguir é feita uma descrição detalhada do método proposto no presente estudo. Foi considerado inicialmente o modelo de Clutter em sua forma mais usual e um modelo de árvores individuais bastante simples, com a mortalidade sendo expressa por unidade de área. Além foi assumido o caso em que a exatidão das estimativas de produção total (m^2ha^{-1} e m^3ha^{-1}) obtidas com o *MNP* são maiores que a exatidão das estimativas correspondentes obtidas com o *MAI*. Com essas premissas é descrito o processo desenvolvido e proposto para a compatibilização das estimativas, com as seguintes relações funcionais:

MNP

$$G_{2mnp} = e^{Ln(G_{1mnp}) + \alpha_0(1 - I_1 I_2^{-1}) + \alpha_1(1 - I_1 I_2^{-1}) S_1}$$

$$V_{2mnp} = e^{\beta_0 + \beta_1 I_2^{-1} + \beta_2 S_1 + \beta_3 Ln(G_{2mnp})}$$

em que:

B_{2mnp} e V_{2mnp} = área basal e volume por hectare na idade futura I_2 a partir de uma área basal B_{1mnp} observada na idade atual ou inicial I_1 .

S_1 = índice de sítio.

MAI

$$N_2 = N_1 e^{-\beta_1 (I_2^{\beta_2} - I_1^{\beta_2})} + \varepsilon$$

$$d_{2i} = d_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} + \varepsilon$$

$$h_{2i} = h_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} + \varepsilon$$

$$v_i = \beta_0 d_i^{\beta_1} h_i^{\beta_1} + \varepsilon$$

em que:

N_2 = número de árvores por hectare na idade futura I_2

N_1 = número de árvores por hectare na idade atual I_1

d_{2i} = diâmetro da árvore i (*dap*) na idade de projeção I_2 ,

d_{1i} = diâmetro da árvore i (*dap*) na idade de atual I_1

v_i = volume da árvore i

h_{1i} = altura da árvore i na idade atual I_1

h_{2i} = altura da árvore i na idade futura I_2

Uma vez ajustados os modelos MNP e MAI, o próximo passo é estimar a sobrevivência, que aqui é feita em nível de povoamento total, ou seja,

$$\hat{N}_2 = N_1 e^{-\beta_1 (I_2^{\beta_2} - I_1^{\beta_2})} \quad (\text{Eq1}) \quad \text{e} \quad P_{mt} = \frac{N_1 - \hat{N}_2}{N_1} \quad (\text{Eq2}).$$
 Assim, $\tilde{N}_2 = \lceil (1 - p_m) N_1 \rceil$,

sendo excluídas as $1 - \tilde{N}_2$ árvores de menor porte em relação às \tilde{N}_2 árvores sobreviventes na idade de projeção 2.

Esta alternativa de modelagem da sobrevivência em nível de povoamento total será eficiente se as taxas de mortalidade no povoamento forem relativamente baixas, por exemplo, inferiores a 5% considerando toda a rotação. Isto é bastante comum em povoamentos de eucalipto bem manejados, que muitas vezes apresentam sobrevivência acima de 95% ao final da rotação. É assumido que a mortalidade incide nas árvores inferiores, tanto em termos de porte quando de qualidade. É assumido, portanto, que se houver mortalidade ela será correspondente às menores árvores do povoamento. Além disso, a premissa, quase sempre verificada a campo (no caso de povoamentos equiâneos), é de que essas árvores inferiores e de menor porte se distribuem aleatoriamente por toda o povoamento e não de modo agregado. Com estas considerações e premissa, segue que:

Para $i \in \{1.. \tilde{N}_2\}$:

$$n = \tilde{N}_2$$

$$\hat{d}_{2i} = d_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} \quad (\text{Eq1}),$$

$$\tilde{g}_{2i} = \left(G_{2mnp} - \frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2 \right) \left(\frac{\frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2}{\frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2} \right) + \frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2 \quad (\text{Eq2})$$

$$\tilde{g}_{2i} = \frac{\pi}{40000} \tilde{d}_{2i}^2 \quad (\text{Eq3})$$

$$\tilde{d}_{2i} = \sqrt{40000 \pi^{-1} \left(\left(G_{2mnp} - \frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2 \right) \left(\frac{\frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2}{\frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2} \right) + \left(\frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2 \right) \right)}$$

(Eq4)

$$\text{Verificação: } \sum_{i=1}^n \tilde{g}_{2i} = \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{40000} \tilde{d}_{2i}^2 = G_{2mnp} \quad (\text{Eq5})$$

$$\sum_{i=1}^n \tilde{g}_{2i} = \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{40000} \tilde{d}_{2i}^2 = e^{\ln(G_{1mnp}) + \alpha_0 (1 - I_1 I_2^{-1}) + \alpha_1 (1 - I_1 I_2^{-1})} S_1 \quad (\text{Eq6})$$

$$\hat{h}_{2i} = h_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} \quad (\text{Eq7})$$

$$\hat{v}_{2i} = \beta_0 \hat{d}_{2i}^{\beta_1} \hat{h}_{2i}^{\beta_1} \quad (\text{Eq8})$$

$$\tilde{v}_{2i} = \hat{v}_{2i} + \left(V_{2mnp} - 10000 A^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{v}_{2i} \right) \left(\frac{\hat{v}_{2i}}{\sum_{i=1}^n \hat{v}_{2i}} \right) \quad (\text{Eq9})$$

$$\text{Assumindo } \tilde{v}_{2i} = \beta_0 \tilde{d}_{2i}^{\beta_1} \tilde{h}_{2i}^{\beta_1} \quad (\text{Eq10}),$$

$$\tilde{h}_{2i} = e^{-\beta_2^{-1} \left(-\text{Ln} \left(\frac{\tilde{v}_{2i}}{\beta_0} \right) + \beta_1 * \text{Ln}(\tilde{d}_{2i}) \right)} \quad (\text{Eq11}),$$

em que:

\hat{d}_{2i} = diâmetro da árvore i na idade de projeção I_2 ,

d_{1i} = diâmetro da árvore i na idade de atual I_1

\tilde{d}_{2i} = diâmetro da árvore i na idade de projeção I_2 , corrigido pela área basal do modelo em nível de povoamento (G_{2mnp})

\hat{v}_{2i} = volume da árvore i na idade de projeção I_2 , projetado com o modelo de árvores individuais (Eq1)

\tilde{v}_{2i} = volume da árvore i na idade de projeção I_2 , corrigido pela área basal do modelo em nível de povoamento (G_{2mnp})

\hat{h}_{2i} = altura projetada para a idade futura I_2 utilizando o modelo de árvores individuais (Eq7)

\tilde{h}_{2i} = altura projetada para a idade futura I_2 corrigida pela área basal e volume projetados pelo modelo em nível de povoamento

(G_{2mnp}) = área basal futura projetada para a idade futura I_2 , pelo modelo em nível de povoamento

G_{2mnp} = área basal na idade atual I_1

V_{2mnp} = volume por hectare na idade futura I_2 , projetado com o modelo em nível de povoamento

i = número da árvore, $i = 1, 2, \dots, n$.

Portanto, o MAI final, consistente com o MNP, é:

$$\tilde{d}_{2i} = \sqrt{40000\pi^{-1} \left(G_{2mnp} - \frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2 \right) \left(\frac{\frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2}{\frac{\pi}{40000} \sum_{i=1}^n \hat{d}_{2i}^2} \right) + \left(\frac{\pi}{40000} \hat{d}_{2i}^2 \right)} \quad (\text{Eq4})$$

$$\tilde{h}_{2i} = e^{-\beta_2^{-1} \left(-Ln \left(\frac{\hat{v}_{2i} + (V_{2mnp} - 10000 A^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{v}_{2i}) \left(\frac{\hat{v}_{2i}}{\sum_{i=1}^n \hat{v}_{2i}} \right)}{\beta_0} \right) + \beta_1 * Ln(\tilde{d}_{2i}) \right)} \quad (\text{Eq11})$$

$$\hat{v}_{2i} = \beta_0 \hat{d}_{2i}^{\beta_1} \hat{h}_{2i}^{\beta_1} \quad (\text{Eq8})$$

$$\hat{d}_{2i} = d_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} \quad (\text{Eq1})$$

$$\hat{h}_{2i} = h_{1i} e^{-\beta_1 (I_{2i}^{\beta_2} - I_{1i}^{\beta_2})} \quad (\text{Eq7})$$

$$\tilde{v}_{2i} = \beta_0 \tilde{d}_{2i}^{\beta_1} \tilde{h}_{2i}^{\beta_1} \quad (\text{Eq10})$$

E o modelo em nível de povoamento, consistente, em área basal e em volume, com o modelo de árvores individuais, é:

$$G_{2mnp} = e^{\ln(G_{1mnp}) + \alpha_0 (1 - I_1 I_2^{-1}) + \alpha_1 (1 - I_1 I_2^{-1}) S_1} \quad (\text{Eq12})$$

$$V_{2mnp} = e^{\beta_0 + \beta_1 I_2^{-1} + \beta_2 S_1 + \beta_3 Ln(G_{2mnp})} \quad (\text{Eq13})$$

Se porventura a exatidão das estimativas de produção total obtidas com o MAI for maior do que a exatidão obtida com o MNP, então o MNP pode ser descartado. Nesse caso o MAI é utilizado para estimar por árvore (e conseqüentemente por classe de *dap*) e total.

4.5.2 Projetando distribuições de diâmetro observadas

Uma pergunta imediata é como aplicar o MAI composto pelas equações 4, 11, 8, 1, 7 e 10, e o MNP composto pelas equações 12 e 13, se estiver disponível apenas uma distribuição de frequência por classe de diâmetro para um talhão ou povoamento? É simples; suponha que seja um talhão com idade atual I_1 , contendo N_i árvores distribuídas nas diferentes classes de *dap*. Os dados das parcelas presentes nesse talhão poderiam ser utilizados para obter altura total média em cada classe de *dap*. Então, os centros de classe de *dap* seriam os diâmetros (d_{1i} e h_{1i}). O único detalhe é que para cada par d_{1i} e h_{1i} haveriam n_i árvores em cada classe de diâmetro, sendo i o centro da classe de diâmetro

e $N_1 = \sum_{i=1}^I n_i$. A área basal G_{1mnp} pode ser obtida somando as áreas seccionais já multiplicadas pelas respectivas frequências de cada classe de *dap*. Desse modo, sendo o *SI* conhecido, então as equações mencionadas podem ser aplicadas normalmente, gerando resultados por classe de *dap* e para o povoamento total.

Observe que as distribuições de diâmetro podem ser projetadas normalmente, de modo consistente com o modelo em nível de povoamento, mesmo sem utilizar funções densidade de probabilidade, simplificando bastante a modelagem e prognose. Além disso, o modelo composto pelas equações 4, 11, 8, 1, 7 e 10 podem ser aplicados para povoamentos manejados sem ou com aplicação de desbastes. Portanto, tais equações permitem simular desbastes com controle pela área basal total ou pela frequência, sendo eles seletivos, sistemáticos ou mistos.

O método proposto neste item 5 foi aplicado aos dados de validação sendo obtido um resultado bastante robusto, com a consistência e compatibilidade desejada, entre os três tipos de modelos (Figura 26). Cabe mencionar que o método pode ser aplicado para quaisquer tipos de relações funcionais utilizadas em cada tipo de modelo e que o somatório das áreas basais das árvores projetadas pelo *MAI* é exatamente igual à área basal projetada pelo *MNP*, o mesmo acontecendo com o volume. Nesta Figura 26 verifica-se que a compatibilização resultou em um prejuízo para altura de algumas árvores, o que pode ser percebido no gráfico. Cabe lembrar que se trata de um dado de validação completamente independente dos dados de ajuste e que as alturas consideradas como observadas, em cada parcela e medição, são alturas generalizadas por redes neurais artificiais, uma vez que apenas três alturas foram mensuradas em cada parcela e idade quando da realização dos inventários florestais. Esses detalhes, mais a exatidão da equação de altura e das demais equações do modelo de árvores individuais, explica, em parte, o prejuízo observado na Figura em relação às alturas geradas ao fazer a compatibilização. Esses aspectos relacionados às alturas merecem mais estudos.

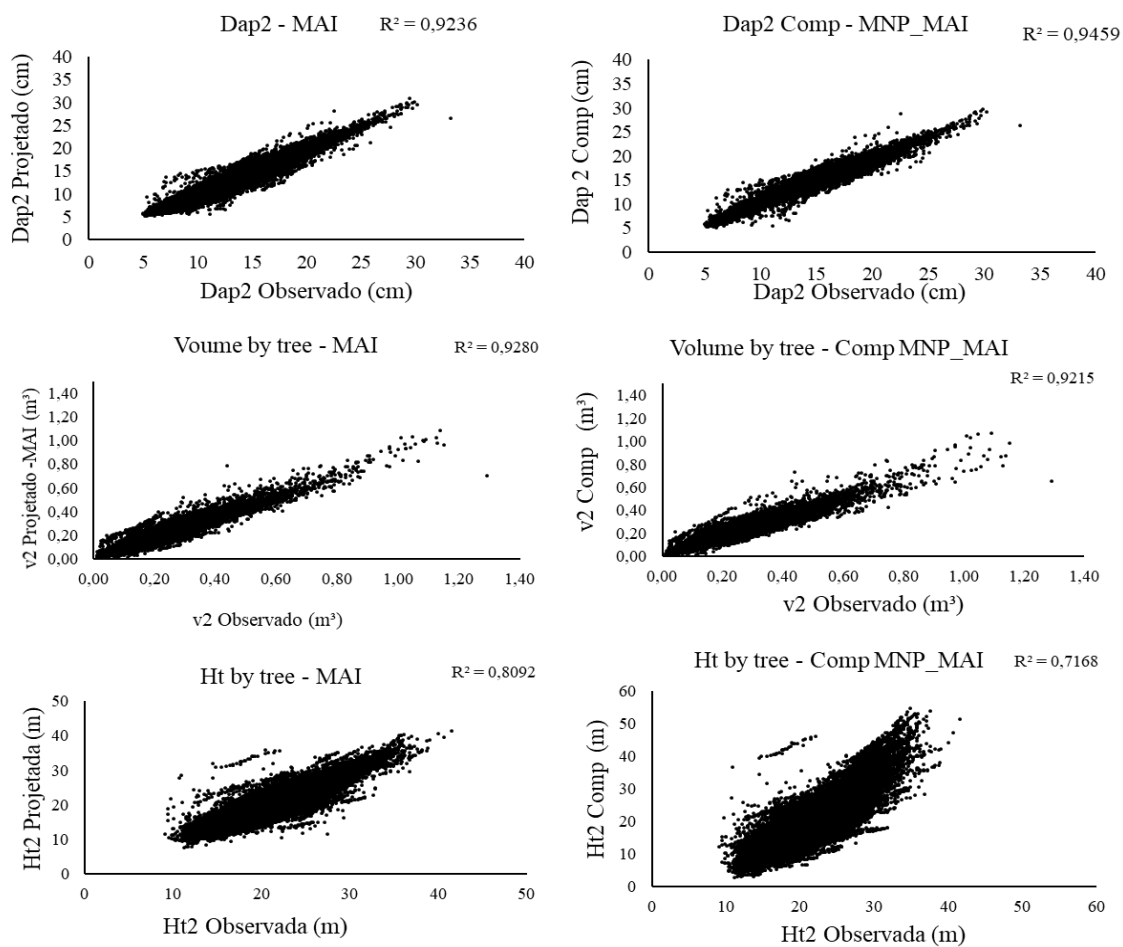


Figura 26 - Diâmetro, alturas e volumes individuais estimados para os dados de validação, utilizando o modelo composto pelas equações 4, 11, 8, 1, 7 e 10 .

5. CONCLUSÕES

Na ausência da altura dominante os diâmetros dominantes podem ser utilizados para classificação da capacidade produtiva pelo método da curva-guia, resultando em uma classificação eficiente e consistente com aquela que seria obtida se fosse feita com alturas dominantes, ou seja, se fosse feita pelo método tradicional.

A consistência e exatidão das estimativas do modelo de Clutter, obtida ao utilizar índices de sítio definidos pelo diâmetro dominante não difere da exatidão correspondente quando se utilizam índices de sítio definidos pela altura dominante.

Para os povoamentos de onde foram obtidos os dados deste estudo a maior exatidão é obtida com emprego de modelo em nível de povoamento, seguido pelo modelo de árvores individuais e pelo de distribuição de diâmetros.

Para os povoamentos que deram origem aos dados utilizados no presente estudo, a mortalidade regular pode ser desconsiderada na modelagem por árvore individual sem perda significativa de exatidão.

O método proposto neste estudo, para unir e compatibilizar um modelo em nível de povoamento e um modelo de árvores individuais, considerando, simultaneamente, área basal por hectare, volume por hectare e estimativas de *dap*, altura total e volumes de árvores individuais, permite projetar, de modo consistente: produções totais por hectare (área basal e volume), altura total, *dap*, área seccional e volume por árvore e, também, distribuições de frequência por classe de diâmetro, sem a necessidade de uso de distribuições estatísticas.

A exatidão das estimativas (por unidade de área, por árvore e por classe de *dap*) geradas pelo método proposto neste estudo, depende da exatidão das equações ajustadas para árvores individuais e das equações do modelo em nível de povoamento.

O método proposto neste estudo, para compatibilizar as estimativas nos três níveis (árvore, classe de *dap* e total), não resulta em perda significativa de exatidão nas estimativas de árvores individuais (tanto de *dap* quanto de altura e volume individual).

O método proposto neste estudo, de compatibilização das estimativas por unidade de área e por árvore individual exclui eventual necessidade de modelagem por classe de diâmetro.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR JÚNIOR, A.L. de; OLIVEIRA NETO, S.N. de; SOARES, C.P.B.; MÜLLER, M.D.; OBOLARI, A.M. de M.; CALSAVARA, L.H.F. Eucalypt clone modelling in agrosilvopastoral systems. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.57, e02547, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2022.v57.02547>.

AUSTREGÉSILO, S. L.; FERREIRA, R. L. C.; SILVA, J. A. A.; SOUZA, A. L.; MEUNIER, I. M. J.; SANTOS, E. S. Comparação de métodos de prognose da estrutura diamétrica de uma floresta estacional semidecidual secundária. **Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 2, p. 227-232, 2004.

ARAÚJO JÚNIOR, C. A.; NOGUEIRA, G. S.; DE OLIVEIRA, M. L. R.; DE MIRANDA, R. O. V.; CASTRO, R. V. O.; PELLI, E. Projeção da distribuição de diâmetros de povoamentos de Eucalyptus em diferentes amplitudes de classe. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.45, n.11, p.1275-1281, 2010.

ARAÚJO JÚNIOR, C. A.; LEITE, H. G.; BINOTI, D. H. B.; CASTRO, R. V. O.; BINOTI, M. L. M. S.; MARCATTI, G. E. Uso da função Weibull para descrever a área basal por classe de diâmetro de um povoamento de eucalipto. **Scientia Forestalis**, v.40, n.95, p.401-406, 2012.

ARAGÃO, M.A. **Modelagem da distribuição de diâmetros em povoamentos de Paricá sob diferentes espaçamentos**. 2018. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal do Espírito Santo. Jerônimo Monteiro, Espírito Santo. 2018.

AZEVEDO, G.B.; OLIVEIRA, E.K.B.; AZEVEDO, G.T.O.S.; BUCHMANN, H.M.; MIGUEL, E.P.; REZENDE, A.V. Modelagem da produção em nível de povoamento e por distribuição de diâmetros em plantios de eucalipto. **Sci. For.**, Piracicaba, v. 44, n. 110, p. 383-392, jun. 2016. DOI: [dx.doi.org/10.18671/scifor.v44n110.11](https://doi.org/10.18671/scifor.v44n110.11)

AZEVEDO, C.P.; SANQUETTA, C. R.; SILVA, J. N. M.; MACHADO, S. A.; SOUZA, C. R.; OLIVEIRA, M. M. de. Simulação de estratégias de manejo florestal na Amazônia com o uso do modelo SYMFOR. **Acta Amazonica**, v. 38, n.1, p. 51 – 70, 2008.

BAILEY, R.L.; DELL, T.R. Quantifying diameter distributions with a Weibull function. **Forest Science**, Bethesda, v.19, n.2, p.97-104. 1973.

BAILEY, R.L. 1980. Individual tree growth derived from diameter distribution models. **Forest Science**. 26: 626-632. 1980.

BARRA, O. S. V.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DALLA CORTE, A. P. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição de diâmetros Weibull 3P. **Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 387-393, 2004.

BATISTA, J.L.F. **A função Weibull como modelo para a distribuição de diâmetros de espécies arbóreas tropicais**. Piracicaba: ESALQ/SP 1989. 116p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”.

BATES, J.M., AND C.W.J. GRANGER. 1969. The combination of forecasts. **Oper. Res. Q.** 20:451– 468.

BALDWIN, V.C., JR.; FEDUCCIA, D.P. 1987. Loblolly pine growth and yield prediction for managed West Gulf plantations. Res. Pap. SO-236. U.S. **Forest Service**, Southern Forest Experiment Station, New Orleans, LA: 27 p.

BETTINGER, P.; BOSTON, K.; SIRY, J.P.; GREBNER, D.L. Forest management and planning. LONDON, Editor **Academic Press**, 2017. 343p.

BEHLING, M.; KOEHLER, H.S.; BEHLING, A. Compatibility between the stem volume and taper equations volume for black wattle trees. **Floresta**, Curitiba, PR, v. 50, n. 3, p. 1518 - 1526, jul./set 2020. DOI: 10.5380/ufv.v50 i3. 63881.

BILA, J.M.; SANQUETTA, C.R.; CORTE, A.P.D.; FREITAS, L.J.M. Efeitos dos tratamentos silviculturais na dinâmica da distribuição de diâmetros em uma área de floresta tropical amazônica com o uso da função Weibull. **Ciência Florestal**. Santa Maria, v. 32, n. 3, p. 1684-1697, jul./set. 2022. DOI: <https://doi.org/10.5902/1980509841284>

BINOTI, D. H. B. **Funções densidade de probabilidade para a descrição da distribuição de diâmetros de povoamentos desbastados de *Tectona grandis***. 2008. 42f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2008.

BINOTI, D. H. B. **Sistemas computacionais aplicados ao manejo florestal**. 2012. 122f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG. 2012

BINOTI, M. L. M. S.; BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; SILVA, A. A. L. Utilização da função Birnbaum-Saunders para modelagem da distribuição de diâmetros de povoamentos equiâneos de eucalipto. **Árvore**, Viçosa, v. 37, n. 6. p. 1055-1061, 2013.

BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R.; CRUZ, J. P. Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição de diâmetros para plantios de eucalipto submetidos a desbaste. **Árvore**, Viçosa, v. 34, n. 1, p. 147-156, 2010.

BINOTI, D. H. B.; BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; CRUZ, J. P. Modelos de distribuição de diâmetros para povoamentos desbastados de eucalipto utilizando a função hiperbólica. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 35, n. 5, 2011.

BOQUADY, L.R.L. **A Modelagem da produção em nível de povoamento total e em nível de árvore individual em plantios de eucaliptos sp. são compatíveis?**. 2017. 42f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal). Universidade de Brasília. Brasília. 2017.

BURKHART, H.E.; TOMÉ, M. 2012. Modeling forest trees and stands. **Springer**, Nueva York, EUA. 457 p.

CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G. **Mensuração Florestal: perguntas e respostas**. 5.ed. atualizada e ampliada. Viçosa: Editora UFV. 2017.

CAMPBELL, R.G.; FERGUSON, I.S.; OPIE, J.E. (1979) Simulating growth and yield of mountain ash stands: a deterministic model. **Aust For Res** 9:189–202. 1979.

CASAS, G.G.; VILLANUEVA, J.R.B.; LEITE, H.G.; SANTOS, A.C.A.; ARAUJO JUNIOR, C.A.; ALCANTARA, A.E.M. Comparación de dos modelos de crecimiento y producción em plantaciones de eucalipto. **Revista Científica UNTRM: Ciencias Naturales e Ingeniería**. Vol 2(1),46-51, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/43140>

CASAS, G.G. Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de eucalipto utilizando regressão, redes neurais artificiais e redes profundas. 2021. 101 f. Dissertação (Mestrado em ciência florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2021. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/27965/1/texto%20completo.pdf>

CASTRO, R. V. O., SOARES, C. P. B., LEITE, H. G., SOUZA, A. L., MARTINS, F. B., NOGUEIRA, G. S., OLIVEIRA, M. L. R. (2020). Validação de um modelo completo em nível de árvore individual para uma floresta estacional semidecidual. **Scientia Forestalis**, 48(126), e3061. 2020. <https://doi.org/10.18671/scifor.v48n126.10>

CASTRO, R. V. O.; SOARES, C. P. B.; MARTINS, F. B.; LEITE, H.G. Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecária, Brasília**, v. 48, n. 3, p.287-295, mar. 2013.

CARVALHO, M. C.; GOMIDE, L. R.; FERRAZ FILHO, A.C.; LACERDA, W.S.; SILVA, C.S.J. Modelagem da distribuição de diâmetros de florestas tropicais. **Enciclopédia biosfera**, Centro Científico Conhecer - Goiânia, v.13 n.24; p. 731. 2016.

CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N.; SILVA, F.F.; BORGES, L.A.C.; MENDONÇA, A.R.; LIMA, M.P. Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de Eucalyptus clonal. **Cerne**, v. 17, n. 4, p. 541-548, 2011.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R.E.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal Eucalyptus plantation case study. **Forest Ecology and Management** 204: 11-20.2005. DOI: 10.1016/j.foreco.2004.07.051. 2005.

CALDEIRA, R. F. L. **Modelos volumétricos e Redes Neurais Artificiais são acurados para a predição do volume individual em povoamentos de Tectona grandis Linn.F.** 2022. 48 f., il. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Florestal) — Universidade de Brasília, Brasília, 2022.

- CANETTI, A. **Estrutura, dinâmica e manejo sustentável em Ecótono de Floresta Amazônica**. 2019. 157F. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, Paraná. 2019.
- CARRIJO, J.V.N.; DE FREITAS FERREIRA, A.B.; FERREIRA, M.C.; DE AGUIAR, M.C.; MIGUEL, E.P.; MATRICARDI, E.A.T.; REZENDE, A.V. The growth and production modeling of individual trees of *Eucalyptus urophylla* plantations. **For. Res.** (2020) 31(5):1663–1672. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11676-019-00920-1>
- CAO, Q.V. 1997. A method to distribute mortality in diameter distribution models. **Forest Science**. 43:435-442.1997.
- CAO, Q. V. Adjustments of individual-tree survival and diameter growth equations to match whole-stand attributes. In: Proc of the South Silviculture Res Conf USDA For Serv Gen Tech Rep SRS-121, pp 369–373. 2010.
- CAO, Q.V. 2006. Predictions of individual-tree and whole-stand attributes for loblolly pine plantations. **For. Ecol. Manage.** 236(2–3):342–347. 2006.
- CAO, Q.V. 2004. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. **For. Sci.** 50:682– 685. 2004.
- CAO, Q.V. 2014. Linking individual-tree and whole-stand models for forest growth and yield prediction. **For. Ecosyst.** 2014(1):18. 2014.
- CAO, Q.V.; BALDWIN, V.C JR (1999) A new algorithm for stand table projection models. **Forest Sci** 45:506–511.1999.
- CAVALHEIRO, R.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PELISSARI, A.L.; ORSO, G. Predição da produção total em povoamentos de *Pinus taeda* L. por diferentes categorias de modelos. **Biofix scientific journal** v. 8 n. 1 p. 16-23 2023. DOI: [dx.doi.org/10.5380/biofix.v5i1.89396](https://doi.org/10.5380/biofix.v5i1.89396).
- CAVALHEIRO, R.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PELISSARI, A.L. Predição da produção de multiprodutos em nível de árvore individual de *Pinus taeda* L. **Biofix scientific journal**. v. 6 n. 2 p. 112-119 2021 DOI: [dx.doi.org/10.5380/biofix.v6i2.79131](https://doi.org/10.5380/biofix.v6i2.79131)
- CIARNOSCHI, L.D.; ORSO, G.A.; CERQUEIRA, C.L.; PELISSARI, A.L.; NETTO, S.P.; OLIVEIRA, M.V.D. Modelagem da distribuição de diâmetros de três espécies da região amazônica. **Adv. For. Sci.**, Cuiabá, v.6, n.3, p.731-736, 2019.
- COELHO, M.C.B.; ERPEN, M.L.; IMAÑA-ENCINAS, J.; GREGÓRIO, W.M.; LIMEIRA, M.M.C. Funções de densidade de probabilidade para a estimativa da distribuição de diâmetros de plantios de *Calophyllum brasiliense* Cambess. **Revista Forestal Mesoamericana Kurú**, Costa Rica, v.14, n.34, p.45-52, 2017.
- CORDONNIER, T.; KUNSTLER, G. The Gini index brings asymmetric competition to light. **Perspectives in Plant Ecology, Evolution and Systematics**. v 17 (2015) 107–115. 2015.

COSTA, T.C.C.; GUIMARÃES, A.L.M. Estimation of the weibull distribution form parameter as a function of the scale parameter by the percentile method. **Floresta**, Curitiba, PR, v. 52, n.4, p. 531 - 540, out/dez/2022. DOI: 10.5380/rf.v52 i4. 84893.

CHASSOT, T.; FLEIG, F. D.; FINGER, C. A. G.; LONGHI, S. J. Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em floresta ombrófila mista. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 21, n. 2, p. 303-313, 2011.

CHASSOT, T. **Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze na floresta ombrófila mista**. Santa Maria, 2009, 48 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, 2009.

CLUTTER, J.L, ALLISON B.J. (1974). A growth and yield model for *Pinus radiata* in New Zealand. In: Fries J (ed) Growth Models for Tree and Stand Simulation, Res. Note 30. **Royal College of Forestry**, Stockholm, pp 130–160

CLUTTER, J.L., JONES. B.J, JR (1980) Prediction of Growth after Thinning of Old-Field Slash Pine Plantations. **USDA For Serv Res Pap SE-217**, p 14

CHIU, C.; CHIEN, C.; NIGH, G.; CHUNG, C. Influence of climate on tree mortality in taiwania (*Taiwania cryptomerioides*) stands in Taiwan. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 48, n. 1, p. 6, 24 dez. 2018.

CUNHA, T.A.; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R. Linear mixed model to describe the basal area increment for individual cedro (*Cedrela odorata* L.) trees in occidental Amazon, Brazil. **Ciência Florestal**, v. 23, n. 3, p. 461 – 470, 2013.

CUNHA, T. A. da. **Modelagem do incremento de árvores individuais de *Cedrela odorata* L. na floresta amazônica**. Santa Maria, 2009. 88 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, 2009.

CRECENTE-CAMPO, F.; MARSHALL, P.; SOALLEIRO, R. R. Modeling noncatastrophic individual tree mortality for *Pinus radiata* plantations in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 257, n. 4, p. 1542-1550, 2009.

DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.N.; BETTINGER, P.; HOWARD, T.E. **Forest management: to sustain ecological, economic, and social values**. 4.ed. Illinois: Waveland, 2005. 804p.

DAVIS, K.P. **Forest management: Regulation and Valuation**. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 519p., 1996.

DANIELS, R. F.; BURKHART, H. E. An integreted system of forest stand models. **Forest Ecology and Management**, n. 23, p. 154-177, 1988.

DEBASTIANI, A.B.; MARTINS, L.P.; SANTOS, K.S.M.; CORTE, A.P.D.; NETTO, S.P.; SANQUETTA, C.R. Distribuição do diâmetro de copa e diâmetro quadrático de *Araucaria angustifolia* e *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**. Santa Maria, v. 29, n. 1, p. 270-280, jan./mar., 2019.

DELLA-FLORA, J.B.; DURLO, M.A.; SPATHELF, P. Modelo de incremento para árvores singulares – *Nectandra megapotamica* (Spreng.) Mez. **Ciência Florestal**. Santa Maria, v. 14, n. 1, p. 165 – 177, 2004.

DURLO M. A. **Zuwachsuntersuchungen und einzelbaumwachstumsmodelle für *Cabralea glaberrima*, *Cedrela fissilis* und *Cordia trichotoma* in sekundären laubmischwäldern Südbraziens**. 175 f. Tese - Universität für Bodenkultur, Viena, 1996.

FARIAS, A. A.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; SILVA, G. F. Quantile regression: prediction of growth and yield for a eucalyptus plantation in northeast Brazil. **European Journal of Forest Research**, v. 140, p. 983-989, 2021.

FIGURA, M.A. **A distribuição de Weibull na descrição da estrutura diamétrica de *Eucalyptus grandis*: um enfoque sobre o método dos momentos**. 2010. 113f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, Paraná.

FIGURA, M. A. Curvas de sítio e relações hipsométricas para *Eucalyptus grandis* na região dos campos gerais, Paraná. **Revista Cerne**, Lavras, v.21, n.2, p. 219-225, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/01047760201521021349>>. doi: 10.1590/01047760201521021349

GÖRGENS, E.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; DIAS, A. N. Tendência de crescimento de povoamento de eucalipto após aplicação de desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 31, n. 5, p. 879-885, 2007.

GOVE, J.H.; FAIRWEATHER, S.E. Maximum-likelihood estimation of Weibull function parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and management**, v.28, p.61-69. 1989.

GONZÁLEZ, M. S.; RÍO, M. del; CAÑELLAS, I.; MONTERO, G. Distance independent tree diameter growth model for cork oak stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 225, p. 262-270, 2006.

GONÇALVES, J. C.; CARVALHO, S. P. C.; OLIVEIRA, A. D.; GOMIDE, L. R. Comparação dos modelos prognósticos de Clutter e da função logística. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 36, n. 87, p. 311-317, 2016.

GUILHERME, S.D.; ATAIDE, D.H.S.; SILVA, L.C.; ROCHA, P.V.; CURTO, R.A.; ARAUJO, E.J.G. Aderência de funções de distribuição de diâmetros em diferentes amplitudes de classes de um fragmento de floresta inequiânea. **Biofix scientific journal** v. 5 n. 1 p. 239-245 .2020.

HAHN, G. J.; SHAPIRO, S. S. **Statistical models in engineering**. New York: **John Wiley & Sons**, 1967. 355 p.

HANN, D.W.; ZUMRAWI, A.A. Growth model predictions as affected by predicting individual tree volume increment. **Western Journal of Applied Forestry**, v. 25, p. 120 – 126, 1991.

HASENAUER, H. **Sustainable forest management: growth models for Europe**. Berlin: Springer, 2006. 398p. DOI: 10.1007/3-540-31304-4.

HÄRKÖNEN, S.; MÄKINEN, A.; TOKOLA, T.; RASINMÄKI, J.; KALLIOVIRTA, J. Evaluation of forest growth simulators with permanent sample plot data from Finland. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, n. 3, p. 573 – 582, 2010.

HARRISON, W.C., DANIELS, R.F., 1988. A new biomathematical model for growth and yield of loblolly pine plantations. In: Ek, A.R., Shifley, S.R., Burk, T.E. (Eds.), **Forest Growth Modeling and Prediction**, vol. 1. **USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. NC-120**. pp. 293–304. 1988.

HREÇAY, L.; WEBER, V. P.; SILVA, L. T. M. da; LIZ, J. P. C. de; VANDRESEN, P. B. Curvas de índice de sítio para plantios florestais comerciais de *Pinus taeda* L. localizados na região oeste catarinense. 3º Encontro brasileiro de silvicultura, Campinas, 2014.

HYINK D.M. E MOSER, J.W.JR. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. **Forest Science**, v.29, n.1, p. 85-95, 1983.

HEVIA, A.; CAO, Q.V.; ALVAREZ-GONZALEZ, J.G.; RUIZ-GONZALEZ, A.D.; VON GADOW, K. 2015. Compatibility of whole-stand and individual-tree models using composite estimators and disaggregation. **For. Ecol. Manage.** 348:46 –56. 2015.

HOOD, S. M.; SMITH, S. L.; CLUCK, D. R. Predicting mortality for five California conifers following wildfire. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 260, n. 5, p. 750-762, 2010.

KANGA, A.; KANGA, J. Yield Tables, Forecasting, Modeling and Simulation In: BURLEY, J.; EVANS, J.; YOUNGQUEST, J. A. **Encyclopedia of Forest Sciences**, Spain: Elsevier, 2004. p. 580-586.

KNOEBEL BR, BURKHART HE, BECK DE. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. **For Sci Monogr** 27:64. 1986.

LAFETÁ, B.O.; PIMENTA, I.A.; SANTOS, M.A.; RODRIGUES, H.B.X.; FONTAN, I. C.I.; FERRARO, A.C.; VIEIRA, D.S. Alternativas de modelagem para a estimativa da altura de eucalipto Modeling alternatives for height estimate of eucalypt. **Revista Forestal Mesoamericana Kurú**, v.20(47), 1–23p. 2023.DOI: <https://doi.org/10.18845/rfmk.v20i47.6816>

LHOTKA, J.M.; LOEWENSTEIN, E.F. An individual tree diameter growth model for managed uneven aged oak shortleaf pine stands in the Ozark Highlands of Missouri, USA. **Forest Ecology and Management**, v. 261, n. 3, p. 770 – 778, 2011.

LEITE, H.G.; ALCANTRA, A.E.M.; BINOTI, D.H.B.; NETO, R.R.O.; SILVA, M.L.M. Comparação entre predição e projeção da distribuição de diâmetros de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.37, n.2, p.321-328, 2013.

LEDUC, D.J., MATNEY, T.G., BELLI, K.L., BALDWIN, V.C. JR. Predicting diameter distributions of longleaf pine plantations: a comparison between artificial neural networks and other accepted methodologies. Res. Pap. SRS-25. Asheville, NC: U.S. Department of Agriculture, **Forest Service, Southern Research Station**. 24p.2001. DOI: <https://doi.org/10.2737/SRS-RP-25>.

LIMA, A. L. S. O. B. **Influência da idade-índice nas estimativas de índices de sítio e de volumes em povoamento de eucalipto**. 2022. 24 f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Florestal) - Instituto de Florestas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2022.

LIMA, R.; BATISTA, J.L.F.; PRADO, P.I. Modeling Tree Diameter Distributions in Natural Forests: An Evaluation of 10 Statistical Models. **Forest Science**, v.60, p. 1-8, 2015.

LINHARES, M.; SETTE JUNIOR, C.R.; CAMPOS, F.; YAMAJU, F.M. Eficiência e desempenho operacional de máquinas harvester e forwarder na colheita florestal. **Pesq. Agropec. Trop.**, Goiânia, v. 42, n. 2, p. 212-219, abr./jun. 2012. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/pat/a/PWMQmnXPPG83BpcmJVMSSPK/?format=pdf&lang=pt>>

MATNEY, T.G.; SULLIVAN, A.D. 1982. Compatible stand and stock tables for thinned loblolly pine stands. **Forest Science**. 28: 161-171.1982.

LIU, D.; YANG, X.; TIAN, X.; WU, R.; WANG, L. Study on integrated simulation model of economic, energy and environment safety system under the lowcarbon policy in Beijing. **Proced. Environ. Sci.** v. 5, p.120-130, 2011.

LONCAR, L.; HELL, M.; DUSAK, V. A System Dynamics Model of Forest Management. In 28th International Conference Information Technology Interfaces ITI 2006, Cavtat, Croatia.

LU, J., ZHANG, L. Modeling and prediction of tree height-diameter relationships using spatial autoregressive models. **Forest Science**, Vol. 57 Issue 3, pp. 252-264. 2011. DOI: [10.1093/forestscience/57.3.252](https://doi.org/10.1093/forestscience/57.3.252)

MACHADO, R.R.; CONCEIÇÃO, S.V.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L. WOLFF, E. Evaluation of forest growth and carbon stock in forestry projects by system dynamics. **Journal of Cleaner Production**, v. 96, n. 1, p.1-11, 2015.

MAESTRI, R.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E. Modelagem do crescimento de *Eucalyptus grandis* através de processos de difusão. **Floresta (UFPR)**, Curitiba-PR, v. 33, n.2, p. 169-182, 2004.

MARTINS, F. B. SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L.; CASTRO, R.V.O. (2011). Índices De Competição Em Árvores Individuais De Eucalipto. **Pesquisa Agropecuaria Brasileira**, v. 46, n. 9, p. 1089–1098, 2011.

MARTINS, F.B. **Modeling growth at an individual tree level for commercial plantations of eucalyptus**. 2011. 159 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.

MARTIN W. R., DAVID W. H. Implications of Disaggregation in Forest Growth and Yield Modeling, **Forest Science**, Volume 43, Issue 2, May 1997.

MATNEY, T.G, BELLI, K.L, FARRAR, RM, JR (1990) Parameter-free diameter-distribution recovery. In: Division 4 Proceedings of the IUFRO World Congress Meeting, Montréal, Que., Canada, 5–11 August 1990. Publ. FWS-2-90. School of Forestry and Wildlife Resources, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va, pp 95–107.1990.

MABVURIRA, D.; MIINA, J. Individual tree growth and mortality models for *Eucalyptus grandis* (Hill) Maiden plantations in Zimbabwe. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 161, n. 1-3, p. 231-245, 2002.

MESSIER, C.; PUETTMANN, K. J. Forests as complex adaptive systems: implications for forest management and modelling. **Italian Journal of Forest and Mountain Environments**, v. 66, n. 3, p. 249-258, 2011.

METTE, T.; ALBRECHT, A.; AMMER, C.; BIBER, P.; KOHNLE, U.; PRETZSCH, H. Evaluation of the forest growth simulator SILVA on dominant trees in mature mixed silver fir - norway spruce stands in south west Germany. **Ecological Modelling, Amsterdam**, v. 220, n. 13-14, p. 1670-1680, 2009.

MCTAGUE, J.P, STANSFIELD, W.F. Stand and tree dynamics of uneven-aged ponderosa pine. **Forest Sci** 40:289–302. 1994.

MIGUEL, E. P.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E. Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 94-104, 2010.

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem de árvores individuais para povoamentos não desbastados de Pinus taeda L.** 2016. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) Curso de pós-graduação em Engenharia Florestal – Universidade Federal do Paraná, 168 p., 2016

MIRANDA, R.O.V.; FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, A.S.; CASTRO, R.V.O.; FIORENTIN, L.D.; BERNETT, L.G. (2017) Modelagem da mortalidade em povoamentos de *Pinus taeda* L. **Sci For** 45(115):435–444. 2017.

MORENO, P.C.; PALMAS, S.; ESCOBEDO, F.J.; CROPPER, W.P.; GEZAN, S.A. Individual-Tree Diameter Growth Models for Mixed Nothofagus Second Growth Forests in Southern Chile. *Forests*, v. 8, n. 12, p. 506, 19 dez. 2017.

MOORE, J.A.; ZHANG, L.; NEWBERRY, J.D. (1994) Effects of intermediate silvicultural treatments on the distribution of within-stand growth. *Can J Forest Res* 24:398–404. 1994.

MURPHY, P. A. Individual-tree basal area growth, survival, and total height models for Upland hardwoods in the Boston Mountain of Arkansas. *Journal of Applied Forestry*, v. 22, n. 3. p. 184-192, 1998.

NASCIMENTO, F. A. F. do; DIAS, A. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; MIRANDA, G. de M.; ARCE, J. E. Sistema de crescimento e produção para povoamentos de Pinus taeda na região norte de Santa Catarina. *Revista Cerne*, Lavras, v. 21 n. 2, p. 235- 242, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/01047760201521021494>>. DOI: 10.1590/01047760201521021494

NEPAL, S.K.; SOMERS, G.L. 1992. A generalized approach to stand table projection. *Forest Science*. 38: 120-133. 1992.

NEWBOLD, P., J.K. ZUMWALT, AND S. KANNAN. 1987. Combining forecasts to improve earnings per share prediction and examination of electric utilities. *Int. J. Forecast*. 3(2):229 –238.

NETO, R.R.; ABREU, M.C.; SOARES, A.A.V.; MONTE, M.A.; ARAUJO, E.J.G.; CURTO, R.A.; MIRANDA, N.A. Describing the Structure and Relationship of Height and Diameter in an Old Unmanaged Eucalyptus spp. Plantation. *Floresta e Ambiente* 2021; 28(3): e20200087 <https://doi.org/10.1590/2179-8087-FLORAM-2020-0087>.

NOVAES, D. M.; SANTOS, A.C.A.; SOARES, C.P.B.; PAIVA, H.N.; REIS, G.G.; MONTE, M.A.; DAVILA, F.S.; LEITE, H.G. (2017). Modeling *Tectona grandis* tree and stand growth using stem analysis and permanent plot data. *Revista Árvore*, v. 41, n. 5, 30 nov. 2017.

NOGUEIRA, G. S. **Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de Eucalyptus sp. e de Tectona grandis submetidos a desbaste**. 2003. 132f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2003.

NOGUEIRA, G. S. LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C; CARVALHO, A.F.; SOUZA, A.L. Modelo de distribuição de diâmetros para povoamentos de Eucalyptus sp. submetidos a desbaste. *Árvore*, v.29, n.4, p.579- 589, 2005.

NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; COUTO, L. Avaliação de um modelo de distribuição de diâmetros ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. *Revista Árvore*, v. 30, n. 3, p. 377-387, 2006.

ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; NETTO, S.P.; DIAS, A.N. Métodos de ajuste e procedimentos de seleção de funções probabilísticas para modelar a distribuição

de diâmetros em floresta nativa de Araucária. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 27, n. 3, p. 969-980, jul.-set., 2017.

ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; NETTO, S.P.; VANCLAY, J.K. Predicting the dynamics of a native Araucaria forest using a distance-independent individual tree-growth model. **Forest Ecosystems**, v. 3, n. 1, p. 1-11, 2016.

OLIVEIRA, M.L.R. de **Mensuração da modelagem do crescimento e da produção de povoamentos não desbastados de clones de eucalipto**. 2007. 119 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007.

OLIVEIRA, A.G. **Modelagem do crescimento e produção em nível de povoamento por índices de competição**. 2022. 25 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em engenharia Florestal) - Instituto Federal de Minas Gerais, São João Evangelista, 2022.

PALAHÍ, M.; GRAU, J. M. Preliminary site index model and individual-tree growth and mortality models for black pine (*Pinus nigra* Arn.) in Catalonia (Spain). **Invest. Agrar.: Sist. Recurs. For.** v. 12, n. 1, p. 137-148, 2003.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; MIINA, J.; MONTERO, G. Individual-tree growth and mortality models for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in north-east Spain. **Ann. For. Sci.**, v. 60, p. 1-10, 2003.

PAULO, J.A., TOMÉ, J., TOMÉ, M. Nonlinear fixed and random generalized height-diameter models for Portuguese cork oak stands. **Annals of Forest Science**, volume 68, pages295–309 2011.

PENIDO, T. M. A.; LAFETÁ, B. O.; NOGUEIRA, G. S.; ALVES, P. H.; GORGENS, E. B.; OLIVEIRA, M. L. R. Modelos de crescimento e produção para a estimativa volumétrica em povoamentos comerciais de eucalipto. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 128, e3340, 2020. DOI: <https://doi.org/10.18671/scifor.v48n128.06>

PIENAAR, L.V.; HARRISON, W.M. 1988. A stand table projection approach to yield prediction in unthinned even-aged stands. **Forest Science**. 34: 804-808. 1988.

PIENAAR, L. V.; SCHIVER, B. D. Survival functions for site prepared slash pine plantations in the flat woods of Georgia Northern Florida. **Southern Journal Forestry**, v. 5, n. 2, p. 59-62, 1981.

PIRES, J. M. **Uso do Lidar (Light Detection and Ranging) para estimação da altura de árvores em povoamentos de eucalipto**. 2005. 39 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2005.

PINHEIRO, A.C.S.; MADI, J.P.S.; CARVALHO, M.P.L.C.; MENDONÇA, A.R.; ANDRADE, V.C.L.; VENDRUSCOLO, D.G.S.; NICOLETTI, M.F.; CARVALHO, S.P.C. Dinâmica do crescimento de árvores dominantes em povoamentos clonais de *Tectona grandis* Linn. F. **Adv. For. Sci.**, Cuiabá, v.6, n.4, p.835-838, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.34062/afs.v6i4.9019>

PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and Yield: from measurement to model**. Berlin: Springer. 2009, 671 p.

PURNOMO, H.; MENDOZA, G. A system dynamics model for evaluating collaborative forest management: a case study in Indonesia. 2011. **International Journal of Sustainable Development & World Ecology**. Vol. 18, No. 2, April 2011, 164–176.

PHILLIPS, P.D.; AZEVEDO, C.P.; DEGEN, B.; THOMPSON, I.S.; SILVA, J.N.M.; GARDINGEN, P.R.V. A individual based spatially explicit tree growth model for forests in East Kalimantan (Indonesian Borneo). **Ecological Modelling**, v. 159, n. 1, p. 1 – 26, 2003.

QIN, J.; CAO, Q.V. 2006. Using disaggregation to link individual-tree and whole-stand growth models. **Canadian Journal of Forest Research**. 36: 953-960. 2006.

QIN, J., CAO, Q. V. BLOUIN, D. C. (2007). Projection of a diameter distribution through time. **Canadian Journal of Forest Research**, 37, 188e194. 2007.

REIS, L.P.; TORRES, C.M.M.E.; SOUZA, A.L.; FREITAS, L.J.M.; REIS, P.C.M.R.; SILVA, L.F.; LEITE, R.V. Prognose da distribuição de diâmetros por matriz de transição em floresta após colheita no Leste da Amazônia. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 2, p. 715-724, abr. - jun., 2018.

REIS, L.P.; SOUZA, A.L.; REIS, P.C.M.; MAZZEI, L.; SOARES, C.P.B.; TORRES, C.M.M.E.; SILVA, L.F.; RUSCHEL, A.R.; REGO, L.J.S.; LEITE, H.G. Estimation of mortality and survival of individual trees after harvesting wood using artificial neural networks in the amazon rain forest. **Ecological Engineering** 112 (2018) 140–147. 2018.

RETSLAFF, F. A. S.; FIGUEIREDO FILHO, A.; DIAS, A. N.; BERNETT, L. G.; FIGURA, M. A. Curvas de sítio e relações hipsométricas para *Eucalyptus grandis* na região dos Campos Gerais, Paraná. **Cerne**, 21(2), 219-225.2015. <http://dx.doi.org/10.1590/01047760201521021349>.

ROVEDA, M.; DIAS, A.N.; FILHO, A.F; SCAVINSKI, V.; CASTRO, R.R. (2016). Testes de identidade de modelos aplicados na construção de curvas de índices de local e na produção de povoamentos de *Eucalyptus grandis*. **Sci. For.**, Piracicaba, v. 44, n. 109, p. 115-127, mar. 2016. DOI: dx.doi.org/10.18671/scifor.v44n109.11

ROSSI, L.M.B.; KOEHLER, H.S.; SANQUETTA, C.R. Simulação da dinâmica de Araucária angustifolia em floresta natural com o processo de difusão. In: 4º Simpósio Latino Americano sobre Manejo Florestal; 2008; Santa Maria. Rio Grande do Sul: Universidade Federal de Santa Maria; 2008. p. 376 – 382.

ROCHA, S.J.S.S.; TORRES, C.M.M.E.; JACOVINE, L.A.G.; LEITE, H.G.; GELCER, E.M.; NEVES, K.M.; SCHETTINI, B.L.S.; VILLANOVA, P.H.; SILVA, L.F.; REIS, L.P.; ZANUNCIO, J.C. Artificial neural networks: Modeling tree survival and mortality in the Atlantic Forest biome in Brazil. **Science of the Total Environment** 645 (2018) 655–661. 2018.

STATSOFT, Inc. **STATISTICA (data analysis software system)**, version 8. 2009. (Software Estatístico).

SATO, H. Simulation of the vegetation structure and function in a Malaysian tropical rain forest using the individual based dynamic vegetation model SEIB-DGVM. **Forest Ecology and Management**, v. 257, n. 11, p. 2277 – 2286, 2009

SANTOS, M.A.; MADI, K.P.S.; DESCHER. R.; MORA, R.; BIAZATTI, S.C. Modelagem da distribuição de diâmetros para Eucalipto seminal na região Centro Oeste de Mato Grosso. **Advances in Forestry Science**, v.6, n.2, p.639-643, 2019.

SANTOS. R.O.; ABREU, J.C.; LIMA, R.B.; APARICIO, P.S.; SOTTA, E.D.; LIMA, R.C. Distribuição de diâmetros de uma comunidade arbórea na Floresta Estadual do Amapá, Brasil. **Revista Macapá**, v. 6, n. 2, p. 24-31, 2016.

SANTOS, D.E.C. **Regressão e deep learning aplicados em modelagem de árvore individual para eucalipto**. 2021. 44f. Dissertação (Pós-graduação em Ciência Florestal), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

SANTOS, R. C. **Curvas de crescimento em altura e índice de sítio de povoamentos clonais de Eucalyptus spp. na Chapada do Araripe, Pernambuco**. 2012. 83 f. Dissertação (Pós-Graduação e Ciências Florestais) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2012.

SANTOS, D. W. S.; STEPKA, T. F.; HESS, A. F. Modelagem da distribuição de diâmetros e hipsométrica de espécies comerciais nativas da Amazônia brasileira. **Scientia Forestalis**, 51, e3947.2023. DOI: <https://doi.org/10.18671/scifor.v51.15>

SEIFERT, T.; SEIFERT, S.; SEYDACK, A.; DURRHEIM, G.; GADOW, K. V. Competition effects in an afro temperate forest. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, p. 13, 2014.

SILVA, L.F. **Modelagem da dinâmica de florestas inequiâneas: uma aplicação da dinâmica de sistemas**. 2016. 67F. Dissertação (Doutorado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, Minas Gerais, 2016.

SILVA, A.; SOUZA, R.; LIARTE, G.; DE LIMA, R.; DE ABREU, J. Classificação de sítios em plantio florestal de eucalipto no estado do Amapá. **Revista Arquivos Científicos (IMMES)**, v. 3(1), 106-110. DOI: <https://doi.org/https://doi.org/10.5935/2595-4407/rac.immes.v3n1p106-110>

SILVA, M.T. **Modelagem volumétrica de plantios de eucalipto por meio de dados do lidar gedi, sentinel e ambientais**. 2023. 58 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente) Universidade Estadual de Feira de Santana. Feira de Santana, 2023.

SOARES, T.S.; LEITE, H.G.; SOARES, C.P.B.; VALE, A.B. Projeção da distribuição de diâmetros e produção de povoamentos de eucalipto empregando diferentes formas da função Weibull. **R. Árvore**, v.5, n.5, p.107-101, 2011.

SOMERS, G.L.; NEPAL, S.K. Linking individual-tree and stand-level growth models. **Forest Ecology and Management**, 69 (1994) 233-243. 1994.

SOCHA, J.J.; PIERZCHALSKI, M.; BAŁAZY, R.; CIESIELSKI, M. Modelling top height growth and site index using repeated laser scanning data. **Forest Ecology and Management**, V. 406, N. 15, P.307-317, 2017.

SCHIERITZ, N.; MILLING, P. Modeling the Forest or Modeling the Trees: A Comparison of System Dynamics and Agent-Based Simulation. Anais... In: 21st System Dynamics Conference, 2003. Available on <http://www.systemdynamics.org/conferences/2003/proceed/PAPERS/140.pdf>.

SCHON, D. A. **The Reflective Practitioner, How Professionals Think in Action**. New York: Basic Books, 1982.

SHAO, G.; SHUGART, H.H. A Compatible Growth-Density Stand Model Derived from a Distance Dependent Individual Tree Model. **Forest Science**, v. 43, n. 3; p. 443-446, 1997.

SHOUZHENG TANG, S.; WANG, Y.; ZHANG, L.; MENG, CHO-HO. A Distribution-Independent Approach to Predicting Stand Diameter Distribution. **Forest Science**, v. 43, n. 4, p.491-500, 1997.

SCOLFORO, H.F., MCTAGUE, J.P., BURKHART, H., ROISE, J., CAMPOE, O., STAPE, J.L., 2019. Eucalyptus growth and yield system: linking individual-tree and stand-level growth models in clonal Eucalypt plantations in Brazil. **For. Ecol. Manage.** 432, 1–16. 2019.

SANTAROSA, E.; JUNIOR, J.F.P.; GOULART, I.C.G.R. Transferência de tecnologia florestal: cultivo de eucalipto em propriedades rurais: diversificação da produção e renda. Brasília, DF : Embrapa, 2014.138 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 441p.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para Pinus caribaea var. hondurensis**. 1990. 289f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

SCHMIDT, L.N.; SANQUETTA, M.N.I.; MCTAGUE, J.P.; SILVA, G.F.; FRAGA FILHO, C.V.; SANQUETTA, C.R.; SCOLFORO J.R.S. On the use of the Weibull distribution in modeling and describing diameter distributions of clonal eucalypt stands. **Can J For Res** 50(10):1050–1063. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2020-0051>.

STAGE, A. R.; LEDERMANN, T. Effects of competitor spacing in a new class of individual tree indices of competition: semi-distance-independent indices computed for Bitterlich versus fixed-area plots. **Canadian Journal of Forest Research**, Vancouver, v. 38, p. 890-898, 2008.

STAUDHAMMER, C.; LEMAY, V. Height prediction equations using diameter and stand density measures. **The Forestry Chronicle**, vol. 76, n°2, p.303–309.2000.

TANG, S., K. LANG, AND H. LI. **Statistical and biological mathematical model (guide of Forstat)**. Science Press, Beijing, China. 584 p. 2009

TÉO, S. J. **Modelagem do crescimento e produção de árvore individual independente da distância, para Pinus taeda L., na região meio oeste do estado de Santa Catarina**. 2017. 272f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná..

TRAUTENMÜLLER, J. W.; NETTO, S.P.; BALBINOT, R.; CORTE, A.P.D.; VENDRUSCOLO, R. Modelagem da estrutura diamétrica em ecótono de floresta ombrófila mista e estacional decidual submetida a manejo florestal sustentado. **Biofix scientific journal** v. 4 n. 1 p. 26-34 2019.

TAVARES JUNIOR, I. S.; TORRES, C.M.M.E.; LEITE. H.G.; CASTRO, N.L.M.; SOARES, C.P.B.; CASTRO, R.V.O.; FARIAS, A.A. Machine learning: Modeling increment in diameter of individual trees on Atlantic Forest fragments. **Ecological Indicators**, V117 (2020) 106-685. 2020.

VALERIANO, M. F.O.; MIGUEL, E.P.; VASCONCELOS, P.G.A.; NAPPO, M. E.; ANGELO, H.; REZENDE, A.V.; MATIAS, R.A.M.M.; BIALI, L.J.; JUNIOR, I.M.L. Are models of volumetric production at the diametric distribution and total stand level mutually compatible?. **J. For. Res**, 31(5):1691–1698. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11676-018-0868-2>

VALERIANO, M.F.O. **A modelagem da produção em nível de distribuição de diâmetros e povoamento total de Eucalyptus urophylla são compatíveis?**. 2017. 57 F. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Florestal) – Faculdade de Engenharia Florestal de Brasília, Universidade de Brasília, Brasília.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield**. Wallingford: CAB International, 1994. 312 p.

VAN NOORDWIJK M. Productivity of intensified crop fallow rotations in the Trenbath model. **Agroforestry Systems**, v. 47, p. 223-237, 1999.

VAN N., M. B.; VERBIST, G.; VINCENT and T. P. Tomich..Simulation models that help us to understand local action and its consequences for global concerns in a forest margin landscape. **International Centre for Research in Agroforestry**, Bogor, Indonesia. ASB Lecture Note 11A, 31 p, 2001.

VEGA, A. E.D. **Modelagem de povoamentos de eucalipto no nordeste da Bahia utilizando regressão e redes neurais artificiais**. 2018. 64F. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, Minas Gerais, 2018.

VILLANUEVA, J. B.; CASAS, G. G.; LEITE, H. G.; SANTOS, A. A.; JÚNIOR, C.A.; ALCÂNTARA, A. M. de. Análisis de la eficiencia del uso de los diâmetros dominantes

en la construcción de curvas de índice local con cinco métodos analíticos. **Naturaleza y Sociedad**, v. 1, n. 1, p. 9–15. 2018.

VOSPERNIK, S.; MONSERUD, R.A.; STERBA, H. Do individual tree growth models correctly represent height: diameter ratios of Norway spruce and scots pine? **Forest Ecology and Management**, v.260, p.1735-1753, 2010. DOI: 10.1016/j.foreco.2010.07.055

URBANO, E. **Modelagem e dinâmica do crescimento e produção de espécies arbóreas em Bracatingais**. 2018. 198f. Dissertação (Doutorado em Engenharia Florestal). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, Paraná. 2018.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW JUNIOR, J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth and yield modeling**. Hoboken: John Wiley, 2011. 430 p.

WEISKITTEL, A.; KUEHNE, C.; MCTAGUE, J.P.; OPPENHEIMER, M. Development and evaluation of an individual tree growth and yield model for the mixed species forest of the Adirondacks Region of New York, USA. **Forest Ecosystems** (2016). Vol.3 No.26 DOI 10.1186/s40663-016-0086-3.

WENDLING, W. T.; EMERENCIANO, D. B.; HOSOKAWA, R. T. Ajuste da função de distribuição de diâmetros Weibull por planilha eletrônica. **Floresta**, Curitiba, v. 41, n. 2, p. 205-220, 2011.

WEBER, V. P.; FINGER, C. A. G.; COSTA, E. A. ZIMMERMANN, A. P. L. LONGHI, R. V. Modelagem linear generalizada para descrever o incremento em área transversal de árvores individuais de imbuia. **Floresta**, Curitiba, v. 48, n. 1, p.123 -132, 2018.

WOLFF II, N. I. **Modelagem do crescimento e produção de Pinus taeda L**. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais), Universidade Estadual do Centro Oeste, Irati, 2012.

ZHANG, X.; LEI, Y. A linkage among whole-stand model, individual-tree model and diameter-distribution model. **Journal of forest Science**. 56, 2010(12). 600-608.

ZHANG, X.; LEI, Y.; CAO, Q.V. Compatibility of Stand Basal Area Predictions Based on forecast Combination. **Forest Science**. 2010. Vol.56(6). 552-557. 2010.

ZHANG, X., Y. LEI, Q.V. CAO, X. CHEN, AND X. LIU. Improving tree survival prediction with forecast combination and disaggregation. **Can. J. For. Res.** 41(10):1928–1935. 2011.

ZHANG, S., R.L. AMATEIS, AND H.E. BURKHART. 1997. Constraining individual tree diameter increment and survival models for loblolly pine plantations. **For. Sci.** 43(3):414–423.

ZHANG, L., MOORE J.A., NEWBERRY, J.D. Disaggregating stand volume growth to individual trees. **Forest Sci** 39:295–308. 1993.

ZHANG, X.; DUAN, A.; DONG, L.; CAO, Q.V.; ZHANG, J. The Application of Bayesian Model Averaging in Compatibility of Stand Basal Area for Even-Aged Plantations in Southern China. **For. Sci.** 60(4):645–651. 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.5849/forsci.13-034>

Xie, Y.L., Wu, F.L., Fang, X.M., 2022. A transient south subtropical forest ecosystem in central China driven by rapid global warming during the Paleocene-Eocene Thermal Maximum. **Gondwana Res.** 101, 192–202. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.gr.2021.08.005>.

YU, Z., ZHILI, L., GUANGZE, J. Evaluating individual-based tree mortality modeling with temporal observation data collected from a large forest plot, **Forest Ecology and Management**, v. 450, 2019.

YUE, C.F., U. KOHNLE, AND S. HEIN. 2008. Combining tree- and standlevel models: A new approach to growth prediction. **For. Sci.** 54(5):553–566.

YAO, X.; TITUS, S. J.; MacDONALD, E. A generalized logistic model of individual tree mortality for aspen, white spruce, and lodgepole pine in Alberta mixedwood forests. **Canadian Journal Forest Research.** v. 31, p. 283-291, 2001.